

# 振動試驗台設計之探討

學生：陳添雄

陳宗平

指導教授：王柏村

國立屏東科技大學機械工程系

## 摘要

振動試驗台之重要設計部分為軸之設計，基座之設計。K.C. 值之模擬得 $\xi$ 之影響〔2〕。理論分析為就單自由度系統進行分析，以作為實際問題之比較和參考。

偏心質量塊，旋轉時產生離心力造成振動力。振動片的小半徑，振動片的大半徑和厚度之變化也是造成振動力之重要因素，振動片的小半徑和振動片的大半徑其有一定之最大值不得超過。

振動台之馬達轉速不得超過最高轉速之限制，所以轉速也是造成振動力之重要因素，基座為振動試驗台之底座，和地面有直接接觸，基座的設計最主要的目的在於使 $f(t)$ 之力變至最小，減少振動力對地板的作用，偏心質量的旋轉是經由軸的旋轉，反覆離心力對軸本身是一種變勞的考驗〔3〕，所以軸之設計必需考慮到，動態負荷和疲勞負荷。

## 一、引言

振動試驗台之問世，最主要的原因是振動之問題在現在的工業界裡已經是一個漸漸受到重視的問題，

人類的生活品質要求也日益高漲，安靜、無聲的境界也成為大家共同的希望。

振動台的作用就是可用以模擬一機器或一機構振動時之振動情形，分為單自由度之振動系統和雙自由度之振動系統，振動台本身又兼具調整之作用，從轉速之變換至離心力、振動方向和位移、頻率皆可從振動台上調整。

振動試驗台之形式為一平台(平板)，下接四個空氣彈簧，中間為一外接馬達之主軸和二支同步運轉之平行軸，底下為基座部分，負責支撐整個機器主體，本專題所探討之振動試驗台為旋轉式不平衡振動台，當然還有其他形式之振動台，大體以振動之方式、平台之角度不同來分，本專題最重要的目的乃是在設計機構本體之影響之重要元件包含有軸之設計，基座之設計和 K.C. $\xi$ 等常數之模擬。

## 二、振動試驗台之本体結構

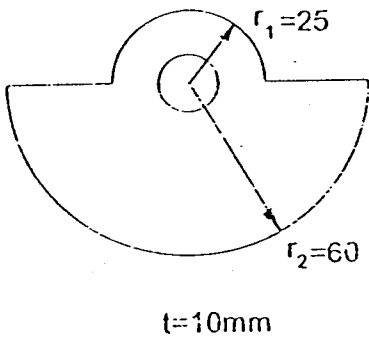


圖一 振動台之本体結構

### 三、振動台數學模式分析

由圖一中可了解振動試驗台之各組成結構和各零件之相對位置。

1. 平板：平板為一方形之碳鋼材料，厚度為均勻之材料下接空氣彈簧可作水平和垂直振動。
2. 空氣彈簧：空氣彈簧分別位於平板之四個角落，利用空氣之可壓縮性作為彈簧之用。
3. 偏心質量塊：偏心質量塊為半圓形中間有孔之物件，可套入軸之重塊如圖二所示。

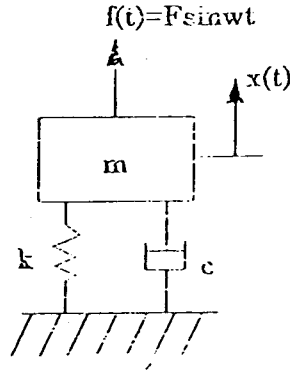


圖(二) 偏心質量塊

4. 軸：軸為產生偏心力之組成重要元件。偏心質量塊就套在軸上，中間軸連接馬達，右側和左側兩軸分別由齒輪連接同步運轉。
5. 基座：基座為振動台之支持部分，也是和地面直接接觸的部分，基座的存在，最主要是要減少機器之振動對地板之影響，也是設計振動台之主要項目。

為了便於分析機械振動之情形，吾人將振動之狀態簡化為圖三之數學模型，由簡單之數學模型可以瞭解振動狀況在機器本身所產生之效應，以下就數學分析可得不同之物理現象。

#### 1、單自由度系統之分析：



圖三 單自由度系統之振動模型

由圖三可知運動方程式如下：

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) = F \sin \omega t \dots (1)$$

穩態位移響應：

$$x(t) = X \sin \omega t = |X| \sin(\omega t - \phi) \dots (2)$$

穩態加速度響應：

由(1)式微分二次得

$$x''(t) = -\omega^2 x \sin \omega t = -\omega^2 |x| \sin(\omega t - \phi) \dots (3)$$

$$X = \frac{F/m}{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega_n\omega)^2} = \frac{F/K}{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2} \dots (4)$$

$$|X| = \frac{F/m}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega_n\omega)^2}} = \frac{F/K}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \dots (5)$$

