

高爾夫球桿振動品質指標之探討

學生：劉健烽 黃必偉 劉立晟

指導老師：王柏村 教授

國立屏東科技大學

摘要

本文主要是利用有限元素分析及實驗模態分析來對三種不同之單獨高爾夫球桿：分別為大田精密股份有限公司所提供之鐵桿及編號分別為 R 與 S 之碳纖維球桿，進行球桿材料性質的測定，並以有限元素對所求得的材料性質作最佳化分析；首先利用有限元素軟體以樑元素架構來建立碳纖維桿的有限元素模型，以進行有限元素分析，求得其模態參數，並對真實碳纖維球桿進行模態實驗分析，以求得球桿自然頻率響應函數及模態參數：包括自然自然頻率、阻尼及振形，然後以實驗求得的數據為主，對理論分析的有限元素模型進行修整，以確認有限元素模型之正確性，之後再進行簡諧分析求取理論自然頻率響應函數，並與實驗模態分析求得的自然頻率響應函數進行比較驗證，最後得到一個和實際狀況互相符合的有限元素模型，此有限元素模型可視為碳纖維桿之實際模型，並由碳纖維桿之結果與鐵桿做比較得知，碳纖維桿之楊氏係數皆較小，阻尼比較高，由此可得知兩種不同材料性質之球桿之差異性，並可將此法作為其它種類球桿以後做分析之參考；至於球頭甜蜜區方面，則是對一高爾夫球鐵桿做實驗模態分析（modal analysis），以求得球桿之自然頻率響應函數及模態參數，包括自然自然頻率、振型、阻尼及節點位置，經由節點位置以界定球頭甜蜜區之範圍。在實驗模態分析中，首先利用衝擊錘對高爾夫球桿產生激振，再利用加速度計作感測器，分別置於握把處及球頭後方，量取球桿結構之振動特性。經由實驗分析所得之振型圖顯示，甜蜜區位於打擊面中央上方。本次專題提供高爾夫球頭設計者判斷甜蜜區範圍的方法之一，亦可建立球桿操作性之評鑑方法。

一、前言

近年來全民運動風氣的逐漸盛行，在競技場上的競爭也愈來愈激烈，造成運動器材的需求及要求也愈來愈講究；運動器材除了要能提供舒適，並且也要提供保護的作用，所以應加強於運動科學的研究。就高爾夫球運動歷史悠久而言，在球具上的進步未曾間斷過，以攸關射程發球射程為例，由傳統的鐵桿配上實體木製球頭，演變為碳纖維桿搭配鈦合金球頭，其射程亦由二百餘碼大幅提昇至近四百碼，大大的提升了競賽成績。

我國體育用品製造業快速發展，業者先後引進國外先進生產技術，並大量接受國際著名品牌體育用品之委託製造（OEM）訂單，從而奠定了我國在國際體育用品市場上重要供應國地位。我國高爾夫用品廠除為各著名品牌 OEM 代工生產外，同時慢慢轉型為 ODM（或自創品牌）致力於外型設計以及各種材質產品之開發並努力拓銷自有品牌產品。

就高爾夫球頭與球桿之設計製造的研發工作，應有幾項重點：1.材料素材：包括球桿材質早期如鐵桿、鋁桿到碳纖維桿等，球頭材質如鈦合金、不鏽鋼、鐵鋁錳等，都在增加高爾夫球桿的性能，如高強度、高韌性、重量輕。2.加工製造方法：從傳統鑄造、精密脫蠟鑄造、高溫高壓加工等朝向產量多、不良率低、降低成本等方向改進。3.設計方法：從早期代工到現在慢慢自創設

