應用 ANSYS 軟體於振動問題之解析

學生姓名
周至忠　　林慧娟　　吳宏文
指導老師：王栢村

國立屏東科技大學
機械工程學系

摘要

本文目的在利用 ANSYS 5.0 有限元素分析軟體作振動問題的分析。以確認 ANSYS 軟體於振動分析之正確性與適應性。本文所定義的振動問題之分類爲離散系統。在對離散系統作有限元素分析時，利用 MASS21、COMBIN14、COMBIN40 之元素形態建立幾何模型。同時，振動分析範圍包括模態分析、暫態響應分析、簡諧響應分析。並將有限元素分析結果與實際理論作比較及探討，得知分析結果和理論值相符合。則驗証 ANSYS 軟體在振動分析之正確性及適應性，完成 ANSYS 軟體於振動分析之教案。並可用於將來深入研究之基礎和探討。

一・引言

一九五〇年伽利略[1]因爲來自於吊燈的靈感，而開始對搖擺中的吊燈，做一連串的擺錘運動的實驗，而得到擺錘運動的自然頻率。而引起許多哲學家及數學家的興趣，而對其做一探討。

直到一六八六年，牛頓提出三大運動定律[1]，而其中牛頓第二運動定律，更被廣泛的運用在推導振動方程式。而泰勒更用其用來推導擺錘的運動方程式[2]，所得的自然頻率與伽利略的實驗相同。而開啓振動系統的新紀元。不同的分析方法被發表出來，而有限元素法就是一例。

有限元素法是一種可以用來求複雜工程問題近似解的複雜方法。一九五六年爲分析飛機結構問題[3]，首次提出此種方法，往後的幾年中，此法在解決不同類型的應用科學及工程問題中的潛力及方便性逐漸被人們所認同，經過多年的發展，已經被認爲能夠有效的求解各種實際問題的最好方法之一，在不同的工程領域中，此法得以普及的主要原因是，一旦編譯出通用計算機程式，則只需改變輸入數據就可以用來求解各種問題〔結構、振動、熱傳、流力、電磁學、・・・〕。

本文中，將 ANSYS 5.0 軟體應用於振動系統上。期望以 ANSYS 來分析這類問題，有限元素分析法比傳統理論分析更快，更有效率的得到與實際值近似的解，而且根據不同的振動系統，只要改變輸入數據即可，利用不同的元素直接或間接的架構出幾何模型，加上負荷條件和邊界條件，即可完成系統的分析，對於多自由度系統更可以比傳統的數據解節省更多的計算時間。最後，並將有限元素法分析結果與理論計算值作一比較，確認 ANSYS 於振動系

統分析之正確性與適應性，並完成振動系統之教案。

二、振動理論分析

2.1 單自由度理論分析

1．模態分析

無阻尼自由振動系統中，因不考慮外力條件，其 $f(t)=0$ ，即運動方程式：

$$m\ddot{x}+kx=0 \tag{1}$$

定義無阻尼之自然頻率為：

$$\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{2}$$

又 $f_n=\dfrac{\omega_n}{2\pi}$，其中 ω_n 單位為（$rad/\sec$），f_n 單位為（Hz）或（$cycle/\sec$）。

2．暫態響應

(a)無外力作用下，次阻尼 ($0<\xi<1$)：

$$x(t)=e^{-\xi\omega_n t}(A_1\cos\omega_d t+A_2\sin\omega_d t) \tag{3}$$

其中

$$A_1=x_0$$

$$A_2=\frac{v_0+\xi\omega_n x_0}{\omega_d}$$

$$\xi=\frac{c}{c_c}$$

$$c_c=2m\omega_n$$

$$\omega_d=\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

(b)外力為步階力作用下：

考慮一單自由度系統初始條件為零，在 t >0 時受一單位步階力作用，則運動方程式為：

$$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=f(t)=u(t) \tag{4}$$

$$x(0)=0$$

$$\dot{x}(0)=0$$

則可得系統步階響應函數：

$$s(t)=\frac{1}{k}\left[1-e^{-\xi\omega_n t}\left(\cos\omega_d t+\frac{\xi\omega_n}{\omega_d}\sin\omega_d t\right)\right]u(t) \tag{5}$$

其中 $u(t)$ 為單位步階力

3．簡諧激振

單自由度具阻尼之振動系統，受簡諧外力激振，即 $f(t)=F_0e^{i\omega t}$ ，其中 F_0 為外力振幅，ω 為外力激振頻率，其運動方程式為

$$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=F_0e^{i\omega t} \tag{6}$$

