

遺傳學演算法在螺栓組合結構最佳化之應用

學生：林義勝

彭耀哲

指導老師：王栢村 博士

國立屏東技術學院

機械工程技術系

摘要

本專題旨在應用遺傳學演算法在螺栓組合結構最佳化設計。文中將遺傳學演算法的原理做一章章介紹，並介紹運用遺傳學演算法於最佳化設計求解過程，以螺栓組合結構設計問題為例，使得螺栓於固定力作用下，能將成本降至最低，且僅有最小之螺栓負荷、螺栓剪應力、螺栓支承應力及鋼板彎曲應力。結果顯示遺傳學演算法成功地應用在螺栓組合結構之螺栓尺寸和位置的最佳化設計。

前言

遺傳學演算法 (Genetic Algorithm) 最早於1970年由 Holland【1】所發展出來的。應用於設計最佳化領域上。Goldberg【2, 3, 4】也應用遺傳學演算法於天然瓦斯管線最佳化設計上。之後，Powell 和 Tong【5】也應用此方法結合專家系統發展設計之最佳化軟體 "EnGENEous" 以設計冷卻風扇和飛機渦輪引擎等。

遺傳學演算法和一般傳統最佳化設計數值分析方法有很大之不同。遺傳學演算法是把設計變數 (design variables) 轉換成字串，然後對一群字串進行再生 (Reproduction)、互換 (Crossover) 和突變 (Mutation) 三種基本操作，利用這三種基本操作可提高新生代之適應度 (fitness)，進而達到最佳化之目的。由上述三種基本操作，分別設定互換機率、突變機率及群數 (population size)，可使其有合理之分配，並增進運算之效率。近年來已成功地推廣應

用於各種工程之最佳化設計，如焊接【6】、螺旋彈簧【6】、桁架結構【7, 8】、矩形薄板彎曲負載【9】、促動器配置最佳化【10】等設計問題。更證明遺傳學演算法在最佳化設計的適應性與優越性。

本專題將運用遺傳學演算法，對螺栓組合結構及螺栓成本模式作分析，以使得螺栓於固定力作用下，能將成本降至最低，且僅有最小之螺栓負荷、螺栓剪應力、螺栓支承應力及鋼板彎曲應力。結果顯示，根據單一目標函數或多重目標函數之最佳化設計，均比原設計降低 5-20% 之承載應力，遺傳學演算法成功地應用於螺栓組合結構之最佳化設計。

遺傳學演算法之簡介

遺傳學演算是原始於生物科技「適者生存、不適者淘汰」之進化論。其原理是利用隨機機率於電腦中產生 0 與 1 之二進位碼，而構成多字串組，字串組之多寡取決於群數之大小，群數愈大電腦耗費計算時間愈長。將這些字串組利用二進位制計算轉換十進位制，而得設計變數之實際值，並計算出適存函數 (Fitness)，以下舉例說明。

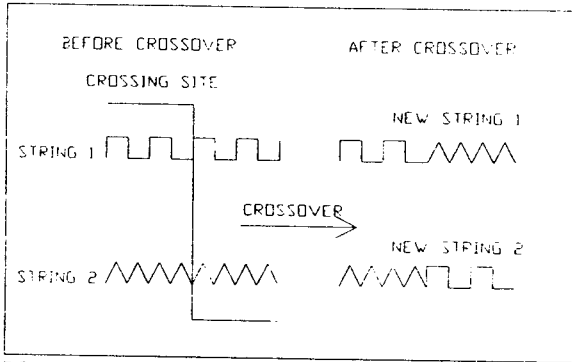
當利用電腦隨機產生四個 5bit 之字串組，而以這四組字串產生出如表一之值。如此再利用電腦隨機產生互換及突變並進行互換與突變之動作，如表二所示。其中進行互換之動作，可由圖一看出其過程。

表一. 遺傳學演算法手算實例【4】

String No.	Initial Population Randomly Generated	x Value Unsigned Integer	f(x) x^2	pselect _i $\frac{f_i}{\sum f}$	Expected count $\frac{f_i}{f}$	Actual Count from Roulette Wheel
1	01101	13	169	0.14	0.58	1
2	11000	24	576	0.49	1.97	2
3	01000	8	64	0.06	0.22	0
4	10011	19	361	0.31	1.23	1
Sum			1170	1.00	4.00	4.0
Average			293	0.25	1.00	1.0
Max			576	0.49	1.97	2.0

