

壓縮機橡膠腳墊之模擬與驗證

王栢村¹張博鈞¹梁秀璋²

¹國立屏東科技大學 機械工程系

²瑞智精密股份有限公司

wangbt@mail.npust.edu.tw

摘要

壓縮機匹配的空調機系統中，常以橡膠腳墊來降低運轉壓縮機對空調機系統的振動傳遞，藉此提升空調機系統之振動與噪音品質上的要求及產品舒適度指標。本文以一質量塊安裝於橡膠腳墊之頂面，透過實驗模態分析(experimental modal analysis, EMA)求得橡膠質塊系統之模態參數，並以單自由度系統假設探討橡膠質塊系統，進而獲得橡膠腳墊之三個軸向及旋轉方向的等效動態剛性與阻尼係數。同時應用有限元素分析(finite element analysis, FEA)建構彈性支撐之有限元素分析模型，也以實驗所獲得的動態剛性與阻尼係數做為分析模型之剛度設定值，藉此模擬橡膠腳墊與質塊系統的邊界效應；另外，也以實際橡膠腳墊結構來建構實體幾何之有限元素模型，透過模型驗證程序比對兩者分析模型之等效性，結果顯示橡膠腳墊之彈性支撐分析模型以及腳墊模型均可充分模擬質塊與橡膠腳墊系統的振動模態特性，其中，橡膠腳墊之彈性支撐分析模型，建構模型快速簡便，更適合應用於實際壓縮機之橡膠腳墊的邊界模擬，以探討迴轉式壓縮機在實際邊界之動態分析。

關鍵詞：橡膠墊、動態剛性、阻尼係數、彈性支撐

1. 前言

在冷凍空調循環設備上，壓縮機扮演著極具重要的角色，且為了符合迴轉式壓縮機市場上高能源效率比EER等性能指標，往往在設計低振動噪音壓縮機的同時，在結構設計上常遷就於性能指標，因此隔振與消音便是目前普遍最常運用在降低振動與噪音的手法。

王等人[1]以實驗模態分析(EMA)獲得不同重量負荷下的橡膠腳墊之模態參數，進一步求得動態剛性與阻尼係數，並結合有限元素分析建構橡膠墊與質塊系統之有限元素模型，透過模型驗證程序，進行模態參數比對驗證，以確認等效分析模型，此外也探討實驗動態剛性與分析靜態剛性之差異，再次確認實驗剛性的可靠度，並提供橡膠墊隔振設計之變更與指標測定的參考依據。Lin et al. [2]透過衝擊實驗，以衝擊錘激橡膠隔振器，測得橡膠隔振器之剛性與阻尼係數，並建立快速評估橡膠隔振器剛性與阻尼特性之方法，文中指出低頻範圍內所量測到的剛性對於非線性橡膠材料具有較高可信度。Jie et al. [3]以單自由度與多自由度系統建構隔振用橡膠元件之分析模型，同時以撓度實驗方法獲得橡膠元件之靜態剛性，並以激振實驗方式獲得之動態剛性、頻率響應函數、自然頻率與阻尼比，最後將實驗與分析結果進行比對驗證確認分析模型之等效性，藉此獲得等效分析模型。

王等人[4]對迴轉式壓縮機以CAE軟體建構有限元素模型，並進行理論模態分析(TMA)，同時也透過實驗模態分析(EMA)求得的壓縮機結構模態參數；最後執行模型驗證的程序，透過比對EMA及TMA分別求得的結構模態參數，進而確認分析模型的系統參數，包含材料性質及接觸介面設定，最終獲得等效實際壓縮機之有限元素模型。王等人[5]本文主要是建立泵組零件之有限元素模型，探討構動態特性，分別運用有限元素分析(FEA)與實驗模態分析(EMA)，進行泵零件與組零件模型驗證；內容中也對泵組零件結構模型進行理論模態分析(TMA)得到模態振型，校正有限元素模型之接觸參數。

