

指導教授：王柏村

陳建呈 呂學榮

國立屏東技術學院機械工程技術系

摘要

本文旨在以有限元素法ANSYS程式進行四個自由度之機車動態模型的特性分析。假設機車之前、後輪分別承受一單位位移的諧振 (Harmonic vibration) 作用，探討前後輪系兩個等效質量的垂直振盪響應，及車體質心的垂直及轉動之振盪響應情形。並改變此機車模型的輪系質量和輪胎彈性係數，分析在不同系統參數下的機車動態特性。結果顯示，在中、高頻的行駛條件下，車體對前輪激振的振動響應遠大於對後輪激振的響應，且在一般中頻的行駛條件下，較輕較軟的輪胎具有較佳的振動阻絕性。此與一般經驗法則亦相符合，未來更可發展此一模型，應用於真實路面狀況的振動響應分析。

一、前言

車輛行駛崎嶇路面，從接觸地面的輪胎到緩衝器以及車身本體，皆受到程度不等的振動，此一振動會直接造成車上乘客的不舒適感。因此設計一個適當的行駛車輛的避震系統以降低或消除此不舒適感，即為車輛動力學的主要課題。

Wong[1]之陸地車輛學提到車輛對不同振動情形下的系統響應及騎乘特性分析，但只以二個自由度的振動模型做為教材，對多自由度的情況僅提供分析的理念，本報告內

容即在以有限元素法分析一四個自由度的機車動態系統。

使用有限元素法，在建構正確的模型後，可任意合理的改變系統參數、幾何尺寸、邊界條件，並且可以迅速的得到合理且準確的結果。較之實驗法受限於實驗設備的複雜、昂貴、費時以及更動不易，或理論分析法受限於模型的複雜程度，有限元素分析確實具有簡單迅速的實用性。

本文即以ANSYS有限元素法軟體為分析工具，求解一具有四個自由度的機車動態模型之前、後輪分別承受單位位移的諧振作用，分析其前後輪輸入及四個主自由度響應間的轉換函數的特性，以及在改變模型的輪系質量和輪胎彈性係數的情形下，車身本體的響應變化之特性。

二、理論分析

對一振動模型的頻域響應分析，參考Thomson[2]之振動學理論，以牛頓運動定律或Lagrange's equation推導模型之運動方程式，再對此運動方程式取其轉換函數，代入求解在不同振動頻率下的頻域響應情形，以下即略述此四個自由度的機車振動模型之數學理論分析。

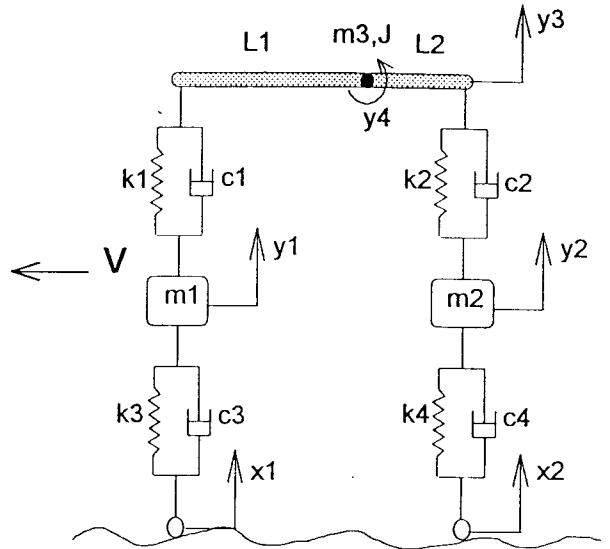
(一).運動方程式

如圖一表示四個自由度之機車振動模型，其運動方程式，如下：

$$[M]\{\ddot{y}\} + [c]\{\dot{y}\} + [k]\{y\} = [c']\{\dot{x}\} + [k']\{x\} \quad (1)$$

- $[M]$: 系統質量矩陣
- $[c], [c']$: 系統阻尼矩陣
- $[k], [k']$: 系統剛性矩陣
- $\{\ddot{y}\}$: 系統加速度向量
- $\{\dot{y}\}$: 系統速度向量
- $\{y\}$: 系統位移向量
- $\{\dot{x}\}$: 路面速度輸入向量
- $\{x\}$: 路面位移輸入向量