表二. 遺傳學演算法手算實例【4】

String No.	Cross Site Shown	Mate Randomly Selected	Crossover Site Randomly Selected	New Ppopulation	x Value	f(x) x ²
1	01101	2	4	01100	12	144
2	11000	1	4	11001	25	625
3	11000	4	2	11011	27	729
4	10011	3	2	10000	16	256
Sum						1754
Average						439
Max						729

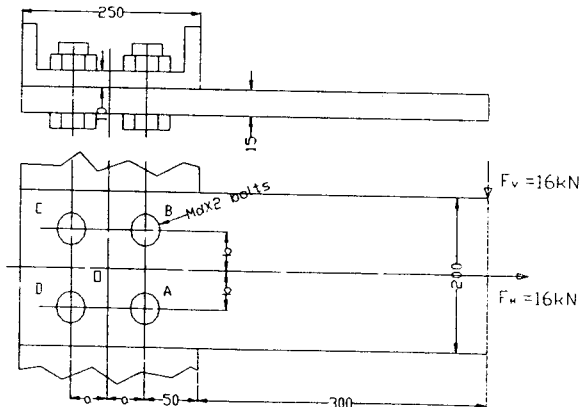


圖一. 互換過程示意圖【4】

當進行了互換與突變過程之後，計算出設計變數 X 與目標函數 $f(x)$ 。再利用內差法計算出每個字串中極大值與極小值，再由各字串所算出之極大值與極小值中，比較出最大及最小值，而這個最大值與小值就是經由遺傳學演算法分析得出之最佳值。

螺栓組合結構

考慮一螺栓組合結構如圖二所示，550×200×15mm 的矩形斷面鋼板，用四支螺栓鎖緊於 250mm 之槽鋼上，而在矩形鋼板之右側端上施以一水平力 $F_H = 16kN$ 及垂直力 $F_V = 16kN$ 。以螺栓直徑 d 組裝鋼板，分別對稱於矩形鋼板及槽鋼



圖二. 螺栓組合結構

之中心線上，兩螺栓間之距離分別為 a 及 b ，如圖二所示。由以上已知條件，可求出：

(1) 螺栓之最大負荷

$$F_B = \left(4 + \frac{1700a}{a^2 + b^2}\right)\bar{i} + \left(-4 - \frac{1700b}{a^2 + b^2}\right)\bar{j} \quad (1)$$

(2) 螺栓之最大剪應力

$$\tau_{\max} = \frac{F_{\max}}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4F_{\max}}{\pi d^2} \quad \dots \dots \dots (2)$$

(3) 螺栓之最大支承應力

$$\sigma_{\max}(\text{bearing}) = \frac{F_{\max}}{td} = \frac{F_{\max}}{10d} \quad \dots \dots \dots (3)$$

(4) 鋼板之臨界彎應力

$$\sigma_{\max}(\text{bending}) = \frac{Mc}{I} = \frac{F_{\max}[425 - a] \times 10^3 \times 100}{10^7 - 2.5d^3 - 30db^2} \quad (4)$$

其詳細之推導過程如附錄 A。

螺栓成本模式分析

表三為查訪市面螺栓零件之價格一覽表。其中單組總價為螺栓、螺帽各以 100 個、華司 200 片為單位。螺栓、螺帽及單組總價之數值均以 100 份為單位，而華司之單位為 200 個。

為便於分析螺栓成本，以最小平方法【11】推導一次線性方程式以代表螺栓成本模式如下：

表三. 螺栓尺寸價格一覽表

尺寸(in)	螺栓	螺帽	華司	單組總價
1.25	35	15	65	115
2.5	55	30	55	140
3.0	75	40	50	165
3.5	115	60	50	225
4.0	140	70	45	255
※ 4.5	175	100	45	320
5.0	270	130	45	445

※為自行假設之價格

註：價格為新台幣(單位：元)

$$cost = \frac{720}{7}d - \frac{855}{7} \dots \dots \dots (5)$$

其詳細之推導過程如附錄 B。

架構最佳化問題

欲分析前述螺栓組合結構之最佳化問題，首先架構其最佳化分析模式。以下依設計參數、目標函數及侷限方程式說明。

◎設計參數

令 a、b、d 為螺栓結構之設計參數。其定義如下：

- a = 螺栓水平距離 (如圖二)
- b = 螺栓垂直距離 (如圖二)
- d = 螺栓直徑 (如圖二)