令 $x(t)=Xe^{i\omega t}$，$f(t)=F_0e^{i\omega t}$

$$(-\omega^2m+k+i\omega c)Xe^{i\omega t}=F_0e^{i\omega t}$$

則系統頻率響應函數為：

$$H(\omega)=\frac{X}{F_0}=\frac{1/m}{(\omega_n{}^2-\omega^2)+i(2\xi\omega_n\omega)} \tag{7}$$

$$=\frac{1}{(k^2-m\omega^2)+i(c\omega)}$$

2.2 多自由度理論分析

1． 模態響應

假設系統無阻尼元件，且無外力作用，即無阻尼系統之自由振動，其運動方程式：

$$[M]\{\ddot{x}\}+[k]\{x\}=0 \tag{8}$$

其特徵方程式：

$$\left|[k]-\omega^2[M]\right|=0 \tag{9}$$

得特徵值：

$$\omega_i{}^2, i=1,2,\cdots,n$$

模態向量：

$$\{u\}_i \text{，} i=1,2,\cdots,n$$

對質量矩陣正交化之模態向量

$$\{\phi\}_i=\frac{1}{\sqrt{m_i}}\{u\}_i \text{，} i=1,2,\cdots,n$$

$$m_i=\{u\}_i^T[M]\{u\}_i$$

在此定義，對質量矩陣正交化之模態矩陣

$$[\Phi]=[\{\phi\}_1\{\phi\}_2\cdots\{\phi\}_n] \quad (10)$$

2．暫態響應分析：

由無阻尼自由振動運動方程式可爲

$$[M]\{\ddot{x}\}+[k]\{x\}=0 \quad (11)$$

初始條件

$$\{x\cos\}=\{x_0\}$$

$$\{\dot{x}\cos\}=\{v_0\}$$

由擴充原理，令系統響應

$$\{x(t)\}=[\Phi]\{q(t)\} \quad (12)$$

或 $$\{x(t)\}=\sum_{i=1}^{N}\{\phi\}_i q_i(t) \quad (13)$$

其模態方程式：

$$[I]\{\ddot{q}\}+\lfloor\omega_i^2\rfloor\{q\}=0 \quad (14)$$

或 $\ddot{q}_{i(}(t)+\omega_i^2 q_i(t)=0$，$i=1,2,\cdots,n$

模態座標響應：

$$q_i(t)=q_{0i}\cos\omega_i t+\frac{q_{oi}'}{\omega_i}\sin\omega_i t \quad (15)$$

$$\{q_0\}=[\Phi]^T[M]\{x_0\} \quad (16)$$

$$\{q_0'\}=[\Phi]^T[M]\{v_0\} \quad (17)$$

3．簡諧激振分析：

$$[M]\{\ddot{x}\}+[c]\{\dot{x}\}+k\{x\}=\{f(t)\} \quad (18)$$

令

$$f(t)=\begin{Bmatrix}F_1\\F_2\\\vdots\\F_j\end{Bmatrix}e^{i\omega t} \quad (19)$$

其系統頻率響應函數：

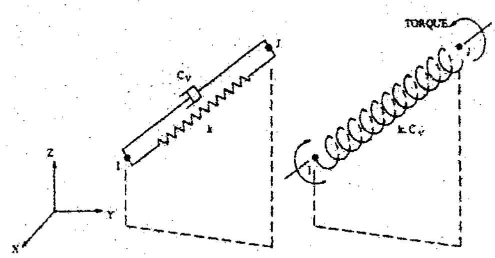
$$H_{ij}(\omega)=\frac{x_i}{F_j}=\sum_{r=1}^{N}\frac{\phi_{r,i}\phi_{r,j}}{(\omega_r^2-\omega^2)+i(2\xi r\omega_r\omega)} \quad (20)$$

三．使用元素簡介

在架構有限元素模型時，一共使用了三種元素，分別是：COMBIN14、MASS21以及 COMBIN40。以下便對上述三種元素作簡單介紹。

(1) COMBIN14

COMBIN14 是一 彈簧 / 阻尼元素，可以在三度空間中表現伸張、壓縮或扭轉。其元素表示如圖一所示，其元素本身並沒有考慮質量，且不能同時承受二種類型以上之外力負荷，例如：此元素在接受縱向的壓縮或伸張力時，不能同時承受彎曲力或扭力。有關於此元素的各種輸人參數，請參閱表一。