丘等人[6]對除濕機底盤進行理論模態分析，以除濕機壓縮機的倍頻與底盤的前三個模態作為除濕機底盤共振頻率與底盤強度之參考，最後以調整加強條、工字筋、凹槽結構幾何特徵方式改善底盤的強度與自然頻率，藉此消除壓縮機與底盤共振產生的噪音問題。

Ling al. [7]針對儲液瓶進行一系列的探討，運用有限元素法以ANSYS分析軟體建構儲液瓶之分析模型，同時以實驗來觀察儲液瓶對總噪音量的貢獻程度，也利用SYSNOISE聲學分析軟體，結合MATLAB之噪音信號流程，探討儲液瓶之主要噪音頻帶，最終給予儲液瓶結構之建議設計方向。侯等人[8]以超精密滾珠螺桿進給系統試驗台進給系統試驗台，使用有限元素分析對試驗台之分析模型進行簡諧響應分析，來探討受到軸向正弦簡諧激振力的響應情況，此外也模擬滾珠螺桿受簡諧轉矩動負荷下的響應情況，由分析結果可知，在超精密滾珠螺桿進給系統中，電機軸輸出端的轉矩負荷會對進給系統的定位精度產生不可忽視的影響。

本文運用有限元素分析與實驗模態分析，對橡膠質塊系統進行理論與實驗量測分析，本文主要目標如下所示：

1. 對橡膠質塊系統進行實驗模態分析，求得橡膠質塊系統之模態參數，包含自然頻率、模態振型以及模態阻尼比。
2. 獲得橡膠質塊系統之模態參數，便以單自由度系統假設探討橡膠質塊系統，進而獲得橡膠腳墊之三個軸向及旋轉方向的等效動態剛性與阻尼係數。
3. 利用有限元素分析軟體建構彈性支撐與實體幾何之分析模型，來模擬質塊與橡膠腳墊系統
4. 最終透過模型驗證程序比對兩者分析模型與實際橡膠質塊系統之等效性。



2. 橡膠腳墊之實驗模態分析

橡膠墊常用於降低結構間的外力與振動傳遞，且能達到支撐與緩衝之效果，在工程應用上處處可見橡膠墊的應用，其加工成形成容易方便設計橡膠墊之三軸剛性等優點，圖 1 為實際迴轉式壓縮機之橡膠腳墊應用示意圖；本文延續文獻[1]對橡膠墊剛性與阻尼係數之測定方式，量測橡膠墊之三個軸向及旋轉方向的等效動態剛性與阻尼係數。