詳細表示式如下：



圖一. 機車系統振動模型圖

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \ddot{y}_3 \\ \ddot{y}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_3 & 0 & -c_1 & -c_1 l_1 \\ 0 & c_2 + c_4 & -c_2 & c_2 l_2 \\ -c_1 & -c_2 & c_1 + c_2 & c_1 l_1 - c_2 l_2 \\ -c_1 l_1 & c_2 l_2 & c_1 l_1 - c_2 l_2 & c_1 l_1^2 + c_2 l_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{y}_4 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} -c_1 s - k_1 & -c_1 l_1 s - k_1 l_1 \\ -c_2 s - k_2 & c_2 l_2 s + k_2 l_2 \\ m_1 s^2 + (c_1 + c_2)s + (k_1 + k_2) & (c_1 l_1 - c_2 l_2)s + (k_1 l_1 - k_2 l_2) \\ (c_1 l_1 - c_2 l_2)s + (k_1 l_1 - k_2 l_2) & J s^2 + (c_1 l_1^2 + c_2 l_2^2)s + (k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_3 & 0 & -k_1 & -k_1 l_1 \\ 0 & k_2 + k_4 & -k_2 & k_2 l_2 \\ -k_1 & -k_2 & k_1 + k_2 & k_1 l_1 - k_2 l_2 \\ -k_1 l_1 & k_2 l_2 & k_1 l_1 - k_2 l_2 & k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} +$$

$$* \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \bar{y}_3 \\ \bar{y}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_3 s + k_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_4 s + k_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_3 \\ \bar{x}_4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} k_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (2)$$

求解[G]、[P]矩陣即可得到系統之振動輸出響應相對於輪胎輸入的轉換函數矩陣[H]，其表示式如下：

(二). 轉換函數

對(1)式的運動方程式取其拉氏轉換，可得到此振動模型的系統轉換函數。

$$[G]\{\bar{y}\} = [P]\{\bar{x}\} \quad (3)$$

$\{\bar{y}\}$: 系統輸出的頻域響應向量

$\{\bar{x}\}$: 路面輸入的頻域向量

詳細的轉換函數矩陣表示如下：

$$\begin{bmatrix} m_1 s^2 + (c_1 + c_3)s + (k_1 + k_3) & 0 \\ 0 & m_2 s^2 + (c_2 + c_4)s + (k_2 + k_4) \\ -c_1 s - k_1 & -c_2 s - k_2 \\ -c_1 l_1 s - k_1 l_1 & c_2 l_2 s + k_2 l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \bar{y}_3 \\ \bar{y}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_3 s + k_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_4 s + k_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_3 \\ \bar{x}_4 \end{bmatrix}$$

三、有限元素模型

本節討論此四個自由度機車振動模型的有限元素建構。包含了幾何尺寸的建立、結構元素的選擇、節點自由度的選擇、元素實數參數的給定，以及邊界條件(如外力輸入)和拘束(如位移限制)的決定。以下針對此一四個自由度振動模型，分為幾何模型建立和邊界條件限制討論。

(一). 幾何模型之建立

本報告考慮一車身本體質心偏向後輪之機車模型，質心距離前輪 $L1=0.7184m$ ，距離後輪 $L2=0.3416m$ ，車身本體被考慮為可做垂直方向及繞質心旋轉方向的振動。故此機車模型的元素共包括前後輪胎、前後緩衝器、前後輪系質量、剛性車體、車體可轉動質量等四種型式的元素。