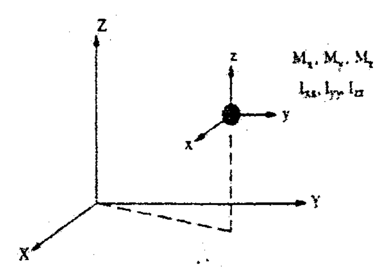
圖一 COMBIN14 元素

表一 COMBIN14 參數

元素名稱	COMBIN14
節點	I，J
自由度	UX，UY，UZ ROTX，ROTY，ROTZ
物理性質	彈簧常數 K，阻尼值 C
材料性質	無
表面負荷	無
KEYOPT(3)=2	UX,UY (二維彈簧阻尼之振動系統)

(2)MASS21

MASS21 是一個點元素，有六個自由度，如圖二所示。若有不同的質量和旋轉慣量，會被分配到每一個相對作標上。有關於 MASS21 的各種輸人性質參數，請參閱表二。



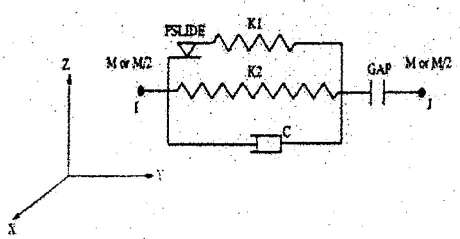
圖二 MASS21 元素

表二 MASS21 參數

元素名稱	MASS21
節點	I
自由度	UX，UY，UZ ROTX，ROTY，ROTZ
物理性質	X 方向質量，Y 方向質量，Z 方向質量 X 方向慣性矩，Y 方向慣性矩，Z 方向慣性矩
材料性質	無

(3)COMBIN40

COMBIN40 是一彈簧 / 阻尼元素，如圖三所示，可以同時考慮質塊滑行時的摩擦力，彈簧係數，阻尼比或裂縫之間的相互關係。COMBIN40 與 COMBIN14 的差別在於其元素本身就考慮了質量。此元素在每一節點僅有一個自由度，包括了節點的位移、旋轉、壓力以及溫度等參數的輸人，如表三所示。



圖三 COMBIN40 元素

表三 COMBIN40 參數

元素名稱	COMBIN40
節點	I，J
自由度	UX，UY，UZ ROTX，ROTY，ROTZ
物理性質	彈簧常數 K1，阻尼值 C，裂縫值 GAP 摩擦力 FSLIDE，彈簧常數 K2
材料性質	無
表面負荷	無
KEYOPT(3)=2	利用 Y 軸作動

四．標準振動模組分析

4.1 單自由度

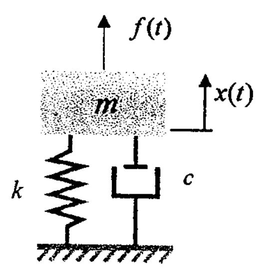
(1) 問題定義：

有一單自由度振動系統如圖四，其質塊質量爲 $m=10$ (kg)，以線性彈簧與阻尼元件與剛性壁連結，其彈簧常數 $k=2000$ (N/m)，阻尼係數 c (N/sec/m)，且初始位移爲 x_0 (m)，初始速度爲 v_0 (m/s)，呈受一外力 $f(t)$，系統之自由度爲 $x(t)$。考慮：

1．模態分析時，爲無阻尼，令 $c=0$，其 $f(t)=0$

2．響應分析時，初始位移 $x_0=0.1(m)$，初始速態度 $v_0=0(m/s)$，若考慮外力作用下，作用形式爲 t<5 時呈受一單位步階力，$c=25(N/\sec/m)$

