

屏障簡支樑聲音幅射之有限元素分析

何岫儒

國立屏東技術學院機械工程技術系

摘要

本文係以 ANSYS 有限元素分析軟體作屏障簡支樑聲音幅射之有限元素分析。假設此屏障簡支樑受一干擾源為一諧振點力作用，探討此結構體音場之響應情形，並求得自然頻率，樑位移分佈，聲壓分佈與理論數值作比較分析。有限元素分析結果顯示自然頻率，樑位移與理論分析吻合，而且樑聲音幅射之聲壓分佈也正確；由此，成功的範例了解 ANSYS 軟體可以準確地進行音場分析。未來除了可對其他幾何結構，如板，柱體等作分析，並可對結構噪音控制作進一步模擬分析。更可推廣應用於實際日常生活，如練歌房，房間，音樂廳，消音器，音響配置等室內音響問題作分析研究。

一. 前言

聲場噪音之主要產生源有二，一為由風作用造成的聲音，另一為結構體受外界干擾源影響引發振動而產生的聲音。現今環保意識高漲，進而對於聲音響應之分析日形重要，尤其，了解結構體之噪音響應也是很重要的課題。

Wang [1] 之報告於分析加速度計，麥克風，壓電薄膜在主動結構噪音控制之效果；其中，探討了屏障簡支樑之聲音幅射控制，

與本主題同樣為針對結構噪音進行分析，前者使用實物進行噪音控制，不同於本主體在探討有限元素法對結構噪音之分析能力。

目前以有限元素分析 (Finite Element Analysis ; FEA) 音場的前例資料不多，仍屬一項嘗試；可以藉本文的結果了解有限元素法在分析音場方面的能力，及與其它方法之優劣。

採用有限元素法分析，其成本低，幾何模型可依所欲分析的外型迅速建構完成進行分析，且尺寸可任意合理的調整，更改邊界條件方便容易，設備簡單，重覆多次執行，任何時間可執行，容易且準確地於合理供給條件下獲得求解，沒有如實驗方法之設備複雜，成本高，耗費時間，幾何模型形狀尺寸受限，邊界條件控制麻煩，以及理論幾何模型外型受拘限等缺點。

使用 ANSYS 有限元素分析軟體需要一段學習摸索之階段，ANSYS 軟體架構主要為前處理 (Processing)，求解 (Solution)，後處理 (Postprocessing) 三大階段，當在前處理階段時，需要建立欲分析之幾何模型與邊界條件等步驟；求解階段交由電腦自動進行求解；後處理階段乃將求解得之資料繪出曲線圖或分佈圖，以方便分析。

本報告在分析一屏障簡支樑置於無限長剛體空間中，受干擾源即一簡諧振動點力作用，以 ANSYS 軟體為求解工具，分析系統之聲音幅射響應，並與 Wang [1] 之理論分析

作比較。

有限元素分析結果與理論分析比較相當吻合。在樑聲音輻射分佈狀態方面也得正確結果，本報告充分了解 ANSYS 有限元素分析軟體在音場方面之分析。未來除了進行其他幾何模型，如：板，柱體等進行分析比較，並可進行結構噪音的控制模擬，更可推廣應用於實際日常生活，如練歌房，房間，音樂廳之設計安排，消音器之研發改良，喇叭音響的安裝配置，結構噪音量的處理控制等有關自由場空間音量之控制，聲音輻射分佈之了解。

二. 理論分析

結構聲音輻射之理論分析，首先須探討結構之振動，進而探討音場分析，以下即對樑振動以及樑聲音幅射作簡略描述。

(一) 樑振動

一長 L 之簡支樑，如圖 1，其運動方程式，如下：

$$E_b I \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho_b b t_b \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = P(x, t) \quad (1)$$

- E_b : 樑之楊氏係數；
- I : 轉動慣量；
- ρ_b : 樑的密度；
- t_b : 樑的厚度；
- b : 樑的寬度；
- $P(x, t)$: 作用外力；