圖 1 迴轉式壓縮機之橡膠腳墊示意圖

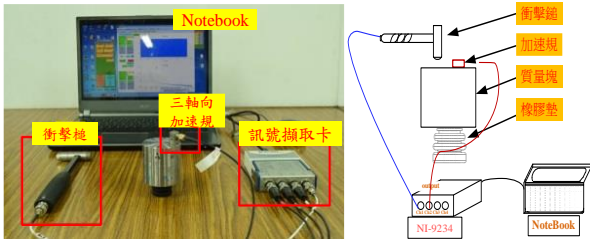


圖 2 實驗架設示意圖

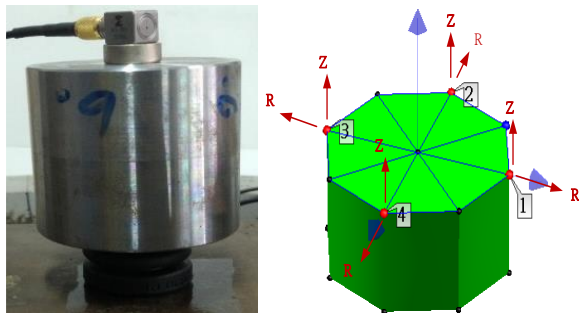


圖 3 實驗量測點數示意圖

2.1 實驗方法

圖 2 為實驗架設示意圖，實驗方法係將 1.0kg 質量塊裝置於橡膠腳墊上方，圖 3 為實驗量測點數示意圖，垂直向 4 點、側向 4 點，共計 8 個量測點；儀器的選用是採用衝擊錘(PCB-086C03)為驅動器，三軸向加速規(endeveco 65-100)為感測器，並固定於質量塊頂面中心點處，以移動衝擊錘固定加速規的實驗方式，敲擊垂直與側向量測點，以實驗室自行開發之振動噪音量測軟體(Sound and Vibration Measurement System, 簡稱 S V M)，配合訊號擷取卡(NI-9234)獲得結構之頻率響應函數(Frequency Response Function, FRF)以及關聯性函數，最後將實驗求得之頻率響應函數，匯入 ME'scopeVES 曲線嵌和軟體中進行曲線嵌合，擷取模態參數，包含自然頻率、模態振型與模態阻尼比。

2.2 動態剛性與阻尼係數之測定

本節說明橡膠墊三軸方向之動態剛性與阻尼係數測定方式，圖 4 為單自由度系統示意圖，以垂直方向說明，圖 4(a)為 z 方向單自由度系統之數學模型，其運動方程式如下：

$$m\ddot{z} + c_z\dot{z} + k_z z = f_z(t) \quad (1)$$

其中 m 為質量， c_z 為阻尼係數， k_z 為彈簧常數，即動態剛性，如圖 4(a)輸入激振力 $f_z(t)$ 作用於質量塊，輸出為質量塊之位移量 $z(t)$ ，以理論模態域分析，則可系統的自然頻率 f_z 和為模態阻尼比 ζ_n ， $c_{c,z}$ 為臨界阻尼係數。

$$f_z = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_z}{m}} \quad (2)$$

$$\zeta_z = \frac{c_z}{c_{c,z}} \quad (3)$$

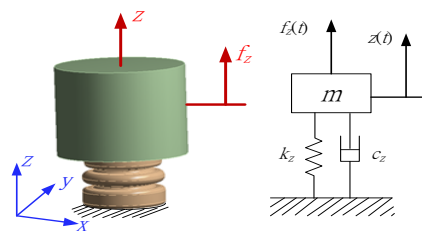
$$c_{c,z} = 2\sqrt{mk_z} = 4\pi m f_z \quad (4)$$

為求解橡膠墊之動態剛性 k_z 與阻尼係數 ζ_z ，採用實驗模態分析所得到質量塊與橡膠墊系統之頻率響應函數，峰值處之即為自然頻率 f_z ，並利用半能量點法獲得阻尼比 ζ_z ，而 x 、 y 方向動態剛性與阻尼係數，如圖 4(b) x 、 y 方向單自由度系統之數學模型假設，其自然頻率與阻尼比求解方法相同於 z 方向。

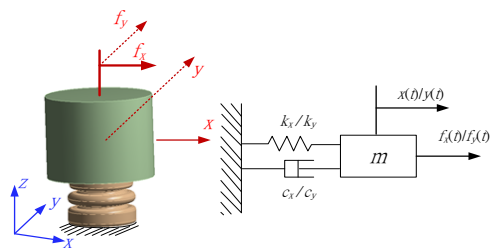
$$k_z = (2\pi f_z)^2 m \quad (5)$$

又由式(3)及式(4)，可推算得 z 方向之阻尼係數如下：

$$c_z = \zeta_z 4\pi m f_z \quad (6)$$



圖(a) z 方向數學模型



(b) x、y 方向數學模型

圖 4 單自由度系統示意圖

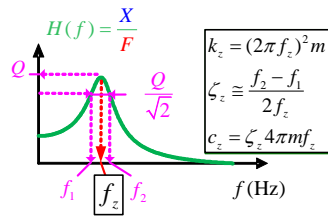


圖 5 動態剛性與阻尼係數求解示意圖

2.3 旋轉動態剛性與旋轉阻尼係數之測定

本節說明橡膠墊旋轉動態剛性與旋轉阻尼係數測定方式，其運動方程式如下：

$$I\ddot{\theta} + c_{\theta}\dot{\theta} + k_{\theta}\theta = M(t) \quad (7)$$

其中 I 為質量慣性矩， c_{θ} 為旋轉阻尼係數， k_{θ} 為旋轉彈簧常數，即旋轉動態剛性，以理論模態域分析可得系統的自然頻率 f_{θ} 和為模態阻尼比 ζ_{θ} ， c_c 為臨界阻尼係數