計品牌。4.設計分析能力：球桿振動特性之分析、球頭甜蜜區分析等各種設計分析考慮已逐漸受到製造廠商的重視，但為現在我國產業最缺乏的能力。

國內、外對於高爾夫球桿等也有相關的文獻探討，邱佑宗 [1]高爾夫球頭甜區計算，此報告採用向量及動力學分析高爾夫球與球頭撞擊之行為。文章中定義許多數學模型，並計算兩者碰撞後之速度，角速度變化，作者也考慮了高爾夫球體表面坑洞(dimple)於空氣中飛行所受的影響。最後再以高爾夫球頭的射程、能量來定義高爾夫球頭甜區之所在。Twigg and Butler [2]此報告述說如何利用實驗來求得質量慣性矩的新方法，並可經由實驗量測求得更精確且更符合時代潮流，報告中的試驗品(是從一質心至另一質心)來獲得之結果，比起傳統利用細繩所懸掛求取質量慣性矩更精確。且此方法有助於物體更新時的計算及電腦的分析。報告中指出，所測得出之質量慣性矩誤差在計算誤差之 1% 之內。慣性矩也常被用於研發一同等質量系統之物件，其可描述正確地動態特性。Swider et al. [3]此研究報告是以鐵球頭和複材球桿來加以分析探討。經由實驗部份，可以得到其扭力並修正適當的位移條件，以得到其自然自然頻率及振形，進而設計對使用者較舒適的球桿。Hockell et al. [4]使用有限元素分析分析並以非接觸式雷射振動儀及電子光束干涉技術求得空心高爾夫球頭之振動模態特性，驗證其分析所得之結果。Wicks et al. [5]應用振動模態分析技術，由球桿之振動模態、聲音模態及結構阻尼，來探討比較鑄造與鍛造球頭之差異性。Merkel and Blough [6]則應用模態分析技術得到球頭之模態振型，同時也探討擊球點在甜蜜區與非甜蜜區，握把、球頭之振動自然頻率響應，以瞭解揮擊過程之能量損失情形。Wicks et al. [7]也以衝擊錘作用於球頭，並量測握把處之加速度，以到自然頻率響應函數，再擷取球頭之模態振型，也得到如 Merkel and Blough [6]之似結論。Okbuo and Simada [8]運用 CAE 以三種不同的邊界條件來分析高爾夫球桿，包括進行模態測試、甜蜜區的定義及擊球時衝擊力之測試。Friswell et al. [9]架構高爾夫球桿的有限元素模型的修正，以建立一個高爾夫球桿有限元素模型。王柏村與黃瑞光 [10]主要對一高爾夫球鐵桿分別做有限元素分析及模態實驗分析，分別求球桿自然頻率響應函數及模態參數，再進行驗證探討有限元素模型的適應性。

本文對球頭打擊面『甜蜜區(sweet spot)』作進一步分析及探討分佈的範圍。所謂甜蜜區之意涵為：球頭打擊面中央區域，能使擊球射程最遠、震手程度最小舒適度之點，因握把處感覺的舒適與否關係著擊球員振動大小，而振動能量勢必是由擊球員的手臂所吸收，因此必需充分的瞭解握把處的振動特性，並針對此振動特性加以設計以降低振動的影響。而就操作性穩定的球頭其甜蜜區範圍亦相對的增大許多，即使擊球點稍有偏差，也不致使擊球後球體飛行方向偏離過大。但一般甜蜜區之界定多僅止於擊球者之手感，而未見定量化之研究文獻。所以本文研究之重點，即在於如何藉由球頭在實驗模態分析求得甜蜜區之範圍。

而單獨球桿則是應用振動模態分析技術，包括實驗模態分析及有限元素分析，分別對三種球桿(大田精密股份有限公司所提供之鐵桿及編號分別為 R 與 S 之碳纖維球桿)進行球桿的材料性質的測定，並以最佳化分析求得球桿之材料性質 E ，探討三種不同高爾夫球桿振動特性，以提供碳纖維球桿振動分析之模型及其材料性質之特性，為後續其他分析之必要過程。

二、問題定義與分析目標

1. 問題定義：

(1) 單獨球桿之材料性質之測定：

本文採用大田精密股份有限公司所提供之三種不同球桿(大田精密股份有限公司所提供之鐵桿及編號分別為 R 與 S 之碳纖維球桿)，其各桿之材料性質如表一。

表一、各桿之材料性質

球桿編號	鐵桿	桿S	桿R
材質	鐵	碳纖維	碳纖維
總長(mm)	1040	990	990
桿最大外徑D(mm)	15.3	15	14.6
桿最大內徑d(mm)	14.6	12	12.5
桿最小外徑D(mm)	9	9.3	8.8
桿最小內徑d(mm)	8.2	4.7	4.5
桿重(g)	130.8	81.4	75.7
桿密度(kg/m ³)	9122.54	1375.6	1566.5

(2)球頭甜蜜區之分析：

本文採用 7 號鐵桿之球頭分析甜蜜區為目標。表二為球桿之各段尺寸及材料性質。

表二、材料性質

7 號 鐵 桿	
材質	
總長 L (mm)	920
握把長 L1 (mm)	259
L2 (mm)	628
L3 (mm)	33
球頭長 H (mm)	85
球頭厚度 b1 (mm)	10
球頭厚度 b2 (mm)	10
球頭寬度 h1 (mm)	32
球頭寬度 h2 (mm)	50
H 之楊氏係數 E (N/m ²)	2.10E+11
H 之密度 D (kg/m ³)	7750
球頭重 (g)	258.9
桿重 (g)	74.4