如為簡支樑其邊界條件如下：

$$M(0, t) = M(L, t) = E_b I \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (2)$$

$$w(0, t) = w(L, t) = 0 \quad (3)$$

當考慮自由振動分析，即 $P(x, t) = 0$ ，可求得自然頻率：

$$\omega_n = (n\pi)^2 \sqrt{\frac{E_b I}{\rho_b b t_b L^4}} \quad (4)$$

若樑受到一諧振點力其振動響應如下：

$$w(x, t) = e^{i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} W_n \sin \alpha_n x \quad (5)$$

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{L} \quad (6)$$

$$W_n = \frac{P_n}{\rho_b b t_b (\omega_n^2 - \omega^2)} \quad (7)$$

$$P_n^f = \frac{2F}{L} \sin \alpha_n x_f \quad (8)$$

- ω : 激振頻率；
- α_n : Modal 的數目；
- P_n : Modal 之力量；
- x_f : 諧振點力的位置；
- $P(x, t)$: 力的函數；
- $\delta(x)$: Delta 之函數，代表點力之位置。

(二) 樑聲音幅射

受諧振點力作用之遠場輻射聲壓可由雷利積分 (Raileigh Integral) 推導之 [1]，遠場之聲壓表示式如下：

$$p(r, \theta, \phi, t) = e^{i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} W_n q_n \quad (9)$$

$$q_n = -i\omega \frac{\rho c b}{\pi \alpha_n} \frac{\kappa e^{-i\kappa r}}{2r} \left[\frac{1 - (-1)^n e^{-i\alpha}}{1 + (\alpha/n\pi)^2} \right] \left[\frac{1 - e^{-i\beta}}{\beta} \right] \quad (10)$$

$$\alpha = \kappa L \sin \theta \cos \phi \quad (11)$$

$$\beta = \kappa b \sin \theta \sin \phi \quad (12)$$

三. 有限元素模型

進行有限元素分析必須架構有限元素模型 (Finite Element Model)，首先建立幾何模型 (Geometry Model)，包括元素的建立，自由度的選擇，幾何架構，再進一步設定適當的邊界條件 (Boundary Condition)，如位移限制 (Displace Constraint)，受力情形等，以下則就幾何模型及邊界條件之設定說明屏障簡支樑在 ANSYS 軟體之有限元素模型。

表二：元素之自由度，{3}，{4}

元素型式	自由度設定
1	UX, UY, UZ, PRES.
2	UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ, PRES.
3	UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ, PRES.

(一) 幾何模型

幾何模型包含有分析體之外型，尺寸，材質特性，分析型式，使用元素之種類等，皆為作有限元素分析必要提供條件。

在此所分析之彈性體為屏障簡支樑 (Baffled Simply-Supported Beam)，樑之長度為 380mm，寬度 40mm，厚度 2mm，如圖一所示。

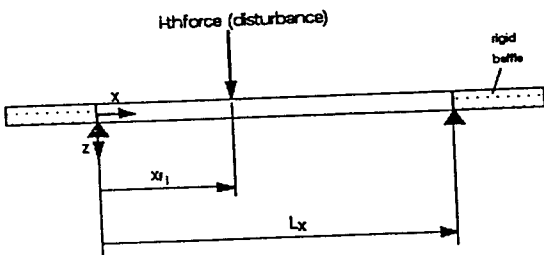
表一至表三顯示幾何模型在 ANSYS 軟體中之詳細資料。本有限元素模型用了三種元素型式 (Type)，分別用了 STIF30 (Acoustic Fluid Element) 及 STIF63 (Quadratic Flat Shell Element)，此兩元素均為三度空間結構，其自由度如表二，UX, UY, UZ 表示三個方向位移自由度，ROTX, ROTY, ROTZ 表示三個旋轉自由度，PRES 表示聲壓之自由度，在 ANSYS 軟體設定之 KEYOPT，如表三，其中在 TYPE 三之 KEYOPT(2) 為 1，表示結構不與空氣元素接觸。