$$f_{\theta} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{\theta}}{I}} \quad (8)$$

$$\zeta_{\theta} = \frac{c_{\theta}}{c_c} \quad (9)$$

$$c_c = 2\sqrt{Ik_{\theta}} = 4\pi If_{\theta} \quad (10)$$

圖 6 為旋轉動態剛性與旋轉阻尼係數求解示意圖，將外力輸入與加速度輸出的頻率響應函數，並利用半能量點法獲得阻尼比 ζ_{θ} 。

$$k_{\theta} = (2\pi f_n)^2 I \quad (5)$$

由式(9)及式(10)，可推算得 Z 方向之旋轉阻尼係數如下：

$$c_{\theta} = \zeta_{\theta} 4\pi If_{\theta} \quad (6)$$

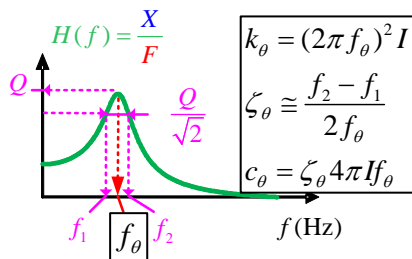


圖 6 旋轉動態剛性與旋轉阻尼係數求解示意圖

2.4 結果與討論

在 2.1 小節說明對橡膠墊與質量塊系統分別進行實驗模態分析，求取自然頻率、模態振型與模態阻尼比，

接著再透過 2.2、2.3 小節，說明以單自由度系統假設，求解橡膠墊之三軸方向及旋轉方向之動態剛性與阻尼係數，最後以本小節進行以下幾點實驗結果做討論：

1. 透過實驗模態分析可得到橡膠質塊系統之模態參數，表 1 為橡膠質塊系統自然頻率總表，由敲擊試驗的手法，可獲得橡膠質塊系統明顯的振動特性。
2. 在自然頻率總表中，並沒有量測到 Z 方向旋轉的模態，主要原因來自加速規擺放位置座落於 Z 方向的旋轉模態振型之結點上，以致不利於量測到 Z 方向的旋轉模態。
3. 表 2 為橡膠腳墊三軸方向與旋轉方向之動態剛性與阻尼係數總表，在獲得橡膠腳墊之物理參數，便可作為後面第三章節分析模型上模擬邊界重要的邊界參數。
4. 在表 2 橡膠腳墊 K&C 總表中，因未測得 Z 方向旋轉模態，故 Z 方向的旋轉動態剛性則是採用實體幾何有限元素分析模型之模態參數，做為假想的結果以利後續彈性支撐分析模型的模擬。

表 1 橡膠質塊系統之實驗自然頻率總表

mode	Natural frequency	模態振型	物理意義
E-01	3.62		X 方向平移剛體運動
E-02	3.62		Y 方向平移剛體運動
--	--	--	--
E-03	31.00		θ_x 方向旋轉剛體運動
E-04	31.10		θ_y 方向旋轉剛體運動
E-05	32.20		Z 方向平移剛體運動

表 2 橡膠腳墊 K&C 總表

方向	X	Y	Z
自然頻率(Hz)	3.63	3.62	32.20
阻尼比 ζ_{θ} (%)	10.208	9.928	10.053
動態剛性 k (N/m)	518.92	516.07	0.28542
扭轉剛性 k_{θ} (N-m/rad)	16.36	16.47	1.14
阻尼係數 c (N*s/m)	4.65	4.51	40.60
扭轉阻尼係數 c_{θ} (N*m*s/rad)	4.351E-06	3.836E-06	1.50E-08