◎目標函數

因為遺傳學演算法乃在求最大值，因此欲降低 F_{max} 、 τ_{max} 、 $\sigma_{max}(\text{bearing})$ 、 $\sigma_{max}(\text{bending})$ 、 $cost$ 此五種目標函數，可定義五種適存函數如下：

$$F_1(a, b) = 100 - F_{max} = 100 - F_B \dots \dots (6)$$

$$F_2(a, b, d) = 100 - \tau_{max} \dots \dots \dots (7)$$

$$F_3(a, b, d) = 10 - \sigma_{max}(\text{bearing}) \dots \dots \dots (8)$$

$$F_4(a, b, d) = 100000 - \sigma_{max}(\text{bending}) \dots (9)$$

$$F_5(d) = 6000 - cost \dots \dots \dots (10)$$

◎侷限方程式

設計參數之最大、最小值分別為邊界或最大螺栓直徑。因此亦可定義如下：

$$\begin{aligned} 0 < a < 125 \\ 0 < b < 100 \dots \dots \dots (11) \\ 0 < d < 47.625 \end{aligned}$$

◎多目標函數

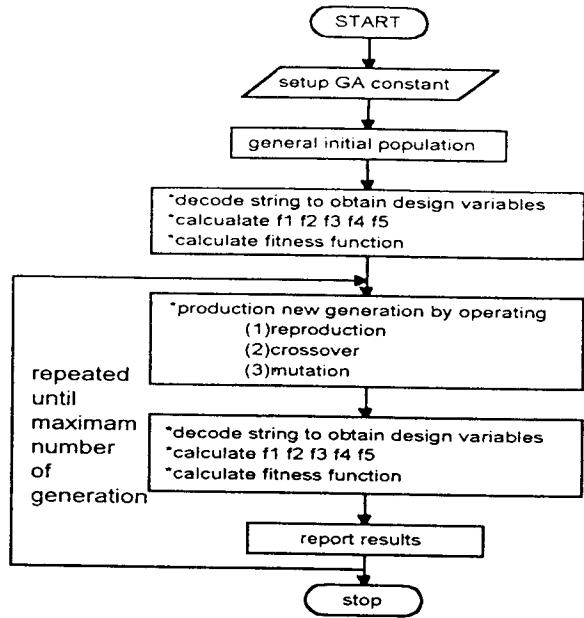
以上分析乃針對各別之目標函數，如欲同時考慮多個目標函數，可定義一多重目標函數如下：

$$F(a, b, d) = \sum_{i=1}^5 w_i F_i(a, b, d) \dots \dots \dots (12)$$

其中， w_i 為加權值，可視需要調整其值。當各目標函數之重要性相同時，可皆取值為 1。

求解方法

圖三顯示遺傳學演算法流程圖，以遺傳學算法求解，首先須設定族群大小、字串長度、衍生代數、交換機率、突變機率、加權值等參數。接著由亂數產生出第零代之字串，計算其每一字串



圖三· 遺傳學演算法流程圖【12】

所代表之 a, b, d 值。再由 a, b, d 值可計算出 (1) 螺栓之最大負荷 (2) 螺栓之最大剪應力 (3) 螺栓之最大支承應力 (4) 鋼板之臨界彎曲應力 (5) 成本的對應之適存函數值。可由每一字串之適存函數值統計出族群之 (1) 最大適存數值 (2) 平均適存函數值 (3) 最小適存函數值。

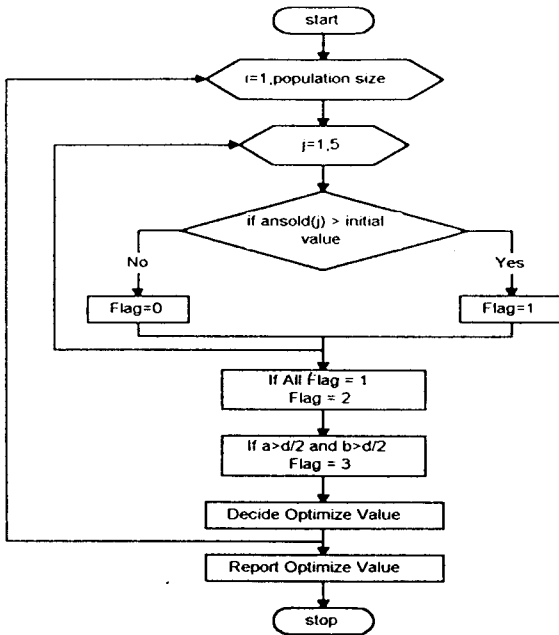
接著由族群中每一字串之適存函數選出較好之字串，每兩個字串可產生兩個新字串此過程既為『再生』，產生時尚須考慮交換機率與突變機率之影響，以期有更好之適存函數值。