3．簡諧激振時，在不同之阻尼係數下，初始位移 $x_0=0(m)$，$v_0=0(m/s)$，假設外力輸入爲振幅等於 1 之正弦波



圖四 單自由度振動系統圖

(2) 分析目標：

對照問題定義中各情況，求得以下各選項之分析結果：

1．試求模態分析中之自然頻率 ω_n。

2．在暫態響應分析中試求位移與時間之相互關係。

3．在簡諧激振中，試求頻率響應函數 $H(\omega)$。

再利用 Excel 軟體作理論解析的數值分析，與理論推導的解做比較。

(3) 數值解析：

1．在模態分析中，將 m,k 代入公式(2)，得

知自然頻率 $\omega_n = 14.14(rad/\sec)$

2.在暫態響應分析中在步階外力作用下，其阻尼 $c = 25(N/\sec/m)$ 首先求系統之

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2000}{10}} = 14.14(rad/\sec)\text{，}$$

$$c_c = 2m\omega_n = 282.84\ (N/\sec/m)\text{，}$$

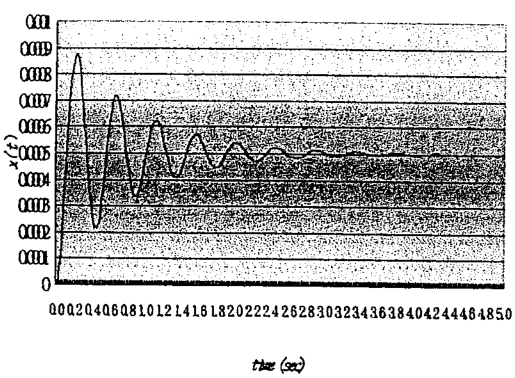
$$\xi = \frac{c}{c_c} = 0.088\text{，}$$

$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 14.083(rad/\sec)$，代入公式(11)，得系統步階函數：

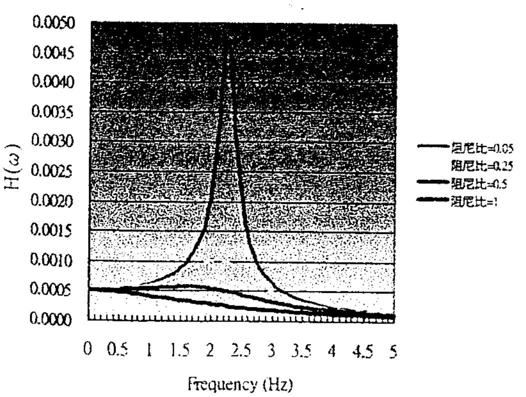
$$s(t) = \frac{1}{2000}\left[1 - e^{-1.25t}\left(\cos 14.086t + 0.088\sin 14.08t\right)\right]$$

，令 t=0~5 秒，可得其系統步階響應曲線，如圖五所示。

3．簡諧激振中，在不同之阻尼係數下，初始位移 $x_0 = 0(m)$，初始速度 $v_0 = 0(m/s)$ 令工作頻率 $\omega = 0 \sim 5(Hz)$，可得其不同阻尼比下之系統頻率響應函數如圖六。



圖五 典型之步階響應函數曲線圖

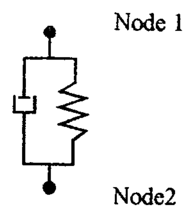


圖六 不同阻尼比下系統頻率響應圖

(4) 有限元素模型：

1．元素模型：

參閱問題定義，可將其簡化爲有限素模型，如圖七所示。在模態分析中，質塊可視爲圖七中之 Node 1 並以 MASS21 替代，彈簧及阻尼本身，可以 COMBIN14 取代之。暫態響應及簡諧激振中，則以已包含質量的 COMBIN40 代替。其中 COMBIN14, MASS21 及 COMBIN40 元素形成，詳細資料及相關參數參考表四所示。



圖七 單自由度之元素模型

表四 單自由度之相關資料

振動模式	Element Type	NODE	Real constant
模態分析	MASS 21	1	質量
	CONBIN 14	1,2	彈簧係數
暫態響應	CONBIN40	1,2	質量 彈簧係數 阻尼值
簡諧激振	CONBIN40	1,2	質量) 彈簧係數 阻尼值

3．負荷條件：

單自由度之負荷條件，如表五所示。

表五 單自由度之負荷資料

振動模式	負荷
模態分析	Fy=0
暫態響應	步階外力： t=0 時，設定 Fy=1 t=5 時，設定 Fy=1
簡諧激振	振幅爲 1 的正弦波 $(Fy = F_0 = 1)$

4·邊界條件：

單自由度之邊界條件，如表六所示

振動模式	Node1	Node2
模態分析	因限制自由度只能在 Y 方向運動故 $UX=0$	$UX=0$ $UY=0$ $ROTZ=0$
暫態響應	$UX=0$	$UX=0$ $UY=0$ $ROTZ=0$
簡諧激振	$UX=0$	$UX=0$ $UY=0$ $ROTZ=0$