3. 橡膠腳墊之有限元素分析

本節應用電腦輔助工程分析來模擬橡膠墊與質塊系統之橡膠墊對質塊產生的邊界效應，因此本節設定兩種不同邊界的模擬方式來建構橡膠墊與質塊系統之等效有限元素分析模型。

在建構有限元素分析模型的同時，需要瞭解實際結構的系統資訊，包含結構幾何、材料參數、邊界條件、接觸介面，方能轉換成對應的數學模型，最後建構有限元素模型。

3.1 橡膠質塊系統之實體幾何分析模型

在分析模型的建構上，係先以實際結構幾何來建構有限元素模型，圖 7 為實體幾何有限元素模型是意圖，元素模型採用立方體元素；材料參數設定係參考表 3 質量塊與橡膠墊之材料參數表，元素分割採用魚網式分割，再進行收斂性分析，誤差在 3% 以下，使分割網格更精細、更接近理論值，位移限制的設定是以橡膠腳墊之底部為固定邊界，且考慮實際質量塊的重量並設定自重，先進行理論模態分析之後，在進行簡諧響應分析，簡諧響應分析設定上須設定簡諧激振力，設定外力 F_x 、 F_y 、 F_z 為 -1 N，分別求解 x、y、z 方向之頻率響應函數。

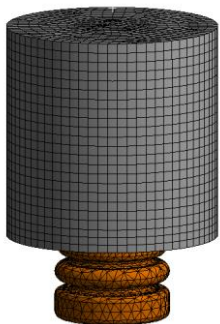


圖 7 實體幾何分析模型

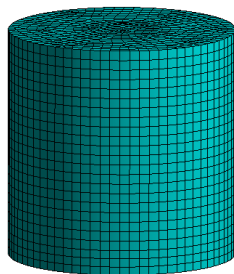


圖 8 彈性支撐分析模型

表 3 質量塊與橡膠墊之材料參數表

材料參數	橡膠墊	質量塊
重量(kg)	0.0118	1.0
密度(kg/m ³)	1067.8	7850
楊氏係數(Pa)	2.545 MPa	200 GPa
浦松比	0.49	0.3

3.2 彈性支撐分析模型

圖 8 為彈性支撐有限元素模型示意圖，分析模型係採用立方體元素以及彈性支撐元素；材料參數設定則是參考表 3 質量塊之材料參數，邊界參數則是參照表 2 橡膠腳墊 K&C 總表，元素經由魚網式分割後進行收斂性分析，位移限制的設定是參照表 2 橡膠腳墊 K&C 總表，作為彈性支撐分析模型之邊界參數，並考慮質量塊的自重做自重設定；先進行理論模態分析之後，再進行簡諧響應分析，簡諧響應分析設定三軸向為 -1 N 的簡諧激振力，並個別求出 x、y、z 三方向的頻率響應函數。

4. 模型驗證

圖 9 為模型驗證流程圖，首先建立有限元素模型，模型中包含幾何尺寸、材料參數與邊界條件設定，接著進行理論模態分析求取理論模態參數，而實驗模態分析時，首先規劃量測方式，包含感測器選用與量測點規劃，透過量測頻率響應函數，進行曲線嵌合擷取實驗模態參數，進一步比對理論與實驗之模態參數，如有誤差則透過重複的修正模型，直到相互吻合，最終獲得等效於實際結構之有限元素模型。

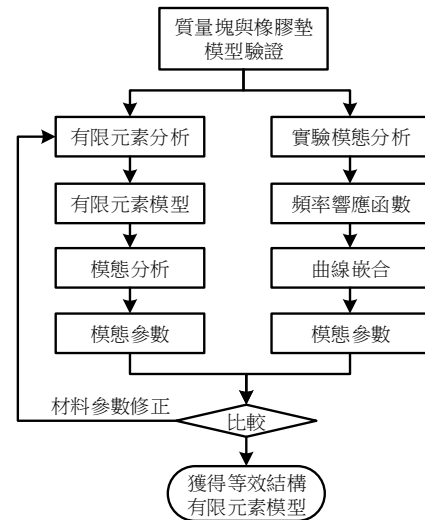


圖 9 模型驗證流程圖

本文模型驗證方法主要是以模態參數作為比對依據，為驗證等效於實際結構之有限元素模型，透過有限元素分析與實驗模態分析，來比較頻率響應函數、自然頻率與模態振型進行驗證，以下幾點討論：