分別判斷 (1) 螺栓之最大負荷 (2) 螺栓之最大剪應力 (3) 螺栓之最大支承應力 (4) 鋼板之臨界彎曲應力 (5) 成本，是否均小於原始設計值。並接著判斷每一設計值之 a 及 b 值，以排除不合理之設計，判斷流程如圖四所示。如此重覆直到演生代數所定之數值，便可挑選出最佳值。

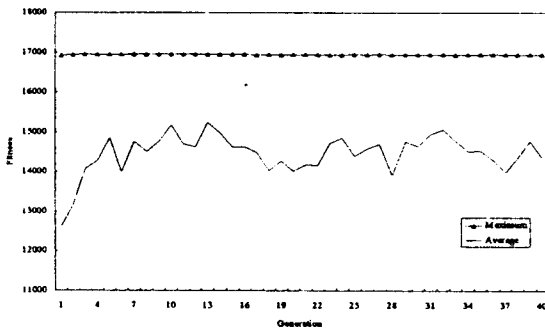
結果與討論

由以上求解方法設定下列參數如下：族群大小 = 40、字串長度 = 30、衍生代數 = 30、交換機率 = 0.6、突變機率 = 0.06。如為多重目標函數，再加上加權值： $w_1 = 5.0$ 、 $w_2 = 2.0$ 、 $w_3 = 2.5$ 、 $w_4 = 1.0$ 、 $w_5 = 2.8$ 。

圖五為一典型之適存函數軌跡圖，平均值及最大值均有逐漸升高之趨勢。最佳設計之螺栓尺寸位置如表四，而 (1) 螺栓之最大負荷 (2) 螺栓之最大剪應力 (3) 螺栓之最大支承應力 (4) 鋼板之臨界彎曲應力 (5) 成本如表五，其中 case 之數字代表在最佳化時所考慮之目標函數，表六則顯示最佳化設計後各目標函數之改善百分比。圖六則為螺栓最佳化位置之分佈圖，分別就以上結果，討論如下：



圖四·判斷最佳值流程圖



圖五·適存函數值軌跡圖

◎單一目標函數

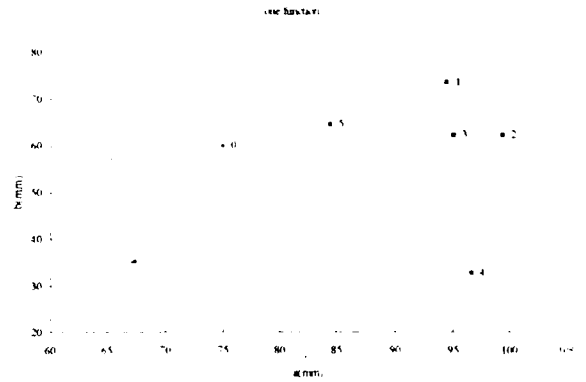
以單一目標函數所得之最佳值應比以其它多重目標函數所得之結果要好，即所減小之百分比應較多，但事實並非如此，如表六所示。因為在選擇最佳值時加入判斷，判斷方法如圖四，因此所選擇之最佳值並非小值。從各種受力所減小之百分比討論，均比原始設計之受力減小 5~13%，亦即比原始設計優良。

而表四之 d 值均選擇到 15.875mm，比原始設計之螺栓尺寸 16mm 小，可降低螺栓之成本，但並不提高承載應力。

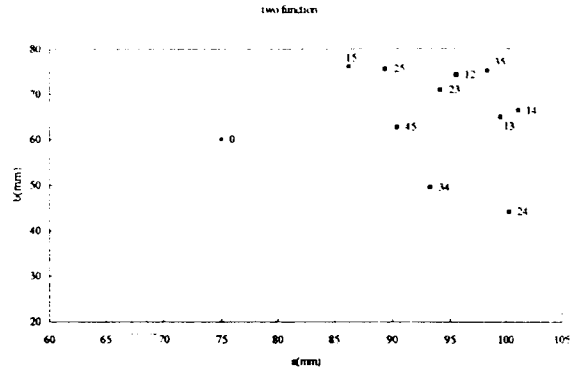
從位置分佈圖六 (a)，五種目標函數值之 a 值均放大，而第四種函數之 b 值下降，可由 (A21) 式得知降低 b 值可使 I 值增加，便可使 (A22) 式鋼板之臨界彎曲應力 σ_{\max} (bending) 減小。