2.分析目標：

(1)單獨球桿之材料性質之測定：

求得球桿支材料性質：楊氏係數 E ；做法是以有限元素分析進行模態分析求取模態參數，並與實驗模態分析所求取球桿之模態參數進行比較驗證，包括自然自然頻率、振型、阻尼比，確定有限元素分析模型之正確性。並探討碳纖維球桿之材料性質：包括楊氏係數及因不同材料性質所影響造成的振動特性，並與鐵桿比較其間之性質差異，並以最佳化分析求得球桿之材料性質。

(2)球頭甜蜜區之分析：

本文主要是以實驗模態分析所求取球桿之模態參數和自然頻率響應函數，再由曲線嵌合得到自然自然頻率、振型、阻尼比，由振型特性來探討高爾夫球頭甜蜜區之位置，進而求得球頭接的節點位置，以界定球頭甜蜜區之所在。

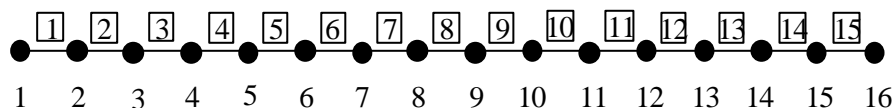
三、分析方法

(1)單獨球桿之材料性質之測定：

整體流程如圖一，為首先利用有限元素軟體以樑元素架構來建立碳纖維桿的有限元素模型，以進行有限元素分析，求得其模態參數，並對真實碳纖維球桿進行模態實驗分析，以求得球桿自然頻率響應函數及模態參數：包括自然自然頻率、阻尼及振形，然後以實驗求得的數據為主，對理論分析的有限元素模型進行修整，以確認有限元素模型之正確性，之後再進行簡諧分析求取理論自然頻率響應函數，並與實驗模態分析求得的自然頻率響應函數進行比較驗證，最後得到一個和實際狀況互相符合的有限元素模型

(a)有限元素分析：

本文採用 ANSYS 軟體對三種不同球桿進行有限元素分析。其架構圖如圖二，首先架構球桿有限元素模型，因球桿為圓錐體為方便架構有限元素模型故簡化成圓體以樑元素架構。將球桿區分為十五段，將各段之大小直徑平均作為所架構元素之外徑。所使用元素形式為三維樑元素 (beam4) 來架構有限元素模型。結構之分割在球桿部份為等份 16 個元素，位移限制採用球桿兩端皆為 free-free 的方式。進行模態分析(modal analysis)求取模態參數，並將分析所得結果與實驗模態分析所得結果作比較，以求得到一個和實際狀況互相符合的有限元素模型，並得到其材料性質包含：楊氏係數、密度，並對所求得的材料性質作最佳化分析。



圖二、有限元素架構圖

(b)實驗模態分析：

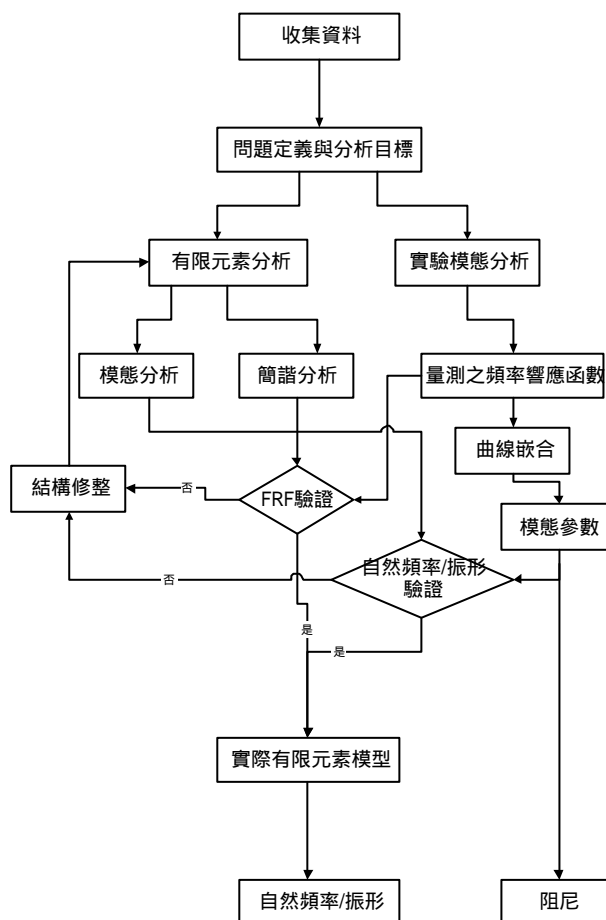
本文的實驗架構情形如圖三所示，首先將衝擊錘用導線接於訊號分析儀之 A 輸入模組，其次再將加速度計用導線經過電荷放大器接於訊號分析儀之 B 輸入模組，再透過 IEE-488 介面將訊號分析儀與個人電腦相連接。其實驗的動作原理為，利用衝擊錘對高爾夫球桿激振，利用加速度計作感測器，量取結構之響應訊號，經過電壓放大器將訊號傳入雙頻道訊號分析儀，由訊號分析儀對輸入之訊號作快速傅立葉轉換，求得球桿的自然頻率響應函數和關聯連性函數，最後再將所