(5) ANSYS 分析結果與數值探討

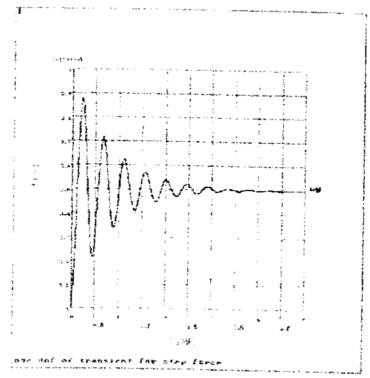
1·在模態分析中由表七，得知 ANSYS 分析結果與理論解相符合，驗証 ANSYS 分析結果是正確的。

表七 理論值與 ANSYS 分析比較

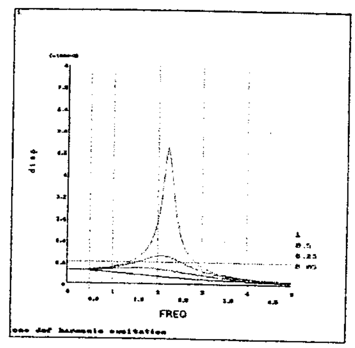
	理論解	有限元素解	誤差值 %
$\omega_n(Hz)$	2.25079	2.25079	0

2·在暫態響應分析中，由公式(5)得知，當 t 趨近於零時 $s(t)=0$，而 t 趨近於無限大時 $s(t)=\frac{1}{k}=\frac{1}{2000}=0.0005$，由圖五理論解和圖八 ANSYS 分析解，可看出 ANSYS 分析解符合此理論。所以可判斷 ANSYS 分析結果合理。

3. 在簡諧激振中，由圖六 ANSYS 分析解，得知 $H(\omega)$=0.0005。且由公式(7)得知，當 ω 趨近於無限大時，$H(\omega)$=0，也符合此理論。因此，可確定 ANSYS 分析解和理論解符合。



圖七 ANSYS 分析解之頻率響應函數 $H(\omega)$



圖六 步階外力之 ANSYS 分析解

4.2 多自由度

(1)問題定義：

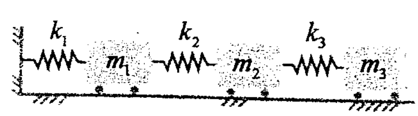
一多自由度系統如圖八，假設阻尼效應可忽略不計，而且無外力作用，其質量 $m_1=m_2=m_3=300(Kg)$，彈簧常數 $k_1=k_2=k_3=1500(N/m)$。考慮：

1· 模態響應

2· 在暫態響應

3· 簡諧激振中，若系統受簡諧外力作用

$$\{f(t)\}=F_0\cos\omega t\begin{Bmatrix}1\\0\\0\end{Bmatrix}$$



圖八 多自由度模態分析圖

(1) 數值解析：

I·模態分析

由公式(10)，對質量矩陣正交化之模態向量：

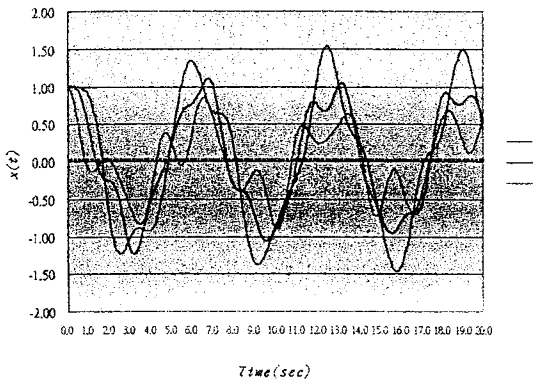
$$[\Phi]=\begin{bmatrix} 0.0189 & 0.0425 & 0.0341 \\ 0.0341 & 0.0189 & -0.0425 \\ 0.0425 & -0.0341 & 0.0189 \end{bmatrix}$$