◎二重目標函數

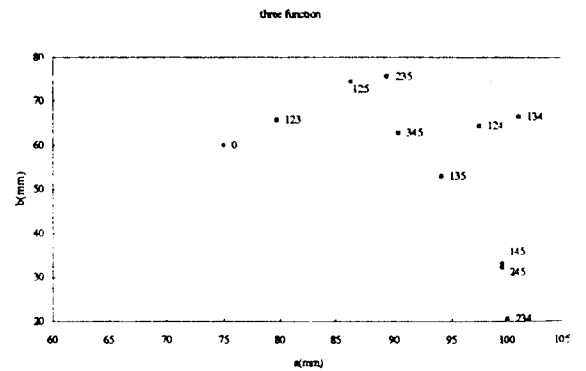
二重目標函數選出之受力值所減小之百分比比原始設計降低 6~19%。從 a, b 之位置分佈圖



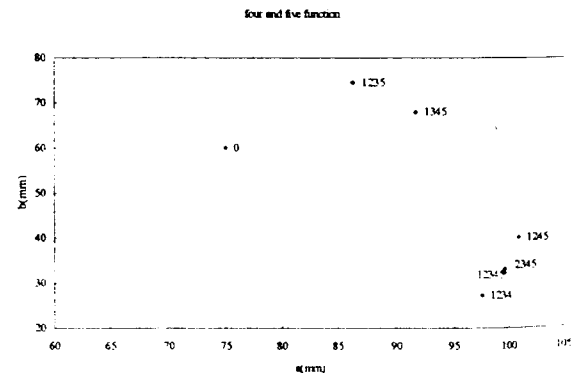
(a) 單一目標函數



(b) 二重目標函數



(c) 三重目標函數



(d) 四重與五重目標函數

圖六·螺栓最佳化位置分佈圖

表四.最佳設計之尺寸一覽表

case	a(mm)	b(mm)	d(mm)
0	75.0000	60.0000	16.000
1	94.4614	73.4319	15.875
2	99.4071	62.1863	15.875
3	95.0549	62.1863	15.875
4	96.6375	32.8433	15.875
5	84.4713	64.4950	15.875
12	95.5495	74.3256	15.875
13	99.5060	65.0163	15.875
14	101.0886	66.5058	15.875
15	86.3506	76.1130	15.875
23	94.1647	70.9743	15.875
24	100.2973	44.2379	15.875
25	89.4169	75.5917	15.875
34	93.2745	49.5256	15.875
35	98.3190	75.2193	15.875
45	90.4060	62.7821	15.875
123	79.7235	65.6866	15.875
124	97.5277	64.3460	15.875
125	86.3506	74.4746	15.875
134	101.0886	66.5058	15.875
135	94.1647	52.9514	15.875
145	99.6049	33.1412	15.875
234	100.0995	20.6295	15.875
235	89.4169	75.5917	15.875
245	99.6049	32.1730	15.875
345	90.4060	62.7821	15.875
1234	97.5277	27.2577	15.875
1235	86.3506	74.4746	15.875
1245	100.8908	40.0673	15.875
1345	91.6919	67.9208	15.875
2345	99.6049	32.1730	15.875
12345	99.6049	33.1412	15.875

六 (b) 討論，只有選擇第三、四種及第二、四種之組合的 b 值是降低的，其餘選擇均會提高 a, b 值，但 case 45 及 14 之 b 值未提高太多，原因亦同單一目標函數。

◎三重目標函數

三重目標函數之受力值比原始設計降低 4~18%。以 a, b 之位置分佈圖六 (c) 看來，有四組選擇降低 b 值。因降低 b 值之組數比例增加，所以可以看出，考慮之目標函數愈多，愈多組 b

值下降。

◎四重、五重目標函數

四重及五重目標函數所受之力比原始設計降低 5~26%。b 值降低趨勢增加，且其中均含第四種目標函數，可知第四種目標函數對適存函數值之影響相當大。

遺傳學演算法具有適應性，在選擇 a, b, d 值時，可視須求選擇應加重比例之目標函數，以適應實際之需求。

當遺傳學演算法應用在螺栓組合結構上時，以本題目為例，建議之 a, b, d 值為 case 35 或 case 14 之值，因 case 35 及 case 14 之各種受力值所降低之百分比比較其他組為佳。

結論

本專題成功地應用遺傳學演算法到螺栓組合結構之最佳化設計。主要結論如下：

1. 遺傳學演算法可應用於螺栓組合結構、螺栓位置及尺寸之最佳化設計。
2. 考慮了五種目標函數，分別為 (1) 螺栓之最大負荷 (2) 螺栓之最大剪應力 (3) 螺栓之最大支承應力 (4) 鋼板之臨界彎曲應力 (5) 成本。
3. 分別就單一或多重目標函數求得最佳之螺栓位置及尺寸。
4. 經由最佳化之設計後，均比原設計減少承載應力 5~20% 不等。
5. 基於目標函數之均衡考量，最後建議螺栓尺寸及位置為 a=98.319、b=75.219、d=15.875 mm。