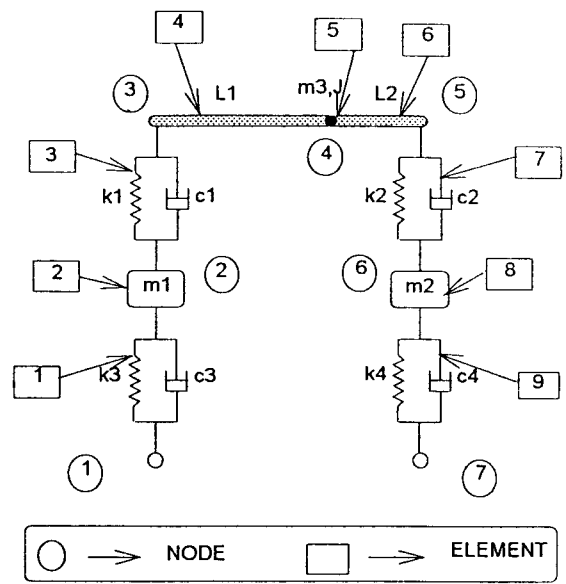
圖二詳細繪出用以架構此一振動模型的所有元素及所有節點。本有限元素模型共用了四種型式(Type)的元素，分別為BEAM3、COMBIN14、MASS21(分為可轉動和不可轉動兩種)，如表一。BEAM3為一具有UX,UY,ROTZ,三個自由度、二個節點的元素，用以架構剛性的車身本體。COMBIN14為一具兩個節點線性彈簧、阻尼結合元素，設定KEYOPT(3)=2令其只具UX,UY,兩個自由度，此元素用以架構前後輪胎及緩衝器。MASS21則為一單一節點的質量元素，設定KEYOPT(3)=3使其具UX,UY,ROTZ,三個自由度，用以架構須同時考慮垂直及轉動響應的車體質量。設定KEYOPT(3)=3使其具UX,UY,二個自由度，用以架構僅須考慮垂直響應的前後輪系質量。其自由度的設定如表二所示。

本模型共用了九個元素、七個節點，定1,7,兩節點為前後輪輸入，2,4,6,三節點為系統主自由度，如表三所示。

表四列出此模型所用到的實質參數(3)，如輪胎及緩衝器的真實參數值及車體楊氏係數、幾何尺寸。

(二).邊界條件設定

本文旨在求取此振動模型之四個主自由度($y1, y2, y3, y4$)對前後輪分別受單位位移諧振作用下的頻域響應。如圖三(a)，當前輪 $x1$ 輸入時，對所有節點在水平方向之位移予以限制，以求得主自由度節點2,4,6對前輪 $x1$ 輸入之垂直響應及節點4之轉動響應。同理如圖三(b)，拘束所有水平位移，再求四個主自由度對後輪 $x2$ 輸入的響應，此為振動模型之邊界條件。



圖二.系統元素、節點、實參數圖

表一.元素名稱、編號、節點數

元素型式	元素名稱	元素編號	節點數
Type 1	BEAM3	4, 6	2
Type 2	COMBIN14	1, 3, 7, 9	2
Type 3	MASS21	5	1
Type 4	MASS21	2, 8	1

表二.元素自由度及KEYOPT設定

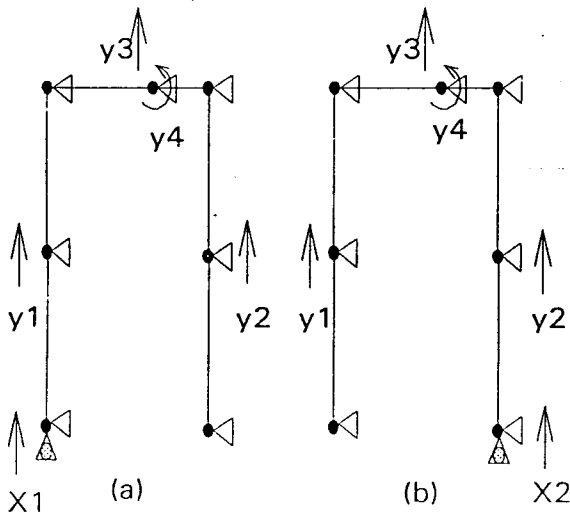
元素名稱	元素自由度	KEYOPT設定
BEAM3	UX, UY, ROTZ	
COMBIN14	UX, UY	KEYOPT(3)=2
MASS21	UX, UY, ROTZ	KEYOPT(3)=3
MASS21	UX, UY	KEYOPT(3)=4

