

迴轉式壓縮機永磁同步馬達之結構模態分析與模型驗證

張博鈞¹ 王栢村²

¹ 瑞智精密股份有限公司

² 國立屏東科技大學機械工程系

1070244@rechi.com

摘要

永磁同步馬達的電磁力是迴轉式壓縮機的激振來源之一，其產生的電磁激振力，會激發馬達結構的自然頻率，引發電磁噪音。欲從電腦輔助工程分析(Computer Aided Engineering, CAE)的角度預測電磁噪音的發生機制，首要的關鍵即是分析模型與實際結構的等效性。本文主要說明 CAE 應用於永磁同步馬達結構的仿真技術，結合理論模態分析與實驗模態分析(Experimental Modal Analysis, EMA)，將模擬與實驗求得的結構模態參數進行比對驗證，確認分析模型的等效性。此外，考慮到馬達結構組成的複雜度，因此將馬達區分為單一矽鋼片板材、定子鐵芯與定子繞線組合三種層次，逐步執行模型的驗證程序。結果顯示，透過單獨定子鐵芯的驗證，釐清矽鋼片堆疊對結構剛性的影響。在定子繞線組合階段，掌握繞線後的振動模態變化，最終建立永磁同步馬達之等效分析模型。本文建立永磁同步馬達結構的仿真技術與驗證流程，有助於提高磁固耦合分析的可行性，提供預測電磁噪音更明確的參考模型。

關鍵詞：永磁同步馬達、電腦輔助工程分析、實驗模態分析、模型驗證。

1. 前言

迴轉式壓縮機的馬達電磁噪音，主要是由電磁徑向力激發定子結構模態而產生，然而即便得知電磁噪音的發生機制，在實務應用層面上也時常受限於扭矩與效率指標，而無法輕易變更馬達的設計架構；因此，若能再在馬達開發的初期，將電磁、結構和聲學模擬技術加入到開發程序之中，提前預測馬達的產品資訊，便能篩選掉較差的馬達型式，減少樣品試作成本與開發時程。

電腦輔助工程分析(Computer Aided Engineering, CAE)的優點在於可在透過數值計算，解析實驗難以取得的物理現象，並依據分析趨勢調整設計變更的方向；儘管如此，若過度依賴 CAE 分析工具，而忽略了分析模型與實際結構之間的等效性，恐會造成無效的設計；因此，執行模型驗證程序，是確認分析模型等效性的必要手段。

在電磁噪音分析研究案例中，Sun *et al.* [1]對微型變頻壓縮機的高頻噪音進行改善，以聲音掃描成像系統，將壓縮機聲音可視化，確認馬達部位有高頻的噪音貢獻度，並解析馬達激振諧波特性的，得知高階次的諧波會激發定子振動；因此以 CAE 模擬軟體輔助設計變更的預測，分別對定子鐵芯、繞線組合、外殼組合逐步驗證模型的等效性，最終增加定子軛部、齒部寬度提高結構剛性改變自然頻率，降低高頻區域的電磁噪音。Chung *et al.* [2]為了提高迴轉式壓縮機磁固耦合的仿真度，分

別探討電磁、結構與聲學分析方法，其中在電磁分析議題，探討轉子自轉、偏心與公轉自轉的運動行為對氣隙的影響，文中提到轉子公轉加自轉的運動行為較貼近實際壓縮機運行狀態，並將此狀態進行電磁力分析求得徑向電磁力，作為磁固耦合分析的激振源，優化了分析模型的仿真度。Hou *et al.* [3]建立永磁同步馬達的電磁-結構-聲學耦合分析方法，將電磁分析求得的徑向電磁力作為激振源，輸入到馬達定子齒上，求得定子結構上的加速度響應，接續採用球面輻射模擬，獲得馬達再聲場的聲音頻譜與瀑布圖；最終在馬達動力計上進行實驗的驗證，仿真結果與實驗趨勢相近，預測永磁同步馬達的電磁噪音。