參考資料

1. Holland, J.H., "Adaptation in Natural and Artificial System", The University of Michigan Press, Ann Arbor (1975).
2. Goldberg, D.E., "Computer-Aided Pipeline Operation Using Genetic Algorithms and Rule Learning Part I: Genetic Algorithms in Pipeline Optimization Engineering with Computers", Vol.3, pp.35-45 (1987).
3. Goldberg, D.E., and C.H. Kuo, "Genetic Algorithms in Pipeline Optimization", Journal of Computing in Civil Engineering, Vol.1, No.2, pp.128-141 (1987).
4. Goldberg, D.E., Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine

表五. 最佳設計時之最大目標函數

case	Fmax(kN)	τ max(MPa)	σ max(bearing)(MPa)	σ max(bending)(MPa)	cost(NT\$)	
0	23.33	116.0356	145.8144	98.84480	18.37286	
1	19.83402	100.2057	124.9387	88.33146	15.10714	
2	20.05098	101.3018	126.3054	80.12073	15.10714	
3	20.53599	103.7522	129.3606	83.15562	15.10714	
4	21.87361	110.5101	137.7865	75.79425	15.10714	
5	21.61554	109.2063	136.1609	91.90566	15.10714	
12	19.66907	99.3723	123.8997	88.05465	15.10714	
13	19.87253	100.4003	125.1813	81.08972	15.10714	
14	19.62261	99.1375	123.6070	80.62357	15.10714	
15	20.41762	103.1542	128.6149	95.62197	15.10714	
23	20.03430	101.2175	126.2003	87.31507	15.10714	
24	20.88260	105.5033	131.5439	74.85815	15.10714	
e	25	20.16169	101.8611	127.0028	93.08354	15.10714
34	21.56982	108.9753	135.8729	81.10830	15.10714	
35	19.35445	97.7828	121.9178	86.66736	15.10714	
45	21.03611	106.2789	132.5109	86.75846	15.10714	
123	22.09454	111.6263	139.1782	96.13890	15.10714	
124	20.12327	101.6670	126.7607	82.18642	15.10714	
125	20.55404	103.8434	129.4743	94.72163	15.10714	
134	19.62261	99.1375	123.6070	80.62357	15.10714	
135	21.23816	107.2997	133.7837	81.18553	15.10714	
145	21.40316	108.1333	134.8231	73.56657	15.10714	
234	21.58388	109.0463	135.9614	71.64999	15.10714	
235	20.16169	101.8611	127.0028	93.08354	15.10714	
245	21.43252	108.2816	135.0080	73.43386	15.10714	
345	21.03611	106.2789	132.5109	86.75846	15.10714	
1234	21.89332	110.6097	137.9107	74.40165	15.10714	
1235	20.55404	103.8434	129.4743	94.72163	15.10714	
1245	20.97420	105.9661	132.1209	73.68686	15.10714	
1345	20.51024	103.6221	129.1984	87.72333	15.10714	
2345	21.43252	108.2816	135.0080	73.43386	15.10714	
12345	21.40316	108.1333	134.8231	73.56657	15.10714	

Learning, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. (1989)

5. Powell, D.J., S.S. Tong, and M. M. Skolnick, "EnGENEOUS: Domain Independent Machine Learning for Design Optimization," Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms, Los Altos, Calif.: Morgan Kaufmann Publishers, pp.151-159 (1989).

6. Chen, J.L., and Y.C. Tsao, "Optimal Design of Machine Elements Using Genetic Algorithms," Journal of the Chinese Society Mechanical Engineers, Vol.14, No.2, pp.193-199 (1993).