表三.元素及節點總數

元素名稱	元素數目	節點數目
BEAM3	2	4
COMBIN14	4	8
MASS21	1	1
MASS21	2	2
總計	9	7

表四.系統實質參數及元素定義

	實數參數	元素意義
k_1, c_1	20kN/m, 1kN*s/m	前緩衝器
k_2, c_2	20kN/m, 1kN*s/m	後緩衝器
k_3, c_3	200kN/m, 0.5kN*s/m	前輪
k_4, c_4	200kN/m, 0.5kN*s/m	後輪
m_3, J	180kg, 16.854kg*m ²	車身質量,轉動慣量
m_1	5kg	前輪系質量
m_2	5kg	後輪系質量
MAT.	1, 1, 1	車體幾何性質
EX	207E9	車體楊氏係數



圖三.邊界條件及位移限制

四、結果與討論

(一).轉換函數的特性

前輪諧振輸入時, x_1 直接作用在前輪系質量 y_1 上, 故轉換函數 $H(1, 1)$ 在全頻域傳輸比都大於 1; 後輪諧振輸入時, 因前輪系質量距 x_2 較遠, 受影響比較間接, 故轉換函數 $H(1, 2)$ 在中、高頻時響應明顯下降, 如圖四

(a)。相似地, 圖四(b)說明後輪系質量 y_2 對 x_1, x_2 的相同響應情況。

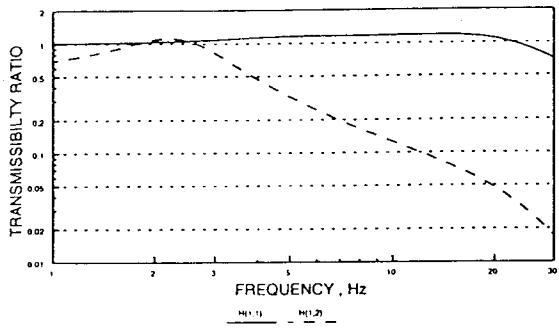
車身質心距前輪較遠, 對前後輪相同情況的諧振輸入 x_1, x_2 , 質心垂直響應 $H(3, 2)$ 比 $H(3, 1)$ 大, 但在中高頻差異很小, 反而是對前輪的轉換函數響應 $H(3, 1)$ 大於後輪的響應 $H(3, 2)$, 如圖四(c)所示。此一現象對轉動響應尤其明顯, 中高頻時對前輪的轉動響應轉換函數 $H(4, 1)$ 反而遠大於後輪的轉動響應 $H(4, 2)$, 亦即中高頻時車身對前輪的輸入響應較大, 如圖四(d)。

(二). M_{us}/M_s 值對車體振動響應的影響

如圖五(a), (b)車身質心的垂直響應圖和圖五(c), (d)的轉動響應圖, 由實線到點線, M_{us}/M_s 值由小而大, 代表輪胎質量由輕到重。在低頻振動時 M_{us}/M_s 值對車體的垂直、轉動響應影響差異不大。中頻時 M_{us}/M_s 值越小則響應越小, 亦即較輕的輪胎在中頻振動下有較佳的振動阻絕性。而在高頻的振動條件下, 則 M_{us}/M_s 值越大響應越小, 亦即高頻振動時, 越重的輪胎其振動阻絕性越佳。

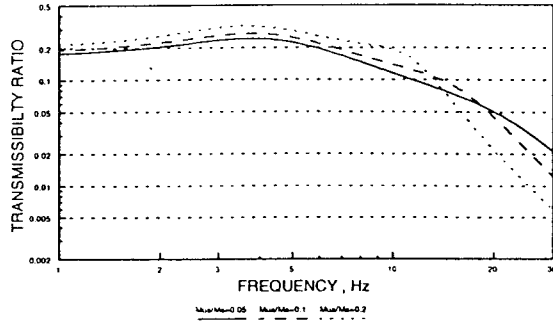
(三). K_{tr}/K_s 值對車體振動響應的影響

如圖六(a), (b)車身質心的垂直響應圖和圖六(c), (d)的轉動響應圖, 由實線到點線, K_{tr}/K_s 值由小而大, 代表輪胎彈性係數由小到大, 亦即輪胎由軟到硬。和 M_{us}/M_s 值的討論結果相同, 在低頻振動時 K_{tr}/K_s 值對車體的垂直、轉動響應影響差異亦不大。中高頻時 K_{tr}/K_s 值越大則車體的垂直、轉動響應也越大, 即越硬的輪胎其振動阻絕性越差, 故中高頻振動條件下較軟的輪胎較佳。但在圖示曲線的第一個反曲點以下(輪系質量的自然頻率以下), K_{tr}/K_s 值越大則響應越小, 即較硬的輪胎反而具有較佳的震動阻絕性, 以對前輪的響應較為明顯, 如圖六(a), (c)。



