

# 機車引擎連桿之形狀尺寸最佳化設計

許富彰 張耀龍  
指導老師：王柏村

國立屏東科技大學  
機械工程學系

## 摘要

本文目的在介紹如何使用 ANSYS 有限元素分析軟體對機車引擎連桿作形狀最佳化設計。首先以一現有機車引擎連桿為參考，建立幾何模型以 PLANE42 及 CONTAC12 元素、架構 FE model、設定邊界條件，作有限元素分析，並作收斂性分析以證明 FE model 的正確性。接著將連桿各外形尺寸予以參數化，訂定目標函數、設計參數及限制條件，對連桿外型尺寸作最佳化設計。最佳化結果與初始尺寸及現有連桿作比較，探討最佳化後外形尺寸、應力分佈情形及重量之改變，並歸納出一組外形尺寸之最佳化設計建議值，作為產品設計時參考值，以節省材料及生產成本。

## 一、引言

在現今忙碌及交通擁擠的社會，機車是不可或缺的交通工具，尤其在汽車停車位一位難求的大都會區，機車更顯出其便利性，在不斷開發新車種得同時，引擎的效率就成了研發時重要的一環。

因機車一般都較輕量化，所需的動力也較小，所以引擎大都以單缸設計為主。引擎的效率提昇，是促進一具引擎一直研發的目的，就整體而言引擎效率的提昇，可由很多方面著手，從缸徑、衝程以致於整體重量的減輕都可提高效率，所以如何兼顧每個零件的輕量化，以及強度提昇就成了研發的重點。

以連桿來說它直接承受了活塞的動力而傳至曲柄軸，扮演了動力傳遞中相當重要的角色，如連桿係連接在活塞與曲軸間，而將活塞之動力傳遞至曲軸，並將活塞之往復運動轉變為曲軸之旋轉運動，故必須質輕以減少慣性損失，且承受甚大之衝擊，故必須強度大且不易變形[1]。如何將其輕量化且保持應有之強度，我們想到了對其外形做最佳化設計。

最佳化設計簡單的說，就是去選擇一個最好可能的設計[2]，實際上的一些最佳化算法，則是發展出來最佳化數學模型，還需去尋求一套最佳化演算法[3]，而本文所提之最佳化，則是已經先有了實際連桿尺寸，將尺寸予以參數化，以 ANSYS 有限元素軟體所提供之方法，訂定目標函

數為重量最輕，去尋求最佳之尺寸。有限元素分析法分析流程[4]，例如要分析連桿受力時其應力分佈情形，首先要建立數學模型、幾何形狀、給定邊界條件如負荷、引擎轉速與燃氣爆發壓力，輸入材料物理與機械性質，如材料密度、彈性係數、蒲松比等。

而本文所用之 ANSYS 有限元素分析軟體，其分析步驟則有前處理、求解、後處理，其中前處理、求解的內容即為前段所述，而後處理則為分析結果之再運算，及分析結果圖形顯示與列印等。

實際使用上，我們使用先對連桿做了應力分析，及元素的收斂性分析，然後做最佳化的問題架構，以連桿重量最輕為目標函數，將連桿外形予以參數化，應力分析值為限制條件，做連桿形狀的最佳化設計。

## 二、問題定義

一 50C.C. 機車引擎連桿，如圖 1 所示，其中心孔距離為 84mm，兩端圓孔直徑分別為 15mm 和 24mm，外徑分別為  $d_1$  和  $d_2$ ，臂寬為  $b_1$  至  $b_2$ ，厚度分別為  $t_1$ 、 $t_2$ 、 $t_3$  和  $t_4$ ，其材料為鉻鉬鋼，降伏強度為 600MPa，揚氏係數為 200N/mm<sup>2</sup>，蒲松比為 0.3。兩端圓孔所受負荷為 1000N 之壓力，其受力後產生最大應力  $\sigma_{max}$ ，擬求出滿足目標的最佳解，使連桿的重量  $W$  最輕，限制條件為最大應力  $\sigma_{max}$  不得超過容許應力  $\sigma_{allow}$ 。