表三：元素在 ANSYS 之 KEYOPT 設定

元素型式	STIF	KEYOPT(1-9)
1	30	000 000 000
2	63	000 000 000
3	30	010 000 000

材料性質 (Material Properties) 與相關實數參數 (Real Constant)，如表四，分別設定密度 (DENS)，空氣中音速 (VISC)，蒲松比 (NUXY)，楊氏係數 (EX)，ANSYS 軟體之設定方式如附錄。

表五顯示有限元素模型之統計資料，圖二顯示有限元素模型之幾何分割情形，圖三顯示有限元素模型之元素型式分佈情形，合計元素型式 1，如圖三黑影部份，使用 16 個元素，有 68 個節點 (Node)；型式 2，如圖三最淡部份，使用 8 個元素有 18 個節點；型式 3，如圖三最黑部份，使用 112 個元素有 272 個節點。總計 136 個元素，以及 306 個節點，其中有 52 個節點被不同型式元素所共有。



圖一：系統圖

表一：元素名稱及節點數

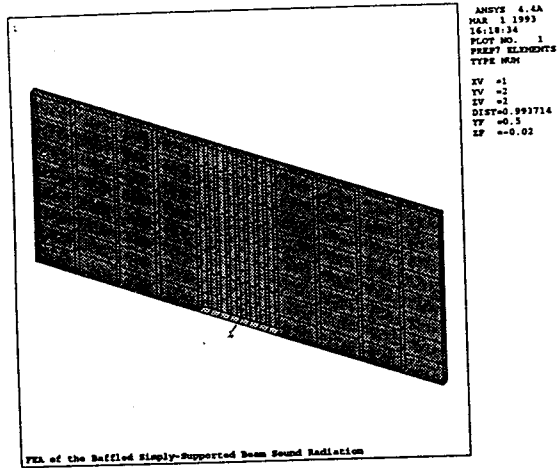
Mode	STIF	節點數	備註
1	30	8	與結構接觸者
2	63	4	屏障簡支樑
3	30	8	與結構不接觸

表四：材料性質與實數參數設定

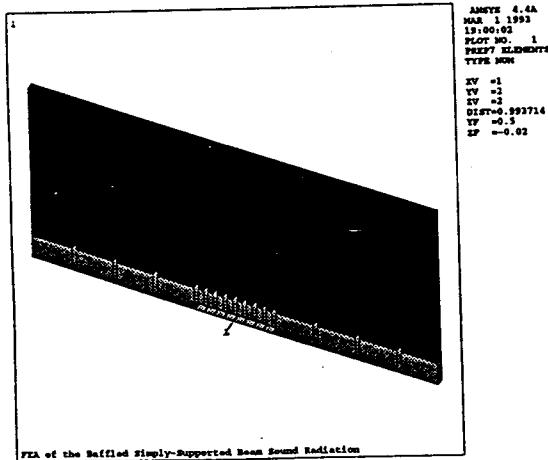
	STIF 30	STIF 63
DENS. (kg/m ²)	1.21	7870.00
VISC. (m/s)	343.00	
NUXY.		0.30
EX. (N/m ²)		207X10 ⁹

表五：元素與節點之數目

元素型式	STIF	元素數目	節點數目
1	30	16	68
2	63	8	18
3	30	112	272
總計	3	136	306



圖二：有限元素模型之元素分割圖



圖三：有限元素模型之元素型式分佈圖

由於 ANSYS軟體採用波前求解器 (Wave front Solver)，因此，波前數 (Wavefront) 決定了求解時間。本有限元素模型最大波前數為 104；活動自由度 (Active Degree of Freedom) 為 478；最小平方 (R.M.S.) 波前數為 63.2；本 FEM (Finite Element Modal) 以 ANSYS 4.4A 版在 486個人電腦12