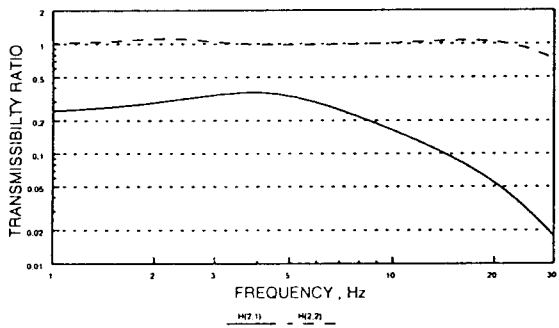
M=9 kg, M=180 kg
 K1=K2=20 kN/m, K3=K4=200 kN/m
 C1=C2=1 kN/m/s, C3=C4=0.5 kN/m/s

圖四(a).y1垂直響應(H(1,1),H(1,2))



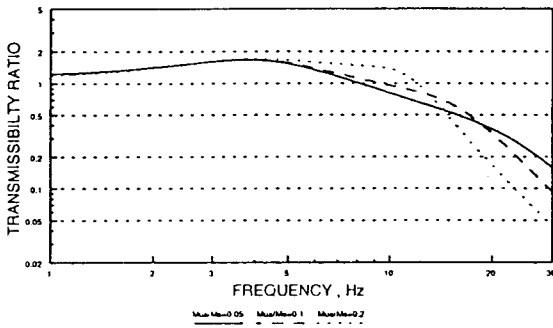
Mu/M=0.05, 0.1, 0.2
 K1=K2=20 kN/m, K3=K4=200 kN/m
 C1=C2=1 kN/m/s, C3=C4=0.5 kN/m/s

圖五(a).H(3,1)車體垂直響應



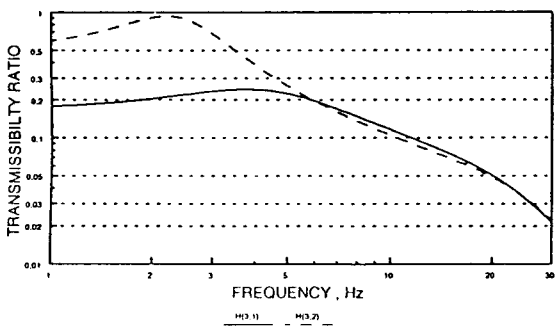
M=9 kg, M=180 kg
 K1=K2=20 kN/m, K3=K4=200 kN/m
 C1=C2=1 kN/m/s, C3=C4=0.5 kN/m/s

圖四(b).y2垂直響應(H(2,1),H(2,2))



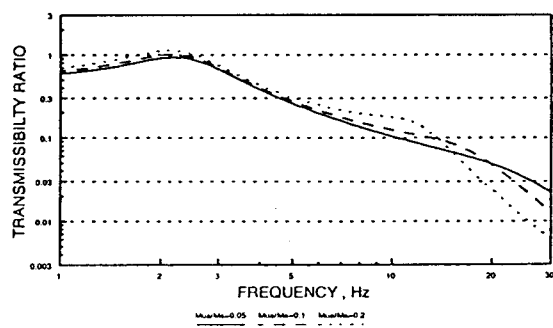
Mu/M=0.05, 0.1, 0.2
 K1=K2=20 kN/m, K3=K4=200 kN/m
 C1=C2=1 kN/m/s, C3=C4=0.5 kN/m/s