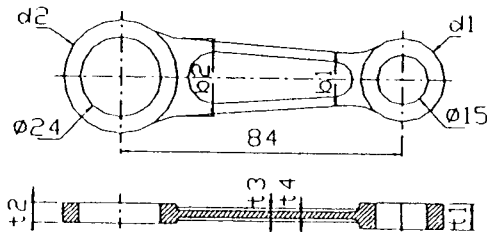


圖 1 連桿之外形及尺寸

## 三、連桿力學分析

連桿負荷的來源為引擎運轉所產生的慣性力、燃氣爆發壓力以及組裝例如螺栓預力、軸承波司與連桿大端之干涉配合等。本文以一 50c.c. 二行程引擎，作為連桿的負荷，最大馬力為 7HP 於 8000rpm 產生、活塞行程為 42mm、汽缸直徑為 39mm。

$$H.P. = \frac{F \times L \times N}{75 \times 60} \quad (1)$$

HP：最大馬力    F：活塞受力  
L：活塞行程    N：引擎轉速

$$F_x = F \times \frac{\sqrt{l^2 - (r \sin \theta)^2}}{l} \quad (2)$$

$$F_y = F \times \frac{r \sin \theta}{l} \quad (3)$$

l：連桿長度    r：曲軸半徑

由方程式(1)求出連桿受 1000N 的壓力，由方程式(2)(3)可分別求出水平及垂直方向之分力。圖 2 為連桿在各角度之受力情形。

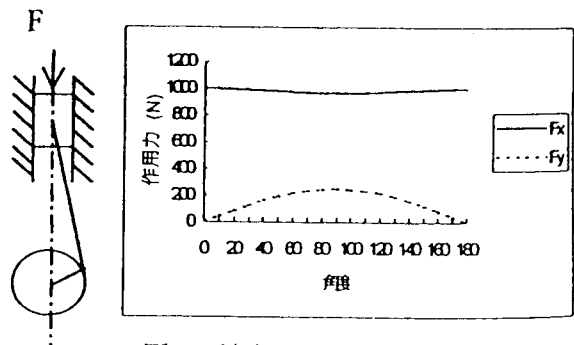


圖 2 連桿之受力狀況圖

## 四、最佳化問題架構

定義一個最佳化問題，必須包含目標函數、設計參數及限制條件。本文最佳化問題為連桿外型尺寸之最佳化設計，目標函數為連桿之重量 ( $W$ )，設計參數為

連桿外型尺寸，包含厚度（ $t_1$ 、 $t_2$ 、 $t_3$ 、 $t_4$ ）、外徑（ $d_1$ 、 $d_2$ ）及臂寬（ $b_1$ 、 $b_2$ ），限制條件為分析結果之最大應力（ $\sigma_{max}$ ）必須小於容許應力（ $\sigma_{allow}$ ）。材料之降伏應力為 600Mpa，本文取安全係數為 3，故容許應力為 200Mpa。

目標函數： $f=W(d_1,d_2,b_1,b_2,t_1,t_2,t_3,t_4)$

設計參數： $D$ （外徑）= $d_1,d_2$

$B$ （臂寬）= $b_1,b_2$

$T$ （厚度）= $t_1,t_2,t_3,t_4$

限制條件： $\sigma_{max}(D,B,T) \leq \sigma_{allow}$

### 五、有限元素模型

連桿外形如圖 1，因上下對稱所以取二分之一來進行有限元素架構，如圖 3，內軸與連桿利用 PLANE42 來架構，兩者之間利用 ONTAC12 來模擬接觸作力的傳遞。如圖 4 為有限元素分割情形。模型底端為對稱面，因此底面垂直方向拘束，使其能產生對稱變形。兩軸心分別設定為固定端與受水平力 1000N。

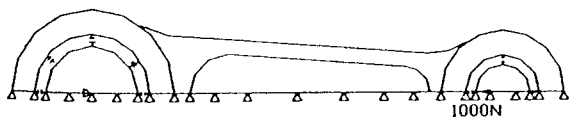


圖 3 有限元素架構圖



圖 4 有限元素模型元素分割圖（Case B）

表 1 元素基本資料

元素名稱	PLANE42	CONTAC12
元素形式	2-D Structural Solid	2-D Point-to-Point Contact Element
Node 數量	4(I,J,K,L)	2(I,J)
D.O.F.數量	2(Ux,Uy)	2(Ux,Uy)
輸入資料	EX(楊氏係數) NUXY(蒲松比)	KN(剛性) MU(摩擦係數)
KRYOPT	KEYOPT(3)=1	