針對馬達的結構模態分析研究，朱桐[4]在定子鐵芯的 CAE 建模採用矽鋼片堆疊建模，配合正向性材料假設進行理論模態分析；在定子繞線組合狀態下，將銅繞線假設為均勻質量，分布在定子槽中，修正楊氏系數、剪切模數，完成定子繞線組合的模型驗證。Lin *et al.* [5]以一體成形的型式，簡化定子鐵芯堆疊的架構，並指出模態振型特性為變形沿軸向一致的模態，對電磁振動和噪聲的貢獻是最大的；在定子繞線的建模採用簡化後的銅線模型，並定位於定子槽內模擬繞線的質量與接觸效應。

Yin *et al.* [6]文中提及學者們對如何在模態分析中，定義定子鐵芯和繞線的材料屬性，仍存在一些爭議；作者提出有助於快速確定鐵芯和繞線的材料參數修正方法，將定子鐵芯假設一體，同時將線圈、槽紙簡化成實心柱體，模型皆使用正向性材料假設，並配合實驗模態分析懸吊馬達結構進型模態測試，確認了模態分析的準確性。李等人[7]對電動車馬達結構進行模型驗證，分別運用理論數值計算、實驗模態分析(Experimental Modal Analysis, EMA)與 CAE 有限元素分析，求得模態參數，藉此修正 CAE 分析模型，此外，文中得知馬達浸漆後填補銅線之間的空隙，顯著提高了定子結構的剛度和自然頻率。

王等人[8]對迴轉式壓縮機分析模型進行模型簡化，省略壓縮機內部的馬達、泵浦結構，利用質量元素設定等效質量、質心位置來簡化模型，並結合實驗模態分析，確認簡化分析模型的可行性，結果顯示在低頻的剛體模態比對可獲得良好的對應。

本文將針對永磁同步馬達，進行模型驗證與結構振動模態進行探討，主要研究目標如下：

1. 將馬達結構區分為單一矽鋼片、定子鐵芯與定子繞線組合；不同層次下的結構振動特性，有助於釐清矽鋼片堆疊與銅繞線的接觸效應，提供明確的 CAE 接觸設定參考。



2. 對定子鐵芯進行實驗模態分析，同時建立有限元素模型，執行模型驗證程序，建立定子鐵芯之等效分析模型。
3. 執行定子繞線組合狀態下的實驗模態分析，取得模態參數；同時建立定子鐵芯的等效分析模型，加入銅繞線的簡化模型，模擬繞線的質量與拘束效應。
4. 最後將定子繞線組合的實驗與分析之模態參數進行比對，以實驗為基礎修正了幾何誤差與接觸效應，最終完成定子繞線組合的等效分析模型。

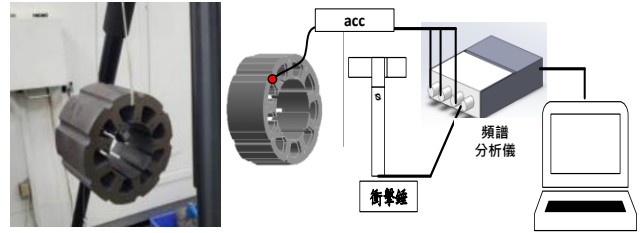


圖 1 定子鐵芯之實驗模態分析

2. 定子鐵芯之模型驗證

永磁同步馬達定子鐵芯的組成方式，是對矽鋼片板材進行沖壓製程，同時沖壓出定子外型與疊鉚點，透過加壓的作用創造自鉚的效果，最終堆疊出定子鐵芯；為了建構出等效實際結構的定子鐵芯模型，首先會對定子鐵芯進行模態測試，求得模態參數作為 CAE 分析模型的比對依據；本結將說明定子鐵芯模型驗證過程與結果。

2.1 定子鐵芯之實驗模態分析

定子鐵芯的實驗模態分析目的為取得定子鐵芯結構的模態參數，作為 CAE 分析模型的比對依據；圖 1 為定子鐵芯之實驗模態分析架設圖，實驗採用懸吊方式進行，減少邊界效應對振動模態的影響，以單軸向加速度計作為感測器，安置於定子外圍表面，量測徑向振動，衝擊錘作為力轉換器敲擊定子，以固定加速度計、移動衝擊錘的實驗方法執行模態測試；本案測試結構為 6 極 9 槽的鐵芯結構，因此採用圓周布 18 點，高度方向分為上下兩層，共 36 個測試點。