MB記憶體執行，求解時間需約30分鐘。

(二) 邊界條件

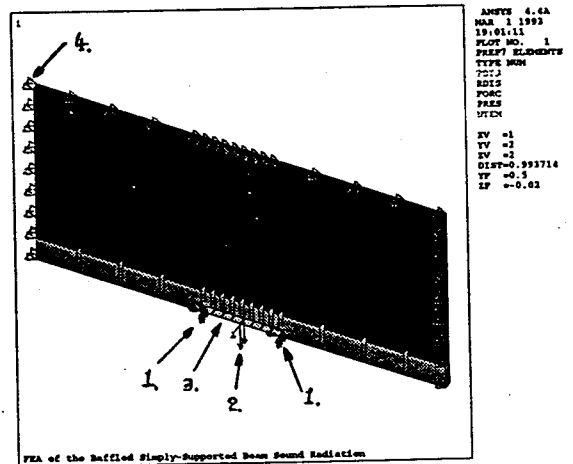
屏障簡支樑聲音幅射之有限元素分析所需之邊界條件含有樑的位移 (D)，壓力 (P)，點力大小 (F) 及施力位置，邊界壓力 (NT) 等值之設定。

1. 位移限制：

簡支樑之兩端節點僅可在 Z 方向自由旋轉，因此，在樑之兩端的節點，必須將 UX，UY，UZ，ROTX，ROTY 設定位移為零，如圖四之 1。

2. 點力大小與位置：

假設在樑之中點受一點力 1 N 向下，因此，在有限元素模型，可將此 1 N 力均勻分佈於中間兩個節點分別為 0.5 N 向下，如圖四之 2。當進行第二個模態激振時，點力係作用於樑四分之一長度之位置。



圖四：有限元素模型之邊界條件

3. 空氣介質與結構元素之連接設定：

STIF30和STIF63接觸之節點，也就是結構元素與空氣介質元素連接之節點，必須設定連結，如圖四之 3。

4. 空氣自由邊界：

由於系統假設為自由輻射聲場，在STIF 30之邊界節點其聲壓壓力梯度應為零，因為ANSYS軟體能力限制，本文假設邊界點之壓力為零，以模擬遠處自由聲場，如圖四之4。

四. 數值分析結果與討論

本節探討以前述有限元素模型在 ANSYS 分析之結果作說明，並與理論分析結果作比較；分別以自然頻率，樑之位移分佈以及聲場聲壓分佈作比較，並考慮激振頻率為32，132，289Hz分別接近樑之第一，二和第三模態之自然頻率。

(一) 自然頻率比較

表六顯示理論與有限元素分析求得前三個模型之自然頻率，第一個自然頻率，理論與有限元素分析僅 0.6% 誤差；第三個自然頻率也只有3.74%，因此，可斷定所建立之有限元素模型相當正確，可進一步做不同頻率激振下之樑位移與聲場聲壓分佈之比較。

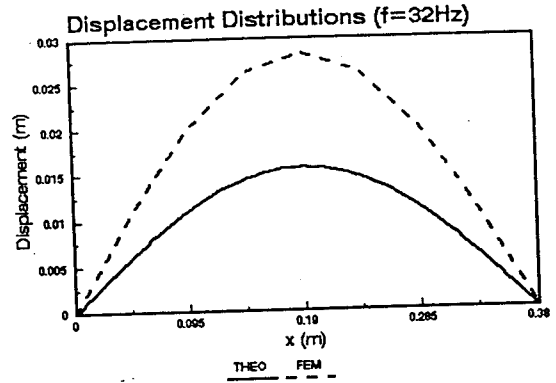
表六：屏障筒支樑之自然頻率比較

Mode	頻率(Hz) (理論)	頻率(Hz) (FEA)	誤差 (%)
1	32.2099	32.0094	0.6225
2	128.8397	132.0	2.3941
3	289.8894	301.1530	3.7402