圖五(b).H(3,2)車體垂直響應



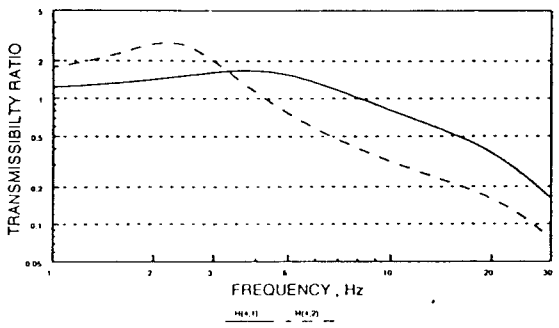
M=9 kg, M=180 kg
 K1=K2=20 kN/m, K3=K4=200 kN/m
 C1=C2=1 kN/m/s, C3=C4=0.5 kN/m/s

圖四(c).y3垂直響應(H(3,1),H(3,2))



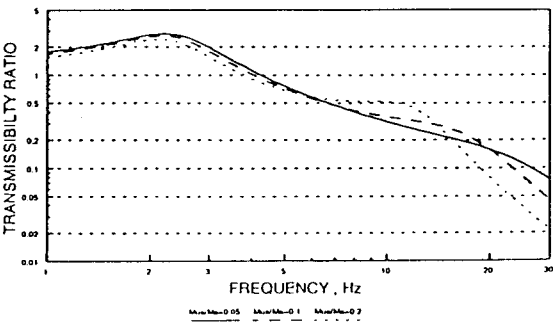
Mu/M=0.05, 0.1, 0.2
 K1=K2=20 kN/m, K3=K4=200 kN/m
 C1=C2=1 kN/m/s, C3=C4=0.5 kN/m/s

圖五(c).H(4,1)車體轉動響應



M=9 kg, M=180 kg
 K1=K2=20 kN/m, K3=K4=200 kN/m
 C1=C2=1 kN/m/s, C3=C4=0.5 kN/m/s

圖四(d).y4轉動響應(H(4,1),H(4,2))



Mu/M=0.05, 0.1, 0.2
 K1=K2=20 kN/m, K3=K4=200 kN/m
 C1=C2=1 kN/m/s, C3=C4=0.5 kN/m/s

圖五(d).H(4,2)車體轉動響應

五、結 論

本報告以有限元素法分析一具四個自由度的機車振動模型。初步的分析得知，對相同的位移諧振作用，一般中高频行駛振動下前輪輸入對車體振動的影響遠較後輪要大，尤其是對轉動效果而言。再對一般中頻行駛振動的機車而言，建議採用較輕較軟的輪胎，可以得到較佳的避震效果。

本專題對於將來實用性的發展，為可利用此一模型於真實路面狀況的PSD(Power Spectral Density)分析，進一步實用化的討論對真實路況的騎乘舒適性。亦可用以求解系統設計點參數，達到更實用的目標。

六、參考資料

1. J.Y. Wong, "Theory of Ground Vehicles," 2nd ed, pp.348-368, (1993).
2. W.T. Thomson, "Theory of Vibration with Applications," 4th ed, pp.215-221, (1993).
3. 工業技術研究院機械工業研究所, "機械動力系統設計技術手冊," 04-6-81-0001, (1991).