模態測試可獲得鐵芯結構的系統資訊，圖 2 為實驗獲得的衝擊錘與加速度計的自身功率頻譜 (Power Spectral Density, PSD)，以及頻率響應函數 (Frequency Response Function, FRF)；結果顯示力的 PSD 會因為定子堆疊效應造成高頻率振幅逐漸衰減，而加速度的 PSD 與 FRF 仍可以高頻的模態特性，表示實驗品質可靠。

完成實驗品質的確認後，接續對 FRF 進行曲線嵌合擷取模態參數；容易與徑向電磁力產生共振的模態振型，為徑向振動模態貢獻度最大，因此本文只針對徑向振動模態進行解析，表 1 為定子鐵芯之實驗模態參數總表，主要的模態振型的解讀方式採用 (θ, Z) 做解釋， θ 為圓周方向的等分數， Z 為定子高度方向的等分數，以第一模態的振型特徵 $(2,1)$ 為例，其表示該模態振型為圓周方向為 2 等分， Z 軸向振動呈現一致，是典型的呼吸模態 Hoop mode；而第四模態的振型特徵 $(3,2)$ 表示該模態振型為圓周方向為 3 等分， Z 軸向振動呈現 2 等分的反向振動，是典型的扭轉模態 Torsional mode，釐清了定子鐵芯的振動模態特性後，後續會將 CAE 定子鐵型模態進行模態分析，依照對應的模態振型來修正有限元素分析模型。

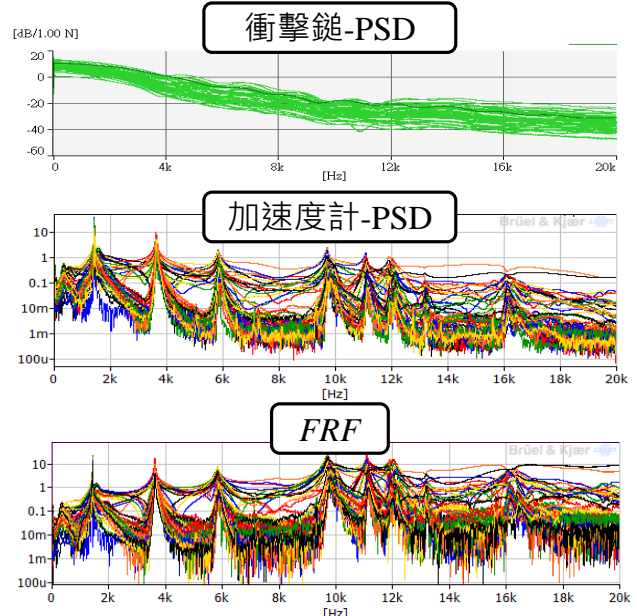


圖 2 定子鐵芯之自身功率頻譜與 FRF

表 1 定子鐵芯之實驗自然頻率與模態振型

定子鐵芯			
mode	frequency (Hz)	特徵 (θ, Z)	Mode shape
1	1430	$(2,1)$	$\theta \setminus Z$ 1 2
2	1540	$(2,2)$	2
3	3620	$(3,1)$	E01-1430Hz E02-1540Hz
4	3660	$(3,2)$	3
5	5830	$(4,1)$	E03-3620Hz E04-3660Hz
6	5880	$(4,2)$	4
7	9690	$(5,1)$	5
8	9780	$(5,2)$	E05-5920Hz E06-5880Hz E07-9690Hz E08-9780Hz

2.2 定子鐵芯之有限元素分析

本文以一體成型的建模方式，配合使用正向性材料的假設，模擬矽鋼片堆疊效應，圖 3 為定子鐵芯的分析模型與有限元素模型，不定義邊界條件模擬自由邊界，模型一體化無零件之間的接觸行為；有限元素模型採用立體元素建模，使用六面體網格做分割，節點數 105289 個、元素 21538 個，理論模態分析為自由振動，因此無須定義外力負荷條件，便可求得定子鐵芯的自然頻率與模態振型。