### 六、結果與討論

經過了最佳化分析，得到了相關的數據，及一些圖表，為了將這些圖表現的更明確，於下面分別做了收斂性分析及最佳化分析。

#### （一）收斂性分析

如表 2 所示，依元素型式與元素數目將現有連桿模型分為七種情況，分別就最大應力、最大變形量與求解時間（電腦為 Pentium 200MMX 64M RAM）進行討論。首先從元素的型式來看，PLANE42（線性平面元素）與 PLANE82（二次平面元素）所求出的各項數值差距都在 3% 以內，所以選擇 PLANE42 元素以節省求解時間。再從元素數目方面，471 個元素以上其各項數值差距都在 3% 以內，所以本文選擇以 Case B 最為最佳化模型元素分割的依據。

#### （二）最佳化分析

##### A、單一變數最佳化

最佳化問題定義完成之後，為確保最後最佳化之結果正確，避免浪費求解時間，先對單一變數（參數）做最佳化設計，由表 3 結果可看出，單一變數對重量影響不大，而且單一變數的最佳化對於實際應用上並無太大的意義，因此再增加變數數目，對厚度、外徑、臂寬、外形做最佳化。

表 2 不同元素分割之比較

		Case A	Case B	Case C	Case D	Case E	Case F	Case G
元素型式		PLANE 42	PLANE 42	PLANE 42	PLANE 42	PLANE 82	PLANE 82	PLANE 82
元素數目		229	471	719	1272	228	462	707
$\sigma_{eqv}$ (MPa)		64.802	65.266	65.744	66.205	66.441	65.395	66.26
$\sigma_1$ (MPa)	Max	19.695	20.161	20.335	20.605	22.541	20.842	20.887
	Min	-9.933	-10.555	-10.871	-11.759	-12.847	-11.915	-12.845
最大變形量(mm)		0.01454	0.014644	0.014713	0.014783	0.014693	0.014858	0.014844
求解時間(Sec)		34	56	66	104	41	63	80

表 3 單變數之最佳化值

	最佳化	$\sigma_{eqv}$	Weight
t1 (mm)	0.984	178.58	24.881
t2 (mm)	0.84235	142.699	17.5185
t3 (mm)	0.9618	178.416	24.1008
t4 (mm)	0.218779	159.87	23.002
d1 (mm)	17.5695	59.279	26.6354
d2 (mm)	28.5457	55.6121	25.7079
b1 (mm)	3.04257	77.2274	26.1551
b2 (mm)	4.54636	69.7079	24.4984

表 4 多變數之最佳化值

	Case 1	Case 2	Case 3	Case 4
t1 (mm)	1.033	8	8	8
t2 (mm)	1.005	12	12	12
t3 (mm)	2.199	4	4	4
t4 (mm)	0.378	2	2	2
d1 (mm)	20	17.583	20	17.544
d2 (mm)	30	28.54	30	28.5141
b1 (mm)	7.5	7.5	2.0236	3.007
b2 (mm)	12	12	6.016	6.0172
$\sigma_{eqv}$ (mm)	199.423	59.337	108.358	93.717
Weight (g)	6.065	23.676	22.2408	17.38

### B、多變數最佳化

如表 4 所示，為多變數最佳化設計的四種情形，分別為對厚度 case1、外徑 case2、臂寬 case3、外形 case4 做最佳化設計。由表可看出 case1 對目標函數（重量）的影響最大，其重量約為現有連桿重量的 1/5；而 case4 的重量約為現有連桿重量的 3/5，因此可了解到若要對目標函數（重量）做最有效的改變，則需從厚度和外形著手。

就最大應力（ $\sigma_{eqv}$ ）考慮，由於厚度方面減少非常多，所以最大應力已非常接近容許應力，雖然接近容許應力但其安全性仍是有保障的，因為做最佳化之前所給的限制條件，即為在容許應力範圍內求目標函數。

由多變數的最佳化設計，可肯定的知道厚度的改變是影響重量最主要的因素。

### C、最佳化設計

圖 5(a)至(c)為整體最佳化過程變化曲線，圖 5(a)重量變化曲線圖，由圖中曲線看出從第 1 次到第 23 次時，重量改變由 55g，開始逐漸收斂至 7g，此結果符合目標函數所設重量最輕之目標。圖 5(b)應力變化曲線圖，由於尺寸初始值都設定的比現有尺寸大，所以一開始分析出之應力只有