7. Wu, S.J., P.T. Chow, and K.K. Oung, "Applications of the Genetic Algorithm for Structural Optimization"

表六.減少受力之百分比

case	Fmax(kN)	τ max(MPa)	σ max(bearing)(MPa)	σ max(bending)(MPa)	cost(NT\$)
0	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
1	14.98%	13.64%	14.32%	10.64%	17.77%
2	14.05%	12.70%	13.38%	18.94%	17.77%
3	11.98%	10.59%	11.28%	15.87%	17.77%
4	6.24%	4.76%	5.51%	23.32%	17.77%
5	7.35%	5.89%	6.62%	7.02%	17.77%
12	15.69%	14.36%	15.03%	10.92%	17.77%
13	14.82%	13.47%	14.15%	17.96%	17.77%
14	15.89%	14.56%	15.23%	18.43%	17.77%
15	12.48%	11.10%	11.80%	3.26%	17.77%
23	14.13%	12.77%	13.45%	11.66%	17.77%
24	10.49%	9.08%	9.79%	24.27%	17.77%
25	13.58%	12.22%	12.90%	5.83%	17.77%
34	7.54%	6.08%	6.82%	17.94%	17.77%
35	17.04%	15.73%	16.39%	12.32%	17.77%
45	9.83%	8.41%	9.12%	12.23%	17.77%
123	5.30%	3.80%	4.55%	2.74%	17.77%
124	13.75%	12.38%	13.07%	16.85%	17.77%
125	11.90%	10.51%	11.21%	4.17%	17.77%
134	15.89%	14.56%	15.23%	18.43%	17.77%
135	8.97%	7.53%	8.25%	17.87%	17.77%
145	8.26%	6.81%	7.54%	25.57%	17.77%
234	7.48%	6.02%	6.76%	27.51%	17.77%
235	13.58%	12.22%	12.90%	5.83%	17.77%
245	8.13%	6.68%	7.41%	25.71%	17.77%
345	9.83%	8.41%	9.12%	12.23%	17.77%
1234	6.16%	4.68%	5.42%	24.73%	17.77%
1235	11.90%	10.51%	11.21%	4.17%	17.77%
1245	10.10%	8.68%	9.39%	25.45%	17.77%
1345	12.09%	10.70%	11.40%	11.25%	17.77%
2345	8.13%	6.68%	7.41%	25.71%	17.77%
12345	8.26%	6.81%	7.54%	25.57%	17.77%

8th. Nat. Conf. on Mech. Eng. CSME, Taipei, pp.1589-1596 (1991).

8. Jenkins, M., "Towards Structural Optimization Via The Genetic Algorithm," Computer and Structure, Vol.40, No.5, pp.1321-1327 (1991).

9. Le Riche R., and R. T. Haftka, "Optimization of Laminate Stacking Sequence for Buckling Load Maximization by Genetic Algorithm," AIAA Journal, Vol.31, No.5, pp.951-956 (1993).

10. Onoda, J. and Y. Hanawa, "Actuator Placement Optimization by Genetic and Improved Simulated Annealing Algorithms," AIAA Journal, Vol.31, No.6, pp.1167-1169.(1993).

11. Hoffman, J.D., "Numerical Methods for Engineers and Scientists," McGraw-Hill, Inc.(1992).

- 12 Wang, B.T., "Application of Genetic Algorithms to the Optimum Design of Active Control System", Proceeding of Interational Noise and Vibration Control Conference (Noise-93), pp.231-236(1993).