由供應商提供單一矽鋼片板材的楊氏係數為 175GPa，表 2 為修正後的定子鐵芯之材料參數表，該材料參數是依照 EMA 模態參數作為修正基礎，逆尋出能夠對應實驗的楊氏係數、剪切模數與蒲松比，由表 2 得知矽鋼片堆疊後主要會影響 Z 方向的楊氏係數，X 與 Y 方向的楊氏係數則由矽鋼片材料性質主導。

模型驗證結果由表 3 的鐵芯實驗與分析自然頻率表得知，自然頻率的平均誤差為 -0.13%，方均根值為 2.0%，圖 4 為定子鐵芯之實驗與分析模態參數比對圖，顯示模態振型的物理意義皆有對應，表示定子鐵芯有限元素分析模型具有極高的等效性，完成模型驗證程序。

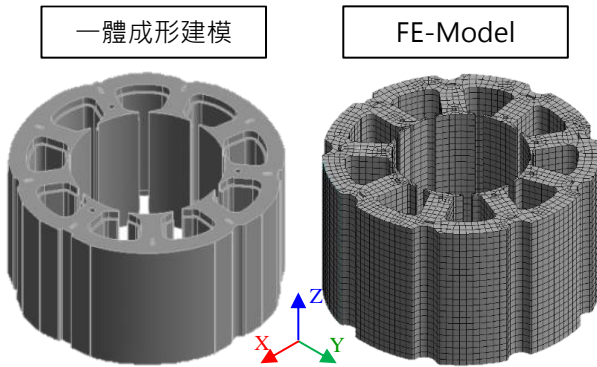


圖 3 定子鐵芯之分析模型

表 2 定子鐵芯之材料參數表

定子鐵芯	
密度(kg/m ³)	7481
Young's Modulus X (GPa)	167
Young's Modulus Y (GPa)	176
Young's Modulus Z (GPa)	198
Poisson's Ratio XY	0.25
Poisson's Ratio YZ	0.33
Poisson's Ratio XZ	0.27
Shear Modulus XY (GPa)	75.2
Shear Modulus YZ (GPa)	7.26
Shear Modulus XZ (GPa)	6.56

表 3 定子鐵芯 EMA 與 CAE 自然頻率

EMA 鐵芯		CAE 鐵芯		Error %	物理意義 (θ, Z)
mode	fr	mode	fr		
1	1425.5	1	1417	-0.6	(2,1)
	1425.5	2	1425	0.0	(2,1)
2	1558.4	3	1525	-2.2	(2,2)
	1558.4	4	1535	-1.5	(2,2)
3	3623.9	5	3603	-0.6	(3,1)
	3623.9	6	3615	-0.2	(3,1)
4	3645.8	7	3724	2.1	(3,2)
	3645.8	8	3729	2.3	(3,2)
5	5842.1	9	5798	-0.8	(4,1)
	5842.1	10	5808	-0.6	(4,1)
6	5898.2	13	5808	-1.5	(4,2)
	5898.2	14	5817	-1.4	(4,2)
7	9713.5	23	9716	0.0	(5,1)
	9713.5	24	9746	0.3	(5,1)
8	9785.4	26	10295	5.2	(5,2)
	9785.4	27	10317	5.4	(5,2)
9	11094	32	10966	-1.2	(6,1)
	11094	33	10991	-0.9	(6,1)
10	11139	34	10996	-1.3	(6,2)
	11139	35	11134	0.0	(6,2)