七、附 錄

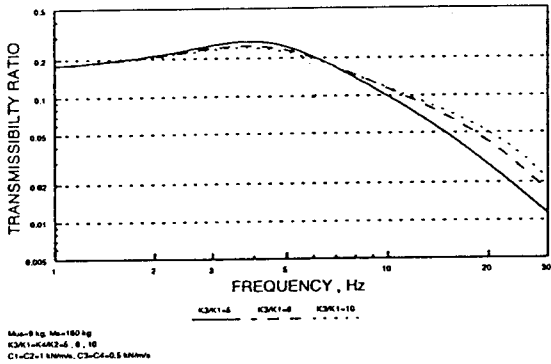
以下為四個自由度之機車動態模型的有限元素ANSYS部份程式(Mus/ms=0.05, Ktr/ks=10, x1單位位移諧振輸入)。

```

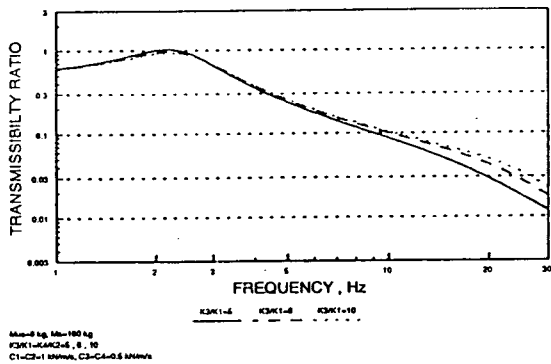
/REP7
/TITLE, The Seismic Excitation
ANTYPE,HARMIC
HROPT,REDUC
HROUT,OFF
    
```

```

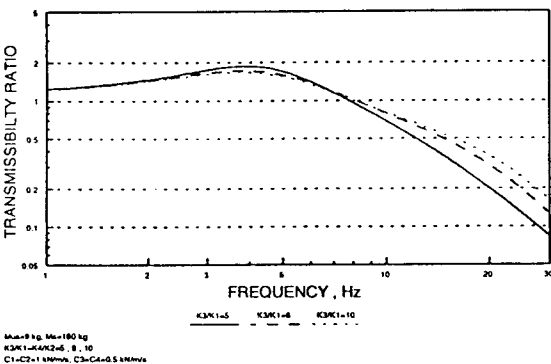
C*** Define Parameter
Startf=0
Endf=30
Nfreq=150
k1=20000
k2=20000
k3=200000
k4=200000
c1=1000
    
```



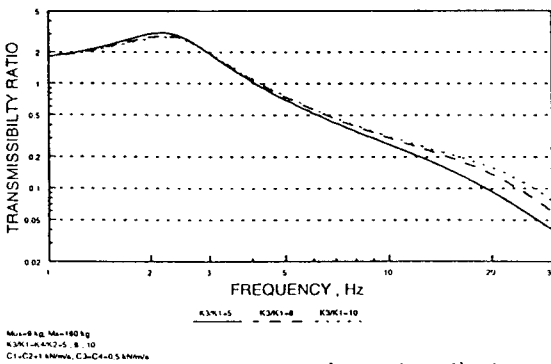
圖六(a).H(3,1)車體垂直響應



圖六(b).H(3,2)車體垂直響應



圖六(c).H(4,1)車體轉動響應



圖六(d).H(4,2)車體轉動響應

c2=1000
c3=500
c4=500
m1=9
m2=9
m3=180
l3=16.854
L1=0.7184
L2=0.3416

C*** Geometry Model

N,1
N,2,,1
N,3,,2
N,4,L1,2
N,5,(L1+L2),2
N,6,(L1+L2),1
N,7,(L1+L2),0

C*** Element Type

ET,1,BEAM3,
ET,2,COMBIN14,,,2
ET,3,MASS21,,,3
ET,4,MASS21,,,4
R,1,k1,c1
R,2,k2,c2
R,3,k3,c3
R,4,k4,c4
R,5,m3,l3
R,6,m1
R,7,m2
R,8,1,1,1

C*** Material Properties

MP,EX,1,207E9

C*** Define Element

TYPE,2
REAL,3
E,1,2
TYPE,4
REAL,6
E,2
TYPE,2
REAL,1
E,2,3
TYPE,1
REAL,8
MAT,1
E,3,4
E,4,5
TYPE,3
REAL,5
E,4
TYPE,2
REAL,2
E,5,6
TYPE,4

REAL,7
E,6
TYPE,2
REAL,4
E,6,7

C*** Define MDOF

M,ALL,UY
M,4,UY,,,ROTZ

C*** Range of Frequency

OUTPR,BASIC,1
HARFRQ,Startf,Endf
NSUBST,Nfreq
KBC,1

C*** Boundary Condition

D,1,UX
D,7,UX
D,4,UX
D,1,UY,1
FINISH

/SOLU
SOLVE
FINISH

/POST26
FILE,,rfrq
NSOL,2,4,U,Y,4UY
NSOL,3,4,ROT,Z,4RZ
/GRID,1
/AXLAB,Y,DISP
PLVAR,2,3
ABS,4,2
ABS,5,3
/OUTPUT,MOTOR
PRVAR,4,5
FINISH