1. 表 4 為橡膠墊與質塊系統之自然頻率總表，以彈性支撐模擬腳墊的方式來模擬橡膠腳墊，頻率誤差除了第二模態，其於模態接在 1% 以內。

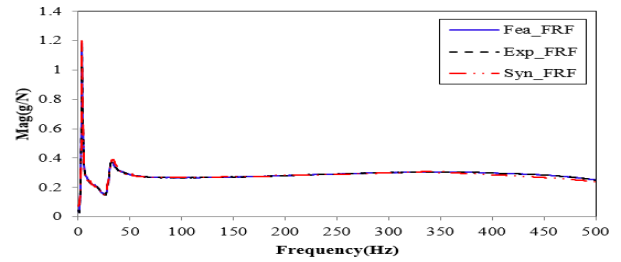
- 以實體幾何分析模型來模擬腳墊，頻率誤差僅有 Z 方向平移剛體運動之自然頻率誤差較小，平移方向誤差值接近在 14%，旋轉方向為 2%。
- 表 5 為橡膠墊與質塊系統之模態振型總表，在模態振性比對上，實體幾何模型與彈性支撐模型，模態振型特性皆有對應實際橡膠質塊系統之物理意義。
- 圖 10 為彈性支撐模型之頻率響應函數圖，由圖(a)、(b)、(c)三方向頻率響應函數圖中顯示，實驗與曲線嵌合後的合成曲線以及分析曲線之峰值頻率皆有對應。
- 圖 11 為實體幾何模型之頻率響應函數圖，由圖(a)、(b)、(c)三方向頻率響應函數圖中顯示，在峰值頻率對應上略有偏移現象。

表 4 橡膠墊與質塊系統之自然頻率總表

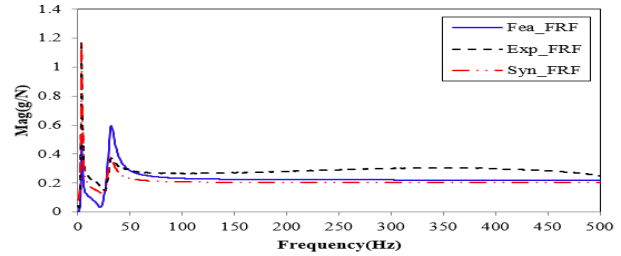
EMA			實體幾何模型			彈性支撐模型			E vs R	E vs S
mode	Natural frequency	物理意義	mode	Natural frequency	物理意義	mode	Natural frequency	物理意義	Error (%)	Error (%)
E-01	3.62	X	R-01	4.13	X	S-01	3.59	X	14.09	0.91
E-02	3.62	Y	R-02	4.14	Y	S-02	3.58	Y	14.36	1.19
	--	θ_z	R-03	8.75	θ_z	S-03	8.70	θ_z	--	0.58
E-03	31.00	θ_x	R-04	30.38	θ_x	S-04	31.21	θ_x	2.00	-0.69
E-04	31.10	θ_y	R-05	30.46	θ_y	S-05	31.31	θ_y	2.06	-0.69
E-05	32.20	Z	R-06	32.23	Z	S-06	32.19	Z	-0.09	0.02