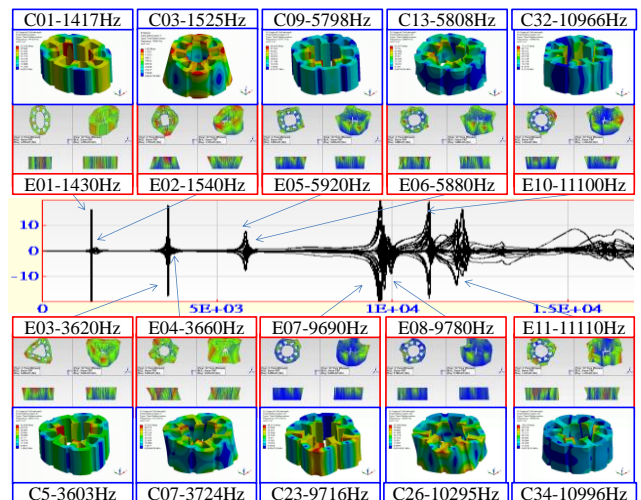


圖 4 定子鐵芯之實驗與分析模態參數比對

3. 定子繞線組合之模型驗證

定子繞線組合的模擬技巧，是馬達結構分析領域中具有一定困難度的議題，其困難點在於各產業的馬達架構不同皆會影響繞線後的振動模態特性，如馬達樣式、繞線參數、料件材質與凡立水塗層等，因此沒有一套明確的通則化規則可依循；本文主要鎖定變頻壓縮機的永磁同步馬達結構進行模型驗證，擬建立套定子結構的建模技術，並結合 EMA 佐證分析模型的等效性。

3.1 定子繞線組合之實驗模態分析

定子繞線組合的實驗模態分析實驗架構，與定子鐵芯的實驗方法相同，圖 5 為定子繞線組合之實驗模態分析架設，都是採用懸吊邊界，以移動衝擊錘、固定單軸向加速度計的形式執行模態測試，實驗布點為圓周 18 點，高度方向分為兩層共計 36 個敲擊點。

為確保實驗品質好壞，可透過圖 6 定子繞線組合之自身功率頻譜與 FRF 確認，結果顯示力的 PSD 在 5000Hz 以內，所激發的模態具有良好的參考性，而加速度的 PSD 與 FRF 結果顯示得知，5000Hz 以上的模態難以被激發出來，其原因來自繞線造成的阻尼效應，使得高頻率範圍的模態不明顯，考量到電磁噪音主要貢獻是受低階次的電磁力主導，高頻域的電磁噪音為載波頻率主導，因此 5000Hz 以內的模態測試結果，可作為模型驗證的參考依據。

為了瞭解定子繞線前後對模態參數的影響，因此將定子鐵芯與定子繞線組合的實驗結果彙整成表 4 與圖 7，由頻率總表得知，定子鐵芯繞線後(2,2)與(3,2)扭轉模態 Torsional mode 頻率明顯降低，(2,1)與(3,1)呼吸模態 Hoop mode 相對變化較少，同時伴隨明顯的對稱模態出現，如定子繞線的 mode 2&3、mode 5&6，物理意義皆相同，但有著頻率上的差異；此外，定子鐵芯的第一模態為(2,1)的 Hoop mode，經過繞線後第一模態變成(2,2)的 Torsional mode，表示繞線對定子結構而言，除了質量的增加外，也對模態振型出現的順序有影響。