附錄 A：螺栓結構力學分析

由幾何關係 (如圖二)：

$$r = \sqrt{a^2 + b^2} \dots\dots\dots (A1)$$

其中為避免螺栓太靠近邊線或太接近，令

$$0.75d < a < (\frac{250}{2} - 1.5d) \dots\dots\dots (A2)$$

$$0.75d < b < (\frac{200}{2} - 1.5d) \dots\dots\dots (A3)$$

當螺栓直徑範圍已知，則 a, b, c 之範圍設定如下：

$$0 < d < 47.625 \dots\dots\dots (A4)$$

$$0 < a < 125 \dots\dots\dots (A5)$$

$$0 < b < 100 \dots\dots\dots (A6)$$

已知所受外力作用， $F_V = 16kN$

$F_H = 16kN$ ，則彎曲力矩可得如下：

$$M = 16 \times 425 = 6.8kN - m \dots\dots\dots (A7)$$

由式(A1)，(A2)，(A3)及角度關係，

$$\tan \phi = \frac{a}{b} \dots\dots\dots (A8)$$

可求得

$$F_V' = \frac{F_V}{N} = \frac{16}{4} = 4(kN) \dots\dots\dots (A9)$$

$$F_H' = \frac{16}{4} = 4(kN) \dots\dots\dots (A10)$$

其合力為：

$$F' = \sqrt{F_V'^2 + F_H'^2} \dots\dots\dots (A11)$$

$$= 4\sqrt{2}kN$$

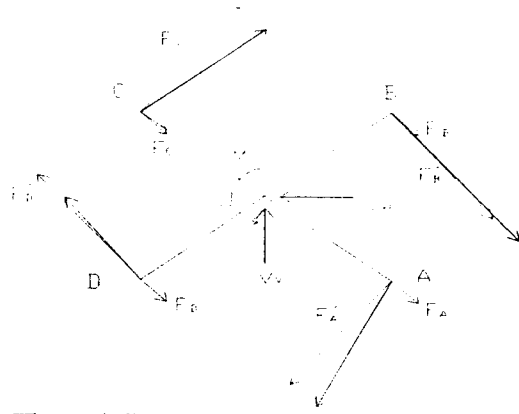
又彎矩負載可求得：

$$F'' = \frac{Mr}{4r^2} = \frac{M}{4r} = \frac{6800}{4r}$$

$$= \frac{1700}{r} = \frac{1700}{\sqrt{a^2 + b^2}} kN \dots\dots\dots (A12)$$

因此，四個螺栓力 (如圖A1) 可求得如下：

$$F_A = (4 - \frac{1700a}{a^2 + b^2})\bar{i} + (-4 - \frac{1700b}{a^2 + b^2})\bar{j} \dots (A13)$$



圖A1. 力學分析圖

$$F_B = (4 + \frac{1700a}{a^2 + b^2})\bar{i} + (-4 - \frac{1700b}{a^2 + b^2})\bar{j} \dots (A14)$$

$$F_C = (4 + \frac{1700a}{a^2 + b^2})\bar{i} + (-4 + \frac{1700b}{a^2 + b^2})\bar{j} \dots (A15)$$

$$F_D = (4 - \frac{1700a}{a^2 + b^2})\bar{i} + (-4 + \frac{1700b}{a^2 + b^2})\bar{j} \dots (A16)$$

由上四式中求出最大值 F_{max} ，而從觀看的方法可看出 F_B 為最大。所以，

$$F_{max} = F_B \dots\dots\dots (A17)$$

其次，螺栓最大剪應力可得：

$$\tau_{max} = \frac{F_{max}}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4F_{max}}{\pi d^2} \dots\dots\dots (A18)$$

$$\sigma_{max}(\text{bearing}) = \frac{F_{max}}{td} = \frac{F_{max}}{10d} \dots\dots\dots (A19)$$

當假設臨界彎曲應力發生在 y 軸，並通過 A、B 螺栓，在此位置之彎曲力矩如下：

$$M = F_{max} \left[300 + \left(\frac{250}{2} - a \right) \right] \dots\dots (A20)$$

$$= F_{max}(425 - a)(kN - mm)$$

該載面之慣性矩為：

$$I = I_{max} - 2[I_{hole} + d^2 A]$$

$$= \frac{15 \times 200^3}{12} - 2 \left[\frac{15 \times d^3}{12} + b^2 \times 15d \right] \dots (A21)$$

$$= 10^7 - 2.5^3 - 30db^2 (mm^4)$$

因此，鋼板之臨界彎曲應力為：

$$\sigma_{\max(\text{bending})} = \frac{Mc}{I} = \frac{F_{\max}[425-a] \times 10^3 \times 100}{10^7 - 2.5d^3 - 30db^2} \dots\dots\dots (A22)$$

附錄 B：螺栓成本模式分析

一次線性方程式，可寫成：

$$y = mx + b \dots\dots\dots (B1)$$

其中：m, b 可由下二式求得

$$\begin{aligned} bN + m \sum_{i=1}^N x_i &= \sum_{i=1}^N y_i \\ b \sum_{i=1}^N x_i + m \sum_{i=1}^N x_i^2 &= \sum_{i=1}^N x_i y_i \end{aligned} \dots\dots\dots (B2)$$

將 N=7 代入 Least Squares 方程式

$$\begin{cases} 7b + m \sum_{i=1}^7 x_i = \sum_{i=1}^7 y_i \\ b \sum_{i=1}^7 x_i + m \sum_{i=1}^7 x_i^2 = \sum_{i=1}^7 x_i y_i \end{cases} \dots\dots\dots (B3)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7b + 24.5m = 1665 \\ 24.5b + 92.75m = 6547.5 \end{cases} \dots\dots\dots (B4)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = \frac{720}{7} \\ b = \frac{-855}{7} \end{cases} \therefore \text{cost} = \frac{720}{7}d - \frac{855}{7} \dots\dots\dots (B5)$$

stresses of bolts can be minimized as well as the bending stress of bolted plate. Results show that the genetic algorithm can be successfully applied to determine the optimum size and location of bolts for the bolted assembly structure.

Applications of Genetic Algorithm to the Optimum Design of Bolted Assembly Structure

Y.S. Lin
Y.J. Perng
B.T. Wang

Department of Mechanical Engineering
National Pingtung Polytechnic Institute

Abstract

This report presents the use of the genetic algorithm for the optimum design of bolted assembly structure. The genetic algorithm is introduced. The solution strategy is shown. For the design of bolted structure subjected to known external loads, the cost, forces, shear stresses, and bearing