得到的自然頻率響應函數傳入 CADA-PC 軟體作曲線嵌合(curve fitting)工作，則可得到球桿模態參數，即自然自然頻率、阻尼比和振型等。本實驗所使用之實驗儀器及其型號如表三。

表三、使用之儀器一覽表

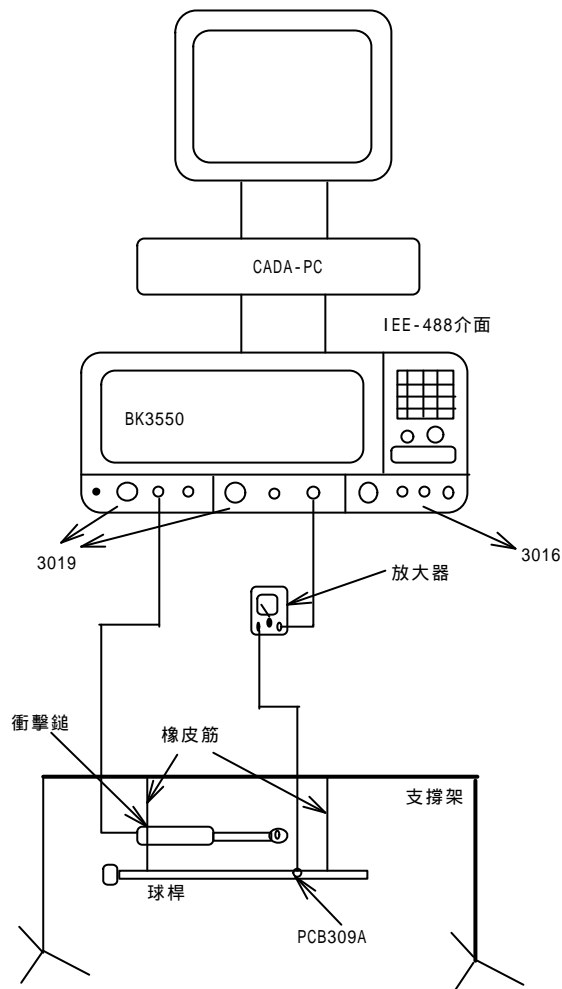
儀器名稱	型號
雙頻道訊號分析儀	BK 3550
衝擊槌	BK 8202
加速度計	PCB 309A
加速度計之電荷放大器	PCB 480E09
曲線嵌何軟體	LMS CADA-PC

實驗過程中，首先須完成 BK 3550 訊號分析儀設定，頻寬設為 0~800Hz，解析條數為 800 條，本實驗驅動器因使用衝擊槌，所以加Transient 加權函數，在感測器之加速度響應加 Exponential 加權函數。

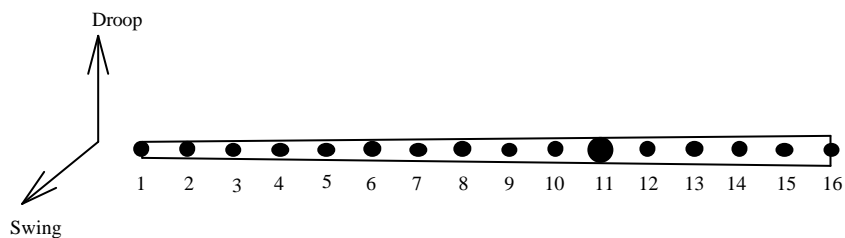


圖一、碳纖維球桿基本振動特性及有限元素模型之驗證

實驗模態分析之方式是固定衝擊錘擊的位置移動加速度計。以固定敲擊在球桿等份劃分的16個測試點中的第11點，見圖三，而移動加速度計在球桿上的每一測試點，由量測出的響應經由訊號放大器傳入訊號分析儀作分析，即可得到16組自然頻率響應函數，再將之傳入CADA-PC軟體作曲線嵌合，以求取球桿的模態參數。分別對droop及swing平面進行完整之模態測試。



圖三、模態實驗架構圖



圖四、高爾夫球桿分割之狀況

(c)最佳化分析：預期利用有限元素分析中的最佳化分析來驗證所求得的材料性質是否相互符合，或利用最佳化分析來求取最佳可行的材料性質以應用作為球桿實際製造時改進的一種參考依據，其設定條件為：