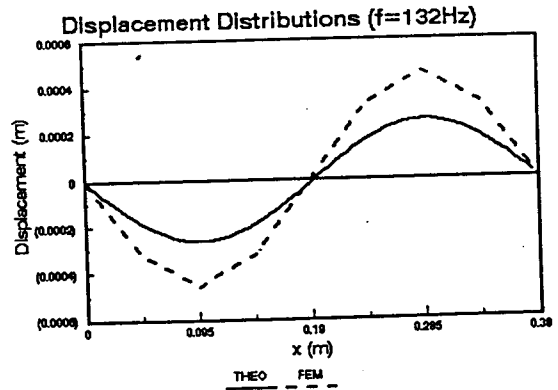
(二) 樑位移之比較

圖五至圖七分別顯示由有限元素分析與理論分析在三個不同頻率32，132，289Hz 激振時之樑位移響應，分別如預期之響應。第一個模態呈正向位移，在中點間有最大位移；第二個模態有一零點(Nodal Point)在樑中央；第三個模態則有兩個零點，由圖比較可看出，有限元素分析與理論分析呈相同

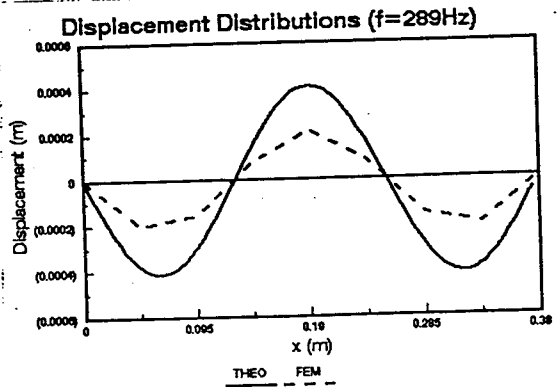
趨勢之響應，惟有位移量有所不同，此乃因有限元素分析與理論分析在自然頻率預測之差異，因此，在各個頻率激振時，會有不同程度之響應。對應於圖五至圖七之樑的最大位移顯示如表七和八。在此特別指出，在第三個模態激振，有限元素分析以 300Hz 激振，理論分析以 289Hz 激振。



圖五：樑理論與 FEA 之位移比較 (32Hz)



圖六：樑理論與 FEA 之位移比較 (132Hz)



圖七：樑理論與 FEA 之位移比較 (300Hz)

表七：屏障筒支樑之理論UY位移量

Mode	頻率(Hz)	UY位移量(mm)(理論)
1	32.0	-0.157114E-01
2	132.0	0.261343E-03
3	289.0	-0.409188E-03

表八：屏障筒支樑之有限元素UY位移量

Mode	頻率(Hz)	UY位移量(mm)(FEA)
1	32.0	-0.28268651E-01
2	132.0	0.46054526E-03
3	300.0	-0.21414335E-03

(三)聲壓分佈之比較

圖八至圖十分別顯示在三個不同激振頻率下之有限元素分析的聲壓分佈圖，圖八顯示聲壓分佈呈均勻狀，正如單極(Monopole)之響應，相對於理論之分析結果如圖十一所示之實線，為在遠場距離 1 m 時之聲壓大小指向圖，可發現理論及有限元素分析預測之聲壓分佈有同樣之趨勢。

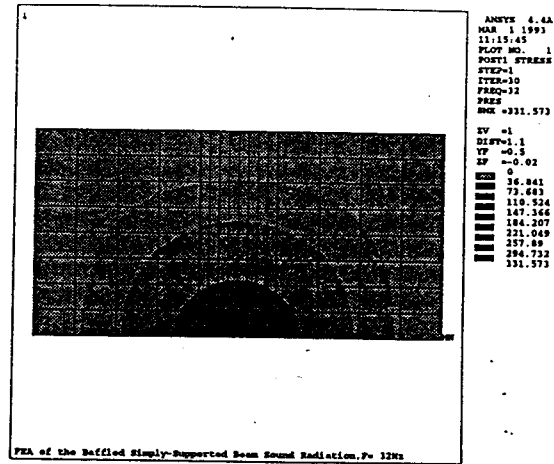
同時，圖九顯示有限元素分析之第二個模態激振的聲壓分佈圖，左半邊為正壓力，右半邊為負壓力，在中間地帶呈一轉折區，正如一個二極(Dipole)之響應；而圖十一虛線部份則為理論分析結果，兩者亦相當吻合。圖十為有限元素分析第三個模態分析之結果，在接近樑處呈正，負相位之變化，在遠場則如第一模態之聲壓分佈，此也與理論遠場聲音分佈有相同之趨勢。