表 5 橡膠墊與質塊系統之模態振型總表

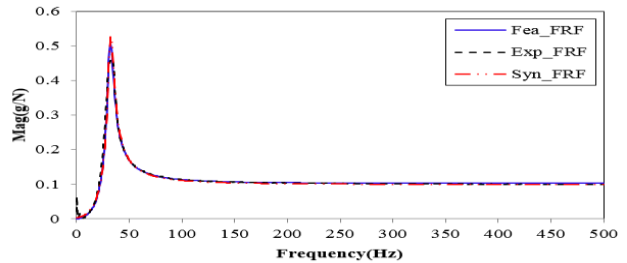
EMA	實體幾何模型	彈性支撐模型	物理意義
 E01-3.62 Hz	 R01-4.13 Hz	 S01-3.59 Hz	X方向平移剛體運動
 E02-3.62 Hz	 R02-4.14 Hz	 S02-3.62 Hz	Y方向平移剛體運動
	 R03-8.75 Hz	 S04-31.22 Hz	θ_z 方向旋轉剛體運動
 E03-31.00 Hz	 R04-30.38 Hz	 S04-31.22 Hz	θ_x 方向旋轉剛體運動
 E04-31.10 Hz	 R05-30.46 Hz	 S05-31.46 Hz	θ_y 方向旋轉剛體運動
 E05-32.20 Hz	 R06-32.23 Hz	 S06-33.28 Hz	Z方向平移剛體運動



(a)X 方向頻率響應函數圖

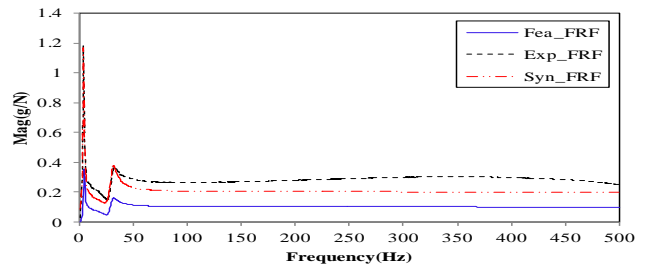


(b)Y 方向頻率響應函數圖

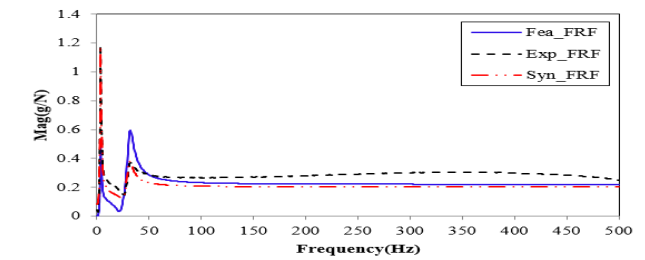


(c)Z 方向頻率響應函數圖

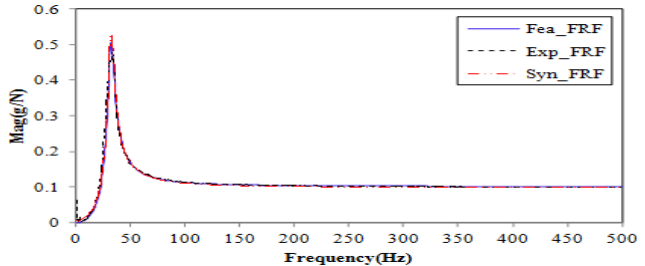
圖 10 彈性支撐模型之頻率響應函數圖



(a)X 方向頻率響應函數圖



(b)Y 方向頻率響應函數圖



(c)Z 方向頻率響應函數圖

圖 11 實體幾何模型之頻率響應函數圖

5. 結論

本文針對迴轉式壓縮機腳墊進行模擬與驗證，由實驗模態分析求得腳墊質塊系統之模態參數，並以單自由度系統假設，獲得腳墊動態剛性與阻尼係數；同時利用不同形式之橡膠質塊系統之有限元素模型，經由模型驗證程序，驗證兩種分析模型建構手法上的對於實際腳墊模擬的適用性；綜合以上之實驗與分析結果可得下列幾點結論：