1. 目標函數：
$$= \sum_{n=1}^4 [(f_i^{\wedge} - f_i) / f_i]^2$$

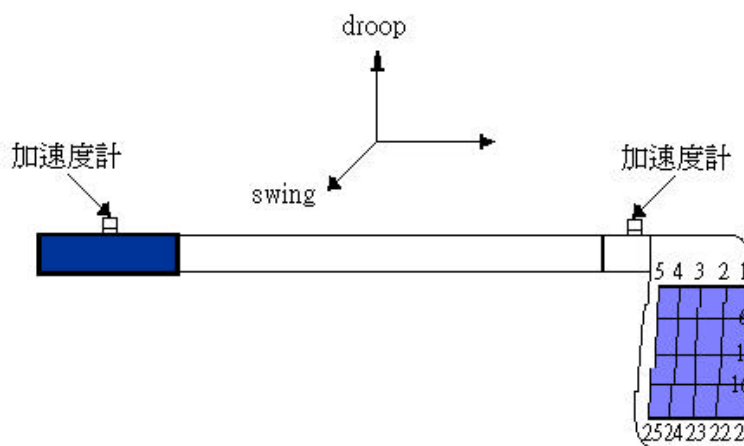
f_i^{\wedge} 實驗之自然自然頻率值

f_i =FEA 得到的自然自然頻率值

2.設計變數：楊氏係數值 E

(2)球頭甜蜜區之分析：

如圖五所示，將球頭球面分為 25 個敲擊點，而在進行敲擊實驗時是採用移動衝擊錘，固定加速度計的方式進行。實驗架構如圖三。本文將加速度計置於握把處及球頭後方分別對同一球頭之 droop 及 swing 兩方向分析，最後將實驗所產生 droop 及 swing 方向之振型加以分析，並將實驗出之自然頻率響應函數和模態參數，並利用軟體繪出立體等高線振型圖，方可觀察出節點位置，再從節點位置判別甜蜜區所在之區域。



圖五、高爾夫球桿

四、結果與討論

(1)球桿材料性質與分析

本報告將以球桿楊氏係數、阻尼、自然頻率與振型等來描述不同球桿材料性質的測定及其差異，分述如下：

1. 楊氏係數：經由架構高爾夫球桿的有限元素模型，並進行模態分析，以得到其不同材料性質的球桿之不同方向的自然頻率與振型後，再與實驗模態分析所得到的自然頻率與振型做比較，以修改所架構的有限元素模型，直到有限元素模型與實驗模態分析得到的自然頻率與振型相互符合，則便可找到各桿不同方向的楊氏係數值，其整理如表四，由下表可看出鐵桿、桿 S 及桿 R 的楊氏係數值其間不會相差太大，而兩碳纖維桿桿 S 及桿 R 各自的 swing 與 droop 方向的楊氏係數值也相差不大，經由詢問大田公司後，得知此兩碳纖維桿個別之 Swing 與 Droop 方向楊

氏係數值相差並不多，因此可得知此次實驗之正確性。

表四、各桿於不同平面之楊氏係數值

	鐵桿	桿S	桿R
Swing平面	2.03E+11	5.20E+10	5.60E+10
Droop平面	2.03E+11	5.25E+10	5.50E+10

註：楊氏係數值單位為 Pa (N/m³)

2. 阻尼：阻尼值越高表示球桿吸振能加越好，亦表示擊球時振動能量傳給高爾夫球著的會消對減少。由表五，I 鐵桿、桿 S 與桿 R 之阻尼比來看，鐵桿之值在 0.25~1.6 之間，而 swing 方向之阻尼比值桿 S 在 0.43~1.3、桿 R 在 0.46~1.4 之間，droop 方向之阻尼比值桿 S 則在 0.6~5.5 之間、桿 R 則在 0.4~3.3 之間，由此可看出碳纖維桿所能吸收之能量皆比鐵桿多，因此碳纖維桿在擊球時的振動將相對較少，而兩碳纖維桿在 droop 方向上又以桿 S 所能吸收的能量為多。

表五、各桿各方向之阻尼比

桿編號	鐵桿	桿S		桿R	
		Swing	Droop	Swing	Droop
1	1.608491	1.262806	5.432586	1.391108	3.102009
2	0.650707	0.48032	1.680964	0.677808	1.866856
3	0.384775	0.364579	0.784666	0.88321	0.62251
4	0.262714	0.428538	0.66868	0.467409	0.466951