五. 結論

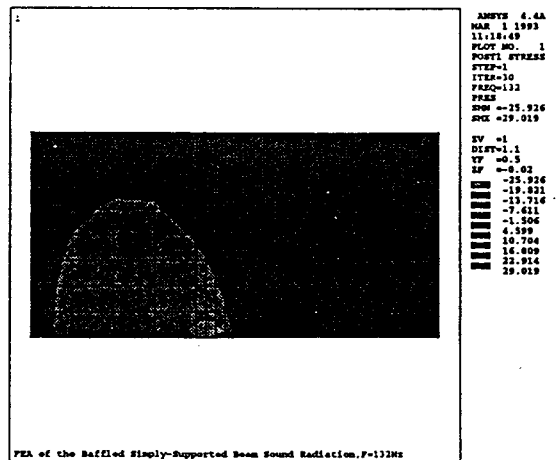
本文在使用 ANSYS 工具進行樑結構聲音輻射之有限元素分析，所解得的樑自然頻率值，位移變動曲線，及壓力分佈狀態與理論值相比較之結果，相當吻合。因此，ANSYS 有限元素分析軟體可以作為用來進行音場分析之適當工具。

未來除了可繼續對於其他幾何模型進行分析比較，亦可經由幾何模型之設計與邊界條件的調整，達到控制結構噪音的目標。

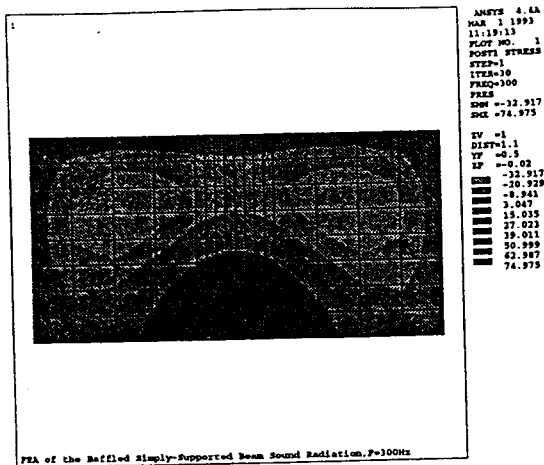
亦可貢獻於實際日常生活之聲場環境改善，如客廳，房間，音樂廳考慮有關聲音輻射問題之設計，消音器之研發改良，喇叭音響的安裝配置，結構噪音量的處理控制，及結構材質的選擇等，增加空間中音效之控制，聲音輻射分佈的了解，將有其貢獻之力。