以上各式之導出量：

$$\therefore \sigma_{all} = \sigma_r / N \quad (1 \text{ psi} = 6966.67 \text{ pa})$$

設計時假設  $N=2$

$$\therefore \sigma_r = 36/2 = 18 \text{ Kpsi}$$

#### 四、振動試驗台之設計考慮

##### (一) 軸之設計

單位系統：SI 制

質量： $\frac{w}{g}$  (N) 牛頓 *Newton*

彈簧常數： $k$  (N/m)

阻尼系數： $C$  (N.S/m)

振幅： $|X|$  (m)

加速振幅： $A_g$  (g)

重要之計算公式及導出量：

頻率： $f$  (Hz)

馬達轉速： $n$  (rpm)

振動力： $F_m$  (N)

振動力片之夾角： $\theta$  (度)

$$W = \frac{2\pi n}{60} \Rightarrow W = 2\pi f \Rightarrow n = 60f \Rightarrow f = \frac{n}{60}$$

$$m = \frac{w}{g}$$

兩振動力片之夾角

$$\theta = \cos^{-1} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{F_M}{F} \right)^2 - 1 \right]$$

$F$ ：單一振動力片之振動力

合成振動力  $F_t$ ：

此設計是以振動台為機本架構，設計軸徑應為多少，才算何合理。於材料方面選取 SAE 1045 之碳鋼。其降伏應力 ( $\sigma_y$ ) 為 45000psi (313.5Mpa)，破壞應力 ( $\sigma_u$ ) 為 80000psi (557.3Mpa)，密度 ( $\rho$ ) 為 7850kg/m<sup>3</sup>，定安全因數 (FS) 為 2。

觀察振動台之軸的不部位，其受力是由振動力片所造成，以振動平台之尺寸決定振動力片之外徑 ( $r_1$ ) 為 60mm，厚度 ( $t$ ) 為 10mm。繪製軸之剪力彎矩圖如下。

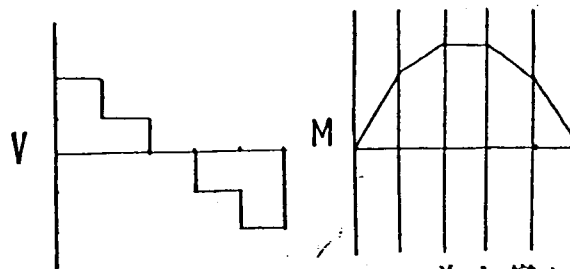


圖 (四) 振動台之軸受力之剪力彎矩

圖中最大彎矩  $M_{max} = 288 * 2W = 576 \text{ Nmm}$

1. 靜態負荷

$$w = mg$$

$$m = \rho V = \rho A t = \rho (A_1 - A_2) t$$

$$m = \pi (r_1^2 - r_2^2) t \rho / 2$$

$$= \pi (0.06^2 - (D_2/2)^2) * 0.01 * 7850 / 2$$

$$= 0.444 - 30.83 D_2^2$$

$$W = mg = 4.36 - 302.4 D_2^2$$

由剪力彎矩圖可知，軸之最大彎矩為：

$$M = 0.576W = 2.51 - 174.2 D_2^2 \text{ (N-m)}$$

$$\sigma_{all} = \sigma_y / 2 = 156.75 \text{ Mpa}$$

利用彎曲應力公式  $\sigma = \frac{My}{I}$  可得

$$156.75 * \pi * 10^6 * D_2^3 = 32(2.51 - 174.2 D_2^2)$$

$$492.4 * 10^6 D_2^3 = 80.32 - 5574.4 D_2^2$$

$$492.4 * 10^6 D_2^3 + 5574.4 D_2^2 - 80.32 = 0$$

$$\therefore D_2 = 0.000546 \text{ (m)}$$

2. 動態負荷：

$$F = (0.00207 - 0.143 D_2^2) \pi^2$$

$$M_{max} = 0.576(0.00207 - 0.143 D_2^2) \pi^2$$

$$(0.00119 - 0.0824 D_2^2) \pi^2 = (10710 - 741600 D_2^2) \text{ N.M}$$

$$\sigma_m = 156.75 * 10^6$$

$$= \frac{(10710 - 741600 D_2^2) D_2 / 2}{\pi D_2^4 / 64}$$

$$492.4 * 10^6 * D_2^3 + 23731200 D_2^2 - 342720 = 0$$

$$\therefore D_2 = 0.07512 \text{ (m)}$$

疲勞設計：

$$\sigma_s = \sigma_{max} ; \sigma_n = 0$$

$$\sigma_{max} = My / I$$

$$= \frac{(10710 - 741600 D_2^2) D_2 / 2}{\pi D_2^4 / 64}$$

$$= \frac{32(10710 - 741600 D_2^2)}{\pi D_2^3}$$

由破壞理論 soderberg

$$1 = (\sigma_s / \sigma_s) + (\sigma_n / \sigma_n)$$

$$1 = \frac{32(10710 - 741600 D_2^2)}{137 * 10^6 * \pi * D_2^3}$$

$$430.4 * 10^6 * D_2^3 + 23731200 D_2^2 - 342720 = 0$$

$$\therefore D_2 = 0.0775 \text{ (m)}$$

查 機械設計 (2)