3. 自然頻率：如表六，實驗模態分析所得自然頻率之比較，由於材料性質不同的關係，鐵桿與碳纖維桿之差異很大，而兩碳纖維桿由於無方向性，因此其各自 swing 及 droop 方向間之自然頻率變化不大，鐵桿其第一個自然頻率約在 63Hz 左右，第二個自然頻率約在 178Hz 左右，第三個自然頻率約在 351Hz 左右，第四個自然頻率約在 583Hz 左右；桿 S 其第一個自然頻率約在 80Hz 左右，第二個自然頻率約在 228~230Hz 左右，第三個自然頻率約在 449~450Hz 左右，第四個自然頻率約在 741~746Hz 左右；桿 R 其第一個自然頻率約在 76Hz 左右，第二個自然頻率約在 217~220Hz 左右，第三個自然頻率約在 424~432Hz 左右，第四個自然頻率約在 690~704Hz 左右。

表六、各桿各方向之自然自然頻率值

桿編號	鐵桿	桿S		桿R	
		Swing	Droop	Swing	Droop
1	63.28	80.71	80.62	76.19	76.52
2	178.24	228.41	230.54	220.46	217.59
3	351.92	449.33	450.43	432.6	424.53
4	583.28	741.55	746.5	704.52	690.52

4.振型：由實驗模態振型可見，兩支碳纖維桿本身製作成無方向性的特性得到驗證，而由結果可見，碳纖維桿的振型無論是 swing 或 droop 方向都和鐵桿相差不多，可知楊氏係數值稍低的碳纖維桿可依然吸收相同的能量。

由以上 MAC 探討、振型比對，得知此次的有限元素理論分析與實際狀況相當符合，所架構的有限元素模型也相當符合真實球桿，因此便可得到以下幾點結論：

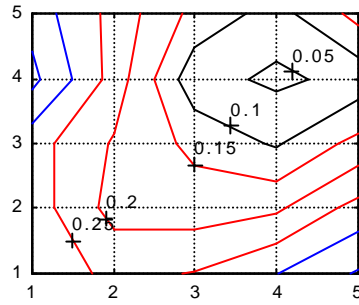
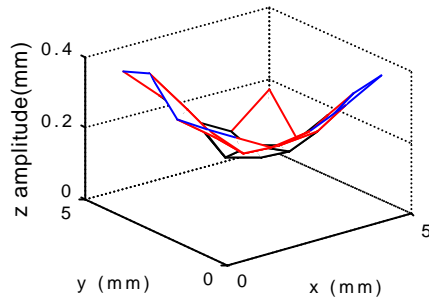
- (a) 碳纖維球桿的楊氏係數相較於鐵桿之下為低，位移振型卻與鐵桿相同。
- (b) 阻尼值則相對的偏高。
- (c) 碳纖維球桿之自然自然頻率則皆較鐵桿為高。

(2)球頭甜蜜區之分析：

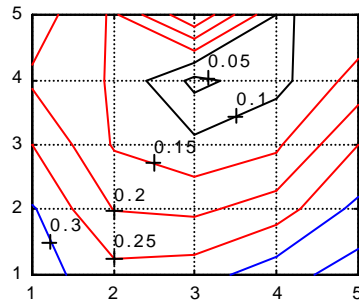
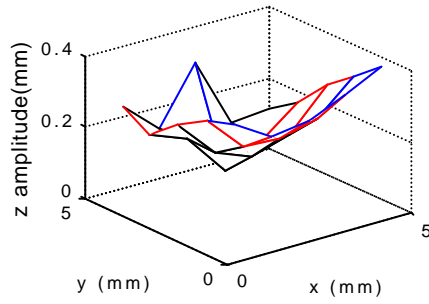
圖六、圖七為加速度計於握把處和於球頭後方之等高線振型分佈圖。其繪圖數據是由 swing 方向之位移量的平方加 droop 方向之位移量的平方開根號。由圖可觀察出振型之大小及範圍分佈。其甜蜜區位於打擊面中央上方，如圖八鐵桿球頭實體甜蜜區分佈。