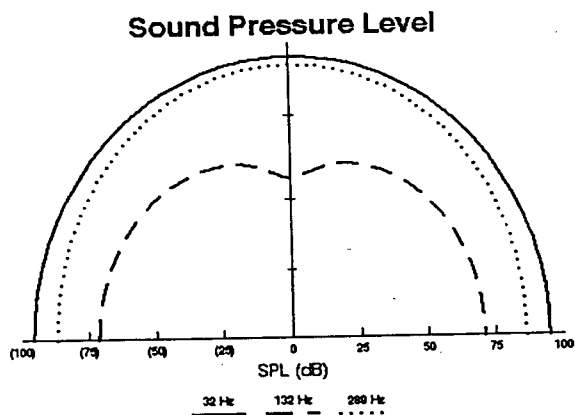
圖八：FEA樑聲音輻設之聲壓分佈圖 32Hz



圖九：FEA樑聲音輻設之聲壓分佈圖 132Hz



圖十：FEA樑聲音輻設之聲壓分佈圖300Hz



圖十一：理論樑聲音輻射之聲壓指向圖

六. 參考資料

1. Wang, B.T., 1993, "The Performance of Accelerometers, Microphones and PVDF Sensors in Active Structural Acoustic Control.", 第十七屆力學會議, 論文集, PP.205-212.
2. Imgrund, M.C. and D.F. Ostergaard, 1990, "VM177: Natural Frequency of a Submerged Ring.", ANSYS Engineering Analysis, System Verification Manual, Swanson Analysis Systems, Inc. PP.177.1-177.5.
3. DeSalvo G.J. and R.W.Gorman, 1989, "4.30 3-D ISOPARAMETRIC ACOUSTIC FLUID.", ANSYS Engineering Analysis System User's Manual, Swanson Analysis Systems, Inc. PP.4.30.1-4.30.4.
4. DeSalvo G.J. and R.W.Gorman, 1989, "4.63 ELASTIC QUADRILATERAL SHELL." ANSYS Engineering Analysis System User's Manual, Swanson Analysis Systems, Inc. PP.4.63.1-4.63.5.

七. 附錄：(Appendix)

以下為執行此屏障簡支樑聲音輻射之有限元素分析 ANSYS軟體的完整程式。

```

/PREP7
/TITLE,FEM of the Baffled Simply-Supported Beam Sound Radiation
C*** REF. "FINITE ELEMENT SOLUTION OF FLUID STRUCTURE
C*** INTERACTION PROBLEMS" SCHROEDER & MARCUS
C*** SHOCK & VIBRATION SYMPOSIUM, SAN DIEGO, 1994, 4,11
C*** A:\PAPER-L (in:RING,*.DAT) for boundary condition
KAN,3
ET,1,30
C
ET,2,63
ET,3,30,,1
R,2,0.002
C
MP,DENS,1,1.21
MP,VISC,1,343
MP,EX,2,207.E9
MP,DENS,2,7870
MP,NUXY,2,0.3
/VIEW,0,1,2,2
C * /PNUM,KPOI,1
/PNUM,NODE,1
c *N,1,-0.38
N,1,1,0
N,9,1,1
FILL
C
NGEN,5, 10, 1, 9,1,-0.2025,0,0
C
C
C
C
NGEN,9, 10, 41,49,1,-0.0475,0,0

```

```

NGEN,5, 10,121,129,1,-0.2025,0,0
NGEN,2,200, 1,200,1, 0,0,0,-0.04 * DEFINE UPPER PLANE OF NODES
C
C * 2: Z-direct, NO.:+200, nodes to be copied
C * ara 1 through 200 in steps of 1
C * distance from x=0, y=0, z=-0.04
NPLOT
c **/PNUM,ELEM,1
E,1,201,211,11,2,202,212,12
EGEN, 8, 1,-1
C
EGEN,16,10,-8
C
C *EPLLOT
TYPE,2
REAL,2
C
MAT,2
C
E,41,241,251,51
EGEN,8,10,-1
C
/PBC,ALL,1
NSEL,Y,0,0
C
C
C
C * ( SYMDC,KCN,NORMAL,LOCAT,TOLER)
C * KCN = 0: coordinate system
C * NORMAL:
C * 0,1 Surface is normal to X axis in coordinate system KCN
C * 2 Surface is normal to Y axis in coordinate system KCN

```

```

C * 3 Surface is normal to Z axis in coordinate system KCN
c *NPLOT
c *SYMB,0.2
ENODE
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
C
EINV
C
TYPE,3
REAL,1
MAT,1
EMODIF,ALL
C
C
NALL
EALL
C
EPLOT
P,41,241,1,0,,111,10,251,51
C
C
C
C
C
C
C
C
NT, 1,PRES,0,0,, 9, 1
C
C
NT,201,PRES,0,0,,209, 1
NT,161,PRES,0,0,,169, 1
NT,361,PRES,0,0,,369, 1
NT, 9,PRES,0,0,,169,10
NT,209,PRES,0,0,,369,10
c **NT, 1,PRES,0,0,, 21,10
c **NT,101,PRES,0,0,,121,10
c **NT, 61,PRES,0,0,, 81,10
c **NT,161,PRES,0,0,,181,10
D, 41, UX,0.0
c
c
c
D, 41, UY,0.0
D, 41, UZ,0.0
D, 41,ROTX,0.0
D, 41,ROTY,0.0
D,121, UX,0.0
D,121, UY,0.0
D,121, UZ,0.0
D,121,ROTX,0.0