$$\text{得 } Se' = 0.504 S_{ut} = 40320 \text{ psi}$$

$$Se = K_a K_b K_c K_d Se'$$

其中  $K_a$ ：表面因素

$K_b$ ：尺寸因素

$K_c$ ：負載因素

$K_d$ ：溫度因素

由實際問題得到以下之修正因素值

$$K_a = a S_{ut}^b = 2.7 * 80^{(-0.265)} = 0.845$$

$$K_b = 1$$

$$K_c = 0.577$$

$$K_d = 1.002$$

$$\therefore Se = 0.845 * 1 * 0.577 * 1.002 * 40320$$

$$= 19698 \text{ psi} = 137 \text{ Mpa}$$

(二) 振動台之內徑、外徑及厚度之設計

的分析，其數學模型可參考圖六所示

## (二) 振動台之內徑、外徑及厚度之設計

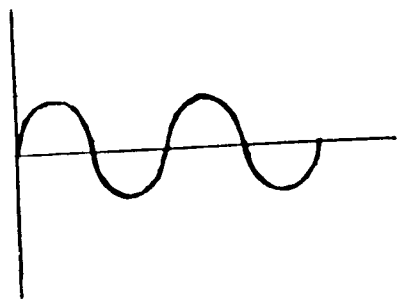
**內徑：**內徑的決定由前述軸之設計時所得的直徑而定，因為振動片是套於軸上，故若軸的外徑決定了，那振動片的內徑也就是定值了。

**外徑：**外徑決定是由振動平台大小及軸數量而定，以本台為例，其寬為 650mm，然扣除其空氣彈簧等週邊設備，實際可運用範圍為 380mm。然而此平台共有三軸，考慮其裝置時餘裕空間，故每振動片的半徑約在 60mm 時為最大。

**厚度：**利用上述之振動力計算公式

以求出振動片的厚度  $t$ ，而式中之振動力則以無支撐時模擬，其公式為

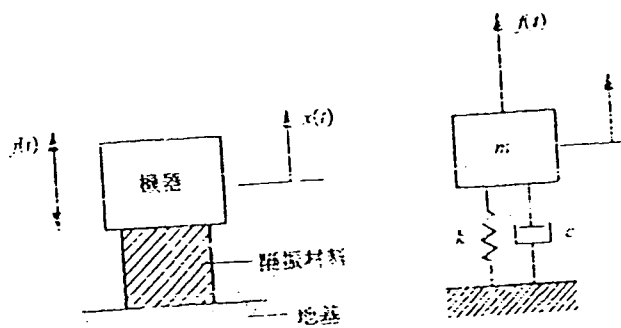
接著執行 Fortran 程式 vibrat、FOR，即可求出  $t$  值。執行之程式如附錄一



圖五 簡諧基振取曲線

## (三) 基座之設計概念

**目的：**由於機器於轉動時，產生振動，連底座之接觸面（地板）或鋼架也受到影響，為了該得到最底部之振動變至最小，這就是振動學隔振



圖六 隔震系統之數學模型

假設外力為：簡諧激振：

系統為：單自由度系統，

隔振系統主要應用於機器上面，以減少其自身之振動而造成對地面之影響和破壞。近年來更將此技術應用於建築上，高樓層之建築物為了防止地震產生的振動對大樓之影響，所以開始有人設計在大樓底下加裝隔振系統以減少傷害。

## 六、結論

本專題最主要目的，就是在設計一部振動試驗台之各部零件，在受到振動力作用下，要有如何的強度或幾何形狀、尺寸，才能使振動試驗台，保持最佳之狀況。

以軸設計來說：由以上計算的結果，考慮動態負荷和疲負荷，可求出最大之軸徑，可承其動態和反覆之疲勞作用，以基座之

也可最小。

振動片之設計，小半徑和大半徑之比也會影響表動力之大小，同一厚度之情況下。

### 七、參考文獻

- 1.FORTRAN 結構化程式設計 伍孝鵬、鄒永龍編著·全華圖書出版，1992。
- 2.Mechanical Engineering Design Joseph Edward Shigley .Charles R.Mischke，1992。
- 3.振動學 王柏村著 全華科技圖書出版，1996。
- 4.American Society of Mechanical Engineers. Preferred Limits and Fits for (ylindrical parts, USA standard B4-1967)
5. KELLY，S.G.，” Fundamentals of mechanical vibrations”，1984。
6. Den Harfог J.P.， Mechanical vibration 4thed .Mc Graw-Hill, New York 1956
- 7.黃仁明，機械元件設計，全華書局，1991。