II．暫態分析

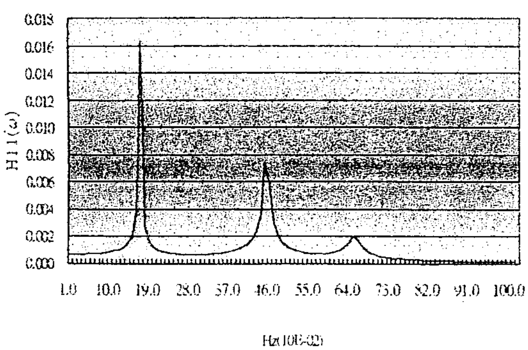
令$t=0\sim20(\sec)$，可得其系統之位移響應圖，如圖九所示。

III．簡諧激振

令工作頻率$\omega=0\sim1(Hz)$，可得系統在節點 1 之頻率響應函數如圖十所示。



圖九 多自由度系統之位移響應圖

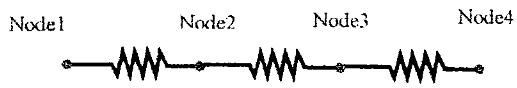


圖十 多自由度系統之頻率響應函數

(5) 有限元素模型：

1． 元素形式：

由於多自由度的質塊數量較多，故用 MASS21 元素架構質塊較方便，並配合 COMBIN14 架構彈簧及阻尼等元件，如圖十一所示。



圖十一 多自由度之元素模型

2． 負荷條件：

多自由度之負荷條件，如表八所示。

表八 多自由度之負荷資料

振動模式	負荷
模態分析	$F_x=0$ (因爲自由振動)
暫態響應	$F_x=0$ (因爲自由振動)
簡諧激振	在 Node2 受一$(F\cdot e^{i\omega t})$之簡諧外力

3．邊界條件：

多自由度之邊界條件，如表九所示

表九 多自由度之邊界資料

振動模式	Node1	Node2~4
模態分析	$UX=0$ $UY=0$ $ROTZ=0$	限制其節點只能在 UX 方向移動。
暫態響應	$UX=0$ $UY=0$ $ROTZ=0$	限制其節點只能在 UX 方向移動。
簡諧激振	$UX=0$ $UY=0$ $ROTZ=0$	限制其節點只能在 UX 方向移動。

(6)ANSYS 分析結果與討論

1．模態分析

由表十，得知 ANSYS 所分析之系統自然頻率與理論解相符合，同時由表十一得知

ANSYS 所分析系統對質量矩陣正交化之模態向量與理論解相同，驗証 ANSYS 分析結果是正確的。

2．暫態響應分析

由圖九和圖十一得知，在時間為 0 秒時，第一模態、第二模態、第三模態之系統位移振幅皆為 1m，即為初始條件所設定。在 ANSYS 對初始位移設定是利用力的轉換間接得到位移的方式，這是需要特別注意。並由表十二中以不同時間點質塊位移數值比較，誤差率在合理範圍內，可判斷 ANSYS 分析解與理論值符合。

3．簡諧激振分析

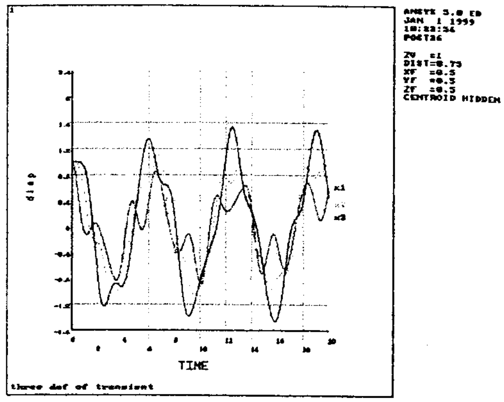
從圖十及圖十二可得知，當工作頻率為系統自然頻率時，系統振幅為最大值。這是符合理論的。並取第一、第二模態之振幅作數值比較，由表十三 得知，誤差率在 5% 以內，則理論數值解與 ANSYS 分析解相符合。同時利用 ANSYS 作多自由度簡諧振動分析時，必須注意阻尼值的選用，如果阻尼值過大，導致模態振幅無法出現。另一影響分析的準確度在於時間分割的大小，如果分割點數不夠，造成所分析的結果不正確。以此範例為例，ANSYS 分割點數為 100 點，並且須和理論分析分割點數相同，才能作客觀的比較。

表十 系統自然頻率理論值與 ANSYS 分析值之比較

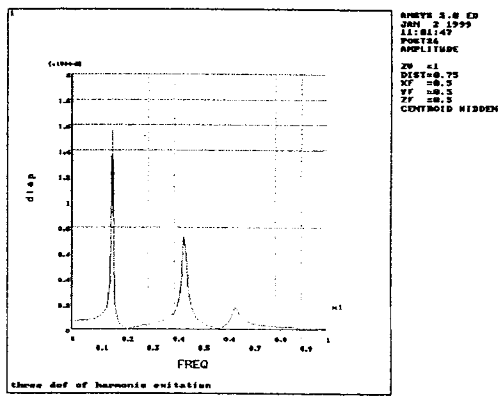
	理論解	ANSYS 分析解	誤差率
$\omega_1(Hz)$	0.1584	0.1584	0
$\omega_2(Hz)$	0.4438	0.4438	0
$\omega_1(Hz)$	0.6415	0.6415	0