五、結論

本文主要是利用有限元素分析來對三種不同之單獨高爾夫球桿(大田精密股份有限公司所提供之鐵桿及編號分別為 R 與 S 之碳纖維球桿)進行模態分析求取模態參數，並與實驗模態分析所求取球桿之模態參數進行比較驗證，包括自然自然頻率、振型、阻尼比，確定有限元素分析模型之正確性。並探討碳纖維球桿之材料性質：楊氏係數，因不同材料性質所影響造成的振動特性，並與鐵桿比較得知，碳纖維球桿的楊氏係數相較於鐵桿之下為低，位移振型卻與鐵桿相同，阻尼值則相對的偏高，而碳纖維球桿之自然自然頻率則皆較鐵桿為高，並以有限元素對所求得的材料性質作最佳化分析。結果顯示有限元素分析模型所得結果與球桿實體實驗所得之數據有相當程度吻合。並藉由球桿楊氏係數、阻尼、自然頻率與振型等來描述不同球桿材料性質的測定，由上可見，碳纖維球桿的楊氏係數都較鐵桿為低，而阻尼則較鐵桿為高；而由於對鐵桿之材料性質的最佳化分析未能進行成功，尚為可惜，否則便可有理論的最佳數據得以和實際相比較，此外，以後有限元素之模型架構，應嘗試以 Solid 實體元素與 Shell 殼元素進行架構，以比較不同元素之架構，所得結果之相異性為何，至於球頭甜蜜區方面，其結果顯示，高爾夫球桿之自然自然頻率於 swing 方向皆大 droop 方向，且其自然自然頻率越小其阻尼比越大，阻尼比越大表示球桿吸收振動特性更好，振動能量傳給高爾夫球者的亦相對減少。本文就高爾夫球頭甜蜜區之分析，提供高爾夫球頭設計者判斷甜蜜區範圍的方法之一，亦可建立球桿操作性之評鑑方法。

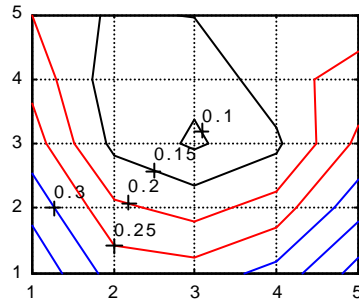
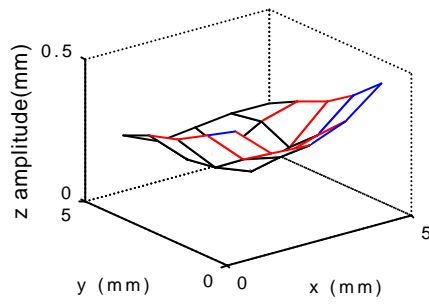


(a) 第一個振型

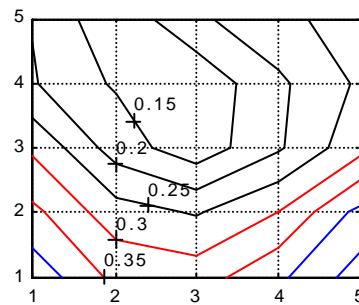
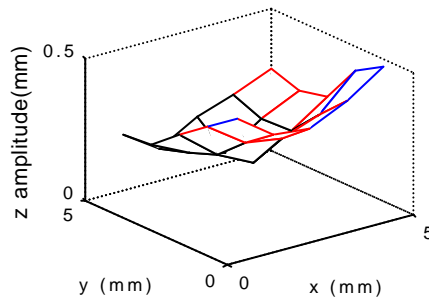


(b) 第二個振型

圖六、加速度計於握把處之等高線振型分佈圖

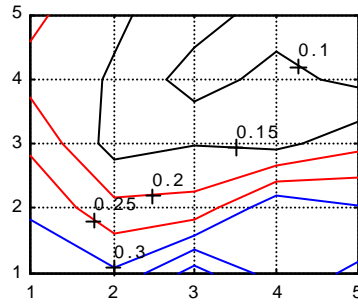
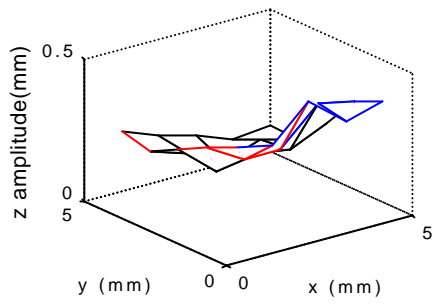


(c) 第三個振型

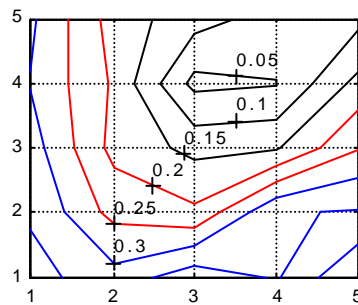
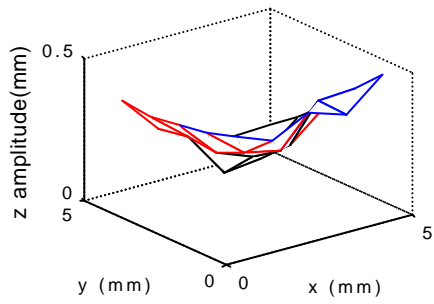