```

- * SELECT ONLY ELEMENTS NOT TOUCHING
- * STRUCTURE
- * (ENODE,EKEY)
- * ENODE selects element connected to
- * the selected set of nodes.
- * EKEY:
- * 0 An element will be selected if
- * any of its nodes are in the selected
- * nodal set.
- * 1 An element will be selected only if
- * all of its nodes are in the selected
- * nodal set.
- * interchanges selected and
- * unselected sets, invert
- * full Harmonic Resp.

- * CHANGE ELEMENT TYPE TO TYPE 3
- * node numbers identifying additional
- * element faces
- * restore all nodes for processing
- * reactivates all elements, restore
- * all nodes for processing

- * COUPLE STRUCTURAL MOTION & FLUID
- * PRESS.
- * define pressures using nodes to
- * identify element faces
- * first start node NO. 41,241: value=1.0
- * end start node NO.111, increment 10
- * first end face 251, 51
- * SET PRESSURE AT OUTER RADIUS TO ZERO
- * start node NO. 1; pressure value=0
- * end node NO. 9, increment 1

- * specified displacements
- * Defines displacements at nodes
- * start node NO.21, direct: UX
- * displacements value: 0.0

```

D,121,ROTY,0.0
D,241, UX,0.0
D,241, UY,0.0
D,241, UZ,0.0
D,241,ROTX,0.0
D,241,ROTY,0.0
D,321, UX,0.0
D,321, UY,0.0
D,321, UZ,0.0
D,321,ROTX,0.0
D,321,ROTY,0.0
c *D, 7,ALL,0.0
F, 81,FY,-0.5
C
C
C
F,281,FY,-0.5
c *NSEL,NODE, 1, 4
c *PSF,0,Y,..0
HARFRQ,30,34
c
c
ITER,60,0,1
AFWRITE
FINISH
/INPUT,27
FINISH
c **/POST1
c **SET,1,30
c **PLNSTR,PRES
c **FINISH
c */post1
c *set,1,30
c *plnstr,pres
c *plpath,1,81,uy
c *plpath,1,81,pres
c */show,a:\ml
c *plnstr,pres
c *plpath,1,81,uy
c *plpath,1,81,pres
c */show,vga
c *finish
c */post26
c *disp,2, 1,uy
c *disp,3,21,uy
c *disp,4,41,uy
c *disp,5,61,uy
c *disp,6,81,uy
c *plvar,2,3,4,5,6
c */show,a:\ml-fre
c *plvar,2,3,4,5,6
c *finish

```

- * EXCITE THE EVEN MODES OF VIBRATION
- * defines forces or moments at nodes
- * node NO.6, force direct: Y
- * force value = -0.5

- * SELECT FREQUENCY RANGE
- * Mode 1: HARFRQ,30,34
- * Mode 2: HARFRQ,125,139
- * Mode 3: HARFRQ,290,310
- * defines NO. of frequency points

Finite Element Analysis of
The Baffled Simply-Supported Beam
Sound Radiation

Shoa-Ru Ho

Department of Mechanical Engineering
National Pingtung Polytechnic Institute

Abstract

This paper presents the use of ANSYS, a finite element application software, for the analysis of structural sound radiation. A simply-supported beam with infinite rigid baffle is assumed to be disturbed by a harmonically excited point force. This paper successfully applies ANSYS to solve the structural sound radiation problem in comparison with the theoretical results. The natural frequency, beam displacement and sound pressure distributions are determined and compared. A fairly satisfactory results are obtained. This work demonstrates the application of ANSYS to the analysis of structural sound radiation and can be extended for sound radiation compare, as well as other acoustic analysis.