表十一 系統質量矩陣正交化模態理值與 ANSYS 分析值之比較

	理論解	ANSYS 分析解	誤差率
$\{\phi\}_1$	0.0189	0.0189	0
	0.0341	0.0341	0
	0.0425	0.0425	0
$\{\phi\}_2$	0.0425	0.0425	0
	0.0189	0.0189	0
	-0.0341	-0.0341	0
$\{\phi\}_3$	0.0341	0.0341	0
	-0.0425	-0.0425	0
	0.0189	0.0189	0



圖十一 暫態響應系統之位移響應圖



圖十二 簡諧激振系統頻率響應 $H_{11}(\omega)$

表十二 不同時間點質塊位移之數值比較

Time	0	5	10	15	20
理論 $x_1(t)$	1.000	0.237	-0.855	-0.655	0.569
ANSYS $x_1(t)$	1.000	0.243	-0.881	-0.662	0.559
誤差率%	0	2.47	2.95	1.06	1.79
理論 $x_2(t)$	1.000	0.249	-0.875	-0.684	0.531
ANSYS $x_2(t)$	1.000	0.243	-0.879	-0.679	0.539
誤差率%	0	2.47	0.46	0.74	1.48
理論 $x_3(t)$	1.000	0.279	-0.847	-0.756	0.433
ANSYS $x_3(t)$	1.000	0.271	-0.851	-0.748	0.439
誤差率%	0	2.95	0.47	1.07	1.37

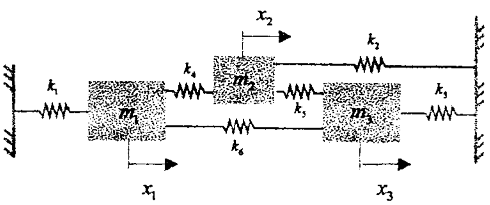
表十三 模態振幅數值比較

	理論數值	ANSYS 分析值	誤差率%
第一模態系統振幅	0.01626	0.01553	4.89
第二模態系統振幅	0.00734	0.00722	1.63

五・實例應用分析

(1) 問題定義

考慮一多自由度振動系統如圖十三所示，其質塊質量爲 $m_1=0.5kg$，$m_2=1.0kg$，$m_3=1.5kg$，以線性彈簧 k_1，k_2 和 k_3 與剛性壁連結，系統之自由度爲 x_1，x_2，x_3，彈簧係數均相等，爲 $1.0\times10^3(N/m)$。



圖十三 多自由度實例振動分析系統

(2) 分析目標

1・ 試求系統之自然頻率

2・ 對質量矩陣正交化之模態矩陣

(3) 數值解析

將數值代人公式(9)得系統特徵值方程式，並化簡可得系統之自然頻率：

$\omega_1=\sqrt{950}=30.822(rad/s)=4.9054(Hz)$

$\omega_2=\sqrt{3352}=57.896(rad/s)=9.2145(Hz)$

$\omega_1=\sqrt{6698}=81.841(rad/s)=13.02546(Hz)$

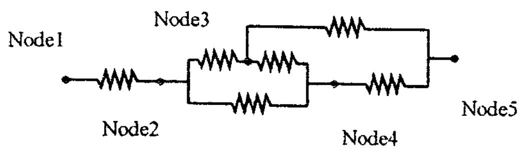
代入公式(10)，可求得對質量矩陣正交化之模態向量：

$$[\Phi]=\begin{bmatrix}0.464 & -0.218 & -1.318\\ 0.536 & -0.782 & 0.318\\ 0.635 & 0.493 & 0.142\end{bmatrix}$$

(4) 有限元素模型：

1・元素形式

參閱問題定義，圖十三所示，可將其簡化爲有限元素模型，如圖十四所示，因此實例應用之質塊架構及參數設定較爲複雜，故採用 CONBIN14 及 MASS21 元素，分離架構此元素模型。