1. 本文透過實驗模態分析對橡膠質塊系統進行敲擊試驗，求得橡膠墊之三軸向與旋轉方向之動態剛性與阻尼係數，並建立完整評估方法，以模型驗證程序驗證分析模型之等效性
2. 在自然頻率比對中，以彈性支撐的模擬方式可充分模擬質塊與橡膠腳墊系統的振動模態特性，其建構模型快速簡便，且更適應用於實際壓縮機之橡膠腳墊的邊界模擬，以探討迴轉式壓縮機在實際邊界下之動態分析。
3. 在頻率響應函數圖中，可以看出彈性支撐模型之頻率響應函數圖，在峰值頻率及振幅上有良好的對應，表示動彈性支撐的模擬方法，適用於實際橡膠腳墊。
4. 本文所建立橡膠腳墊的實驗方法與分析手法，並結合驗證流程，未來可應用於迴轉式壓縮機實際邊界上的模擬，並可獲的實際壓縮機在空調機邊界下的振動特性，進一步作為隔振橡膠腳墊優化設計之參考依據。

6. 致謝

本文承蒙瑞智精密股份有限公司 105 年度產學合作計畫「壓縮機與室外機系統組裝匹配基於振動噪音之設計分析與實驗探討」經費補助，特此致謝。

7. 參考文獻

- [1] 王栢村，王文志，陳柏儉，余易璋，林聖傑，2015，「橡膠墊剛性和阻尼係數的實驗研究」，*精密機械與製造科技研討會論文集*，屏東，論文編號：G011。
- [2] T. R. Lin, N. H. Farag, J. Pan, Evaluation of frequency dependent rubber mount stiffness and damping by impact test, *Applied Acoustics*, Vol. 66, pp. 829-844, 2005
- [3] Z. Jie, M. R. Christopher, Parameter identification of analytical and experimental rubber isolators represented by Maxwell models, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 21, pp. 2814-2832, 2007
- [4] 王栢村，林聖傑，楊佩宜，張博鈞，林谷樺，2016，「結合CAE與EMA於迴轉式壓縮機之模型驗證」，*第二十四屆中華民國振動與噪音工程學術研討會*，高雄，第159~165頁。
- [5] 王栢村，林建敦，吳秉修，陳金龍，徐維良，謝長鴻，2014，「迴轉式壓縮機之泵零件與泵組零件之模型驗證」，*第二十二屆中華民國振動與噪音工程學術研討會*，彰化，論文編號：B2-2。

- [6] 丘晓宏，温骊，2015，「基於ANSYS的除濕機底盤強度分析及結構優化」，*家電科技*，第005期，73-75頁。
- [7] Li, L., and Wu, J., 2008, "Noise Reduction of Accumulators for R410A Rotary Compressors," *International Compressor Engineering Conference*, IN, USA, Paper 1857.
- [8] 侯秉铨，许瑛，彭浪草，杨俊虎，2011，「超精密滚珠丝杠进给系统谐响应的有限元分析」，*组合机床与自动化加工技术*，第6期，20-22頁。

Simulation and Verification of Rubber Pad of Compressor

Bor-Tsuen Wang 1, Bo-Jun Zhang 1 Hsiu-Wei Liang²

1 Department of Mechanical Engineering,
National Pingtung University of Science and
Technology

2 Rechi Precision Co., LTD

ABSTRACT

Rubber pads have been used to isolate the vibration of compressor from the air conditioner system and ensure the noise and vibration response meeting the requirement and comfortability. This work sets up the mass and rubber pad system to obtain the mass and pad system's modal parameters via experimental modal analysis (EMA). Base on the assumption of single degree-of-freedom system, the rubber pad can be simulated by three translational and three rotational dynamic stiffness and damping coefficients, respectively, that can be determined according experimental modal data. The rubber pad and mass model is constructed by using finite element analysis (FEA), in particular the pad is simulated by flexible joint that can define those dynamic stiffness and damping coefficients as well as the fixed boundary. In addition, the other simulation method is also conducted to build the pad model with its geometry shape. Both the flexible joint pad model and the pad model are compared for their vibration modal properties. Results show both models can practically mimic the real structure system. The flexible joint pad model is easy to implement in FEA and more suitable for practical application to the rotary compressor in conjunction with the air-conditioner system.

Keywords: rubber pad, dynamic stiffness, damping coefficient, flexible joint.