8.6MPa 左右，隨著尺寸的減小重量減輕，其最大應力逐漸增大，但並無超過容許應力，最後收斂至 154MPa。圖 5(c)~(e)分別為厚度、外徑及臂寬之變化曲線圖，如圖所示，各項變數都由初始值逐漸趨近於下限。

表 5 為最佳化與現有連桿及初始值之比較，現有連桿分析其最大應力為 55.7MPa，重量為 28.7g，而最佳化後之最大應力值為 154.3MPa，重量為 7.1g，其重量約為限有連桿的 1/4，而最大應力並沒有超過容許應力 200MPa，符合原先設定的限制條件。

依據最佳化後的數值，給予一組建議值，經 ANSYS 分析後，可以發現最大應力為 165.4MPa，重量為 6.6g，其各項數值均符合預期之目標。

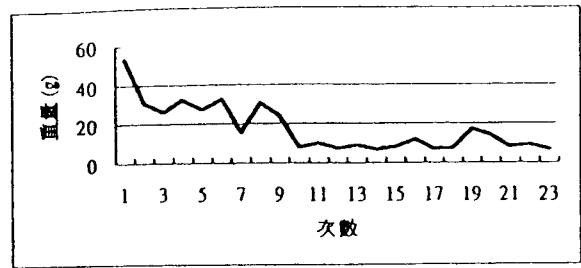
圖 6 為初始條件的 $\sigma_{eq}$ 與 $\sigma_1$ 應力分佈圖，最大應力出現於連桿與軸相接處的內側，因為連桿承受壓力與所預測情況相同。

圖 7 相同情況下，用現有連桿尺寸來進行分析，現有連桿最大 $\sigma_{eq}$ 出現在厚度最薄的地方，與初始條件之連桿稍有不同，主要應是現有連桿厚度不一樣的關係所造成， $\sigma_1$ 情形現有連桿與初始條件連桿，則出現在相同的地方。

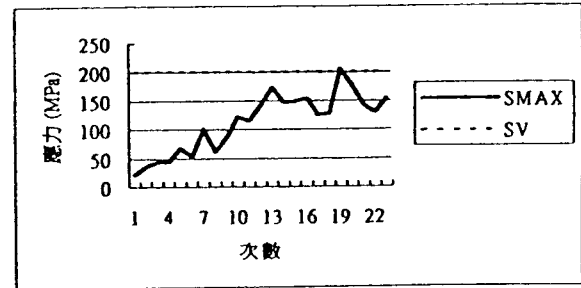
圖 8 最佳化設計後之連桿，各部分尺寸都明顯減少許多，有達到重量最輕目的，且最大應力 $\sigma_{eq}$ 、 $\sigma_1$ 出現位置也都很合理，並沒有因為減少重量及尺寸，而影響到最大應力分佈位置及強度。

表 5 最佳化與現有連桿及初始值之比較

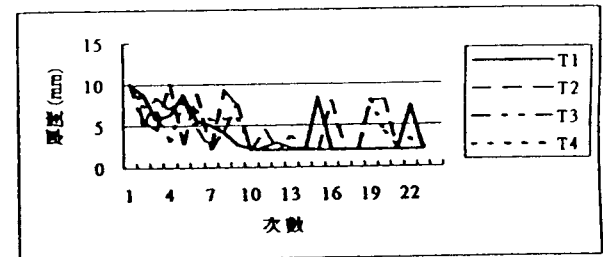
	變數範圍	初始尺寸	現有尺寸	最佳化	最佳化建議值
t1 (mm)	2-20	20	8	2.0181	2
t2 (mm)	2-20	20	12	2.0789	2
t3 (mm)	2-20	20	4	2.0165	2
t4 (mm)	2-20	20	2	2.3102	2
d1 (mm)	17.5-30	30	20	17.52	17.5
d2 (mm)	28.5-35	35	30	28.562	28.5
b1 (mm)	3-8	10	7.5	3.0823	3
b2 (mm)	6-12	15	12	6.524	6.5
$\sigma_{eq}$ (MPa)		8.648	55.6679	154.3	165.44
Weight(g)		189.664	28.6634	7.0764	6.6387