圖十四 多自由度實例振動之有限元素模型

2・負荷條件

系統考慮爲自由振動，所以 $F_x=0$

3・邊界條件

分爲五個節點，其中節點 1 及節點 5 爲固定端，其餘節點則限定在 UX 方向運動，其相關資料，如表十四所示。

表十四 多自由度實例節點之邊界條件

節點	Node1	Node2~4	Node5
邊界條件	$UX=0$ $UY=0$ $ROTZ=0$	限制其節點只能在 UX 方向移動。	$UX=0$ $UY=0$ $ROTZ=0$

(4) ANSYS 分析結果與討論

由表十五，得知 ANSYS 所分析之系統自然頻率與理論解相符合，同時由表十六得知 ANSYS 所分析系統對質量矩陣正交化之模態向量與理論解相同，驗証 ANSYS 分析結果是正確的。

表十五 系統自然頻率理論值與 ANSYS 分析值之比較

	理論解	ANSYS 分析解	誤差率%
$\omega_1(Hz)$	4.9054	4.908	0.05
$\omega_2(Hz)$	9.2145	9.219	0.05
$\omega_1(Hz)$	13.0254	13.032	0.05

表十六 系統質量矩陣正交化模態理論值與 ANSYS 分析值之比較

	理論解	ANSYS 分析解	誤差率%
$\{\phi\}_1$	0.464	0.464	0
	0.536	0.536	0
	0.635	0.635	0
$\{\phi\}_2$	-0.218	-0.218	0
	-0.782	-0.782	0
	0.493	0.493	0
$\{\phi\}_3$	-1.318	-1.318	0
	0.318	0.318	0
	0.142	0.142	0

六・結論

本文是利用 ANSYS 軟體，分析離散系統包括單自由度及多自由度振動系統。經過數據比較與探討之後，確定 ANSYS 軟體於離散系統在振動分析之正確性。並在分析過程中，得到下列結論：

1.在單自由度及多自由度系統模態分析中，ANSYS 軟體所做的數值解與理論分析之自然頻率完全相同，可証實 ANSYS 軟體於離散系統模態分析之正確性。

2.在多自由度系統中其模態向量及對質量矩陣正交化之模態向量和理論解相符合，亦證實了若 $[M]$ 及 $[K]$ 爲實數對稱性矩陣，其相對應之模態向量 $\{\phi\}_i$ 具有直交性及正交性。

3.在單自由度及多自由度系統暫態分析中，其無外力自由振動位移響應皆符合理論值。在單自由度考慮有外力強制振動分析符合理論分析，可得知 ANSYS 軟體於離散系統暫態分析之正確性。

4.在單自由度及多自由度系統簡諧分析中，其系統頻率響應函數與理論值相同，則 ANSYS 軟體於離散系統簡諧分析之正確性。

本文中的有限元素分析法可提供將來利用 ANSYS 於離散系統作振動分析參考，並可作爲深入探討實際問題的基礎。

七・誌謝

感謝王栢村老師這一年來在專題製作上的指導及問題解答，使全組人員在有限元素於振動分析方面，有更一步全盤性的認識。

八・參考文獻

1・ S.Rao，1995，*Mechanical Vibrations*。

2・ H.Tongue，1996，*Principles of Vibration*。

3・ Edward Arnold，1995，*Engineering Vibration Analysis with Application to Control Systems*。

4・ D.J，1996，*Engineering Vibrations*。

5・ Swanson Analysis Systems，1993，*ANSYS Verification Manual for Revision 5.0*。

6・ Swanson Analysis Systems，1992，*ANSYS Verification Manual for Revision 5.0 Procedures*。

7・ Swanson Analysis Systems，1992，*ANSYS Verification Manual for Revision 5.0 Elements*。

8・ 王栢村，1996，*振動學*。

Application of ANSYS Finite Element Analysis Software To Vibration Problem

Chih –Chung Chou，Hui –Chan Lin，Hong –Wen Wu

Bor-Tsuen Wang

Department of Mechanical Engineering

National Pintug University of Science and Technology

Abstract

This paper introduces the use of ANSYS , a finite element analysis software to analyze vibration problem and to verify the correctness and adaptation for discrete vibration system . Three kinds of elements , including 21 , 14 ,

and 40 , are need to construct the finite modal . The vibration analysis includes model analysis , transient response analysis , and harmonic response analysis . FE solution are compared with the theoretical results and verified for their correctness . The user's notes are documented and can be applied to other discrete vibration system analysis .