(d) 第四個振型

圖六、加速度計於握把處之等高線振型分佈圖（續）

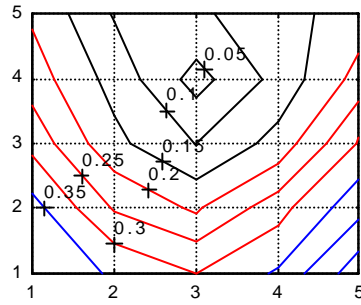
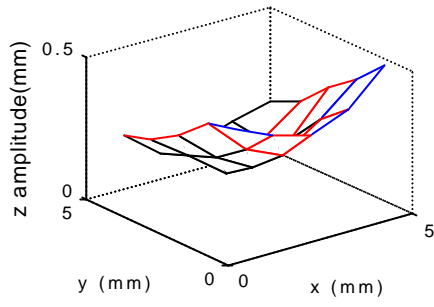


(a) 第一個振型

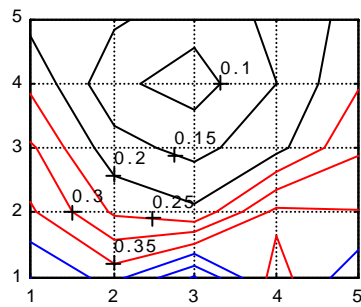
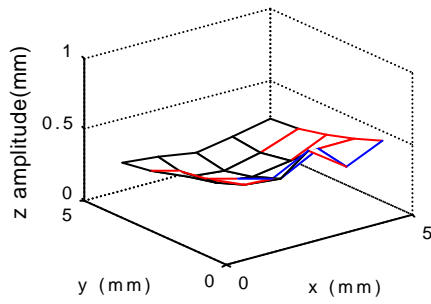


(b) 第二個振型

圖七、加速度計於球頭後方之等高線振型分佈圖



(c) 第三個振型



(d) 第四個振型

圖七、加速度計於球頭後方之等高線振型分佈圖（續）



圖八、鐵桿球頭實體甜蜜區分佈

致謝

感謝王柏村老師及黃瑞光學長在實物專題製作這一年以來對於專題的指導及問題的解決，使本組對於研究開發有了更深一層的認知。感謝大田精密鑄造公司提供完整的高爾夫球具及資訊，使本組在專題進行中針對高爾夫球具有充份的概念。最後感謝本組組員的合作及系上同學及老師的鼓勵才得以使本組專題能順利完成，最後致上最高感謝。

參考文獻

1. 邱佑宗，1998，高爾夫球頭甜區計算，*中華民國第二十二屆全國力學會議論文集*，第 395-400 頁
2. Twigg, M. J., and Butler, J. H., 1996, "Determining The Central Principal Inertia Dyadic of A Golf club Head," *Experimental Techniques*, Vol. 20, pp13 - 17
3. Swider, P., Ferraris, G., and Vicent, B., 1994, "Theoretical and Experimental Dynamic Behavior of a Golf Club made of Composite Material," *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 9, pp57-69
4. Hocknell, A., Mitchell, S. R., Jones, R., and Rothberg, S. J., 1998, "Hollow Golf Club Head Modal Characteristics: Determination and Impact Application," *Journal of Transportation Engineering*, Vol. 38 pp. 173-180.
5. Wicks, A. L., Knight, C. E., Braunwart, P., and Neighbors, J., 1998, "The Dynamics of a Golf Club," *Proceeding of The 17th International Modal Analysis Conference*, Vol. 1, pp. 503-508.
6. Ronald, C., Merkel, and Tom, Blough, 1998, "Dynamic Characterization

- and Comparison of Golf Club, “*Proceeding of The 17th International Modal Analysis Conference*, Vol. 1, pp. 513-517.
7. Wicks, A. L., Knight, C. E., Braunwart, P., and Nrighbors, J., 1993, “Identification of The ‘Sweet Spot’ for Golf Clubs,” *Proceeding of The 12th International Modal Analysis Conference*, Vol. 2, pp. 1803-1806.
 8. Okbuo, N., and Simada, M., 1990, “Application of CAE (computer aided engineering) to Golf Club Dynamics,” *Proceedings of The First World Scientific Congress of Golf 9-13th*, pp. 270-273.
 9. Friswell, M. I., Smart, M. G., and Mottershead, J. E., 1997, “Updating Finite Element Models of Golf Club,” *Proceeding of the 15th International Modal Analysis Conference*, Vol. 2, pp. 155-161.
 10. 王柏村, 黃瑞光, 1999, 高爾夫球桿振動模態參數之測定, *中華民國力學會議第二十三屆全國力學會議論文集(二)*, 新竹市, 第 457-464 頁