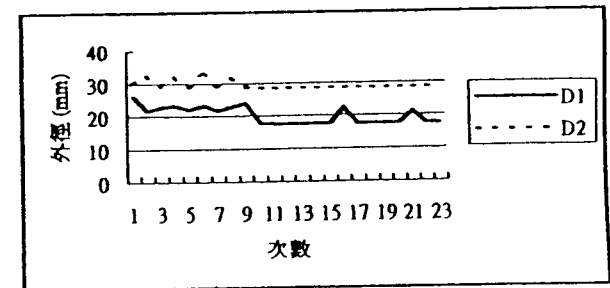
(a) 重量變化曲線圖



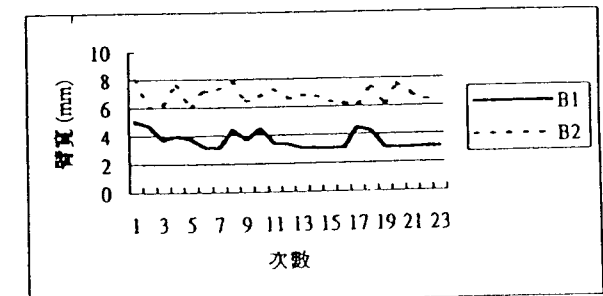
(b) 應力變化曲線圖



(c) 厚度變化曲線圖



(d) 外徑變化曲線圖



(e) 臂寬變化曲線圖

圖 5 最佳化過程變化曲線圖

## 七、結論

本文以 ANSYS 有限元素分析軟體，對機車引擎連桿形狀做最佳化設計，經過結果與討論可得以下幾點之結論：

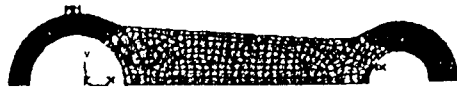
- 1、影響連桿重量最主要之變數為連桿之厚度，所以連桿斷面均設計成 I 字型，可有效減輕重量且不會影響強度。
- 2、為確保有限元素模型的正確性，必須先做收斂性分析，在合理的範圍內，使用最簡單的模型來模擬實際的問題，以節省求解時間。
- 3、最佳化建議值所建議之尺寸，在經過分析後，應力及重量符合問題之要求，可見最佳化之尺寸，仍有相當的可靠性，可作為今後相關研究及實作之參考。
- 4、本文只考慮水平方向的負荷，並未考慮垂直方向之負荷，與實際情況有些許出入，為本文不足之處，但會考慮在往後時間再做補充。

## 八、誌謝

在專題即將發表的此時，特別在此感謝王柏村老師，在這一年來，在專題及相關知識，對我們的指導。

## 九、參考文獻

- 1、黃靖雄，現代汽車引擎，全華科技圖書股份有限公司，pp.2.156-2.160，1996。
- 2、徐業良，工程最佳化設計，國立編譯館，1995。
- 3、莊勝雄，工程最佳化，國立編譯館，1995。



(a) 初始條件之 $\sigma_{eqv}$



(b) 初始條件之 $\sigma_1$

圖 5 初始條件之應力圖



(a) 現有連桿之 $\sigma_{eqv}$



(b) 現有連桿之 $\sigma_1$

圖 7 現有連桿之應力圖



(a) 最佳化連桿之 $\sigma_{eqv}$



(b) 最佳化連桿之 $\sigma_1$

圖 8 最佳化連桿之應力圖

- 4、林啓琛，有限元素法在引擎設計上的應用，機械工業雜誌。85年11月號，pp130-135，1996。
- 5、林啓琛，機車連桿應力分析，工研院機械所技術報告，1994。
- 6、康耀鴻，機構學，高立圖書有限公司，pp.40-42，1996。

working range. The work enhances the product design to reduce the cost and materials.

## Size Optimum Design for Linkage Bar of Motorcycle Engine

Fu-Chang Shu & Yaw-Long Jang  
Bor-Tsuen Wang

Department of Mechanical Engineering  
National Pingtung University of  
Science and Technology

### ABSTRACT

This paper introduce the use of ANSYS, to optimally design the size of linkage bar of motorcycle engine. The FE model is built with the use of PLANE42 and CONTAC12 elements. Convergence analysis is first performed to show the correctors FE model. The optimization problem for determining the size of linkage bar in then constructed. The objective function, design variables and constraints are properly defined. Results show that the optimum size of linkage bar can be obtained. The weight of linkage bar can be greatly reduced while the maximum stress is within the