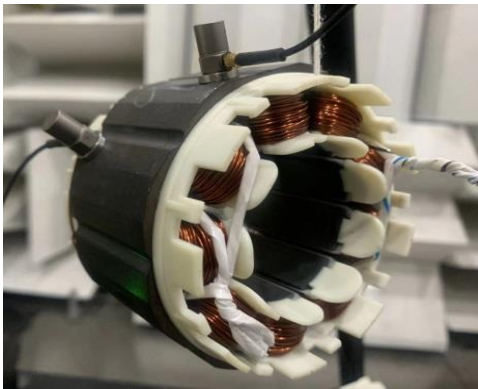


圖 5 定子繞線組合之實驗模態分析

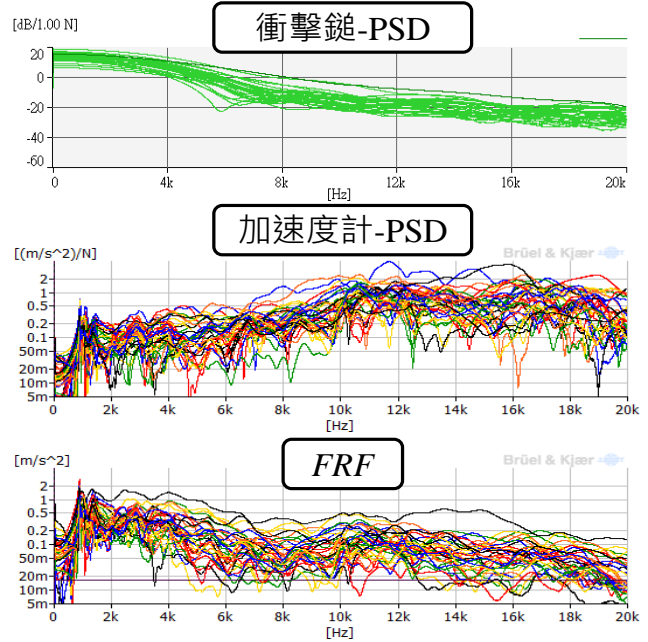


圖 6 定子繞線組合之自身功率頻譜與 FRF

表 4 定子鐵芯與繞線組合之實驗自然頻率總表

定子鐵芯 EMA		物理 意義	定子繞線 EMA		物理 意義
mode	f_r	(θ, Z)	mode	f_r	(θ, Z)
1	1425.5	(2,1)	1	884	(2,2)
	1425.5	(2,1)		884	(2,2)
2	1558.4	(2,2)	2	1366	(2,1)
	1558.4	(2,2)	3	1456	(2,1)
3	3623.9	(3,1)	4	2034	(3,2)
	3623.9	(3,1)		2034	(3,2)
4	3645.8	(3,2)	5	2919	(3,1)
	3645.8	(3,2)	6	3531	(3,1)
5	5842.1	(4,1)	7	5506	(4,1)
	5842.1	(4,1)	--	--	--
6	5898.2	(4,2)	--	--	--
	5898.2	(4,2)	--	--	--

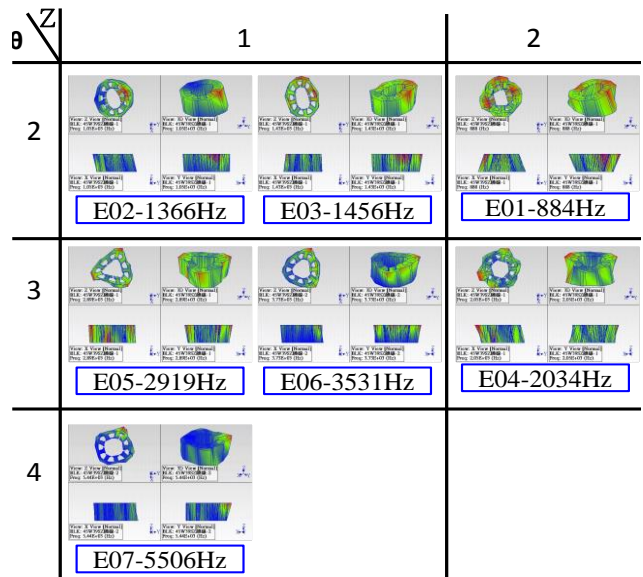


圖 7 定子繞線組合之實驗模態振型

3.2 定子繞線組合之有限元素分析

本小節將說明定子繞線組合的建模手法與分析假設，圖 8 為定子繞線組合之數學模型與有限元素模型，在數學模型階段的假設，是將定子鐵芯的質量定義為 m_{stator} ，鐵芯的結構剛度則是以正向性材料的楊氏係數 E_{stator} 表示，鐵芯的質量與材料參數則是來源於表 2；銅繞線是細繫於定子的齒部，因此銅繞線的物理參數，包含質量與轉動慣量以 m_c 與 I_c 表示，銅繞線的細繫張力與接觸剛度皆以 k_c 表示。

完成定子繞線組合的數學模型化過程，接續依數學模型的理念進行有限元素模型 FE-Model 的建構，首先，定子鐵芯是沿用前面章節完成的定子鐵芯等效分析模型，加入質量元素分布於定子的齒部，並輸入銅繞線組合對應的等效質量與轉動慣量，彌補因模型簡化而失真的物理性質，接續加入簡化後的銅繞線幾何，分布於定子槽內，以黏合的形式模擬兩結構間的接觸行為，最後採用以正向性材料模擬簡化銅繞線模型，表 5 為定子繞線組合之材料參數表，透過調適簡化銅模型的楊氏係數與剪切模數，使得定子繞線組合的自然頻率與模態振型，對應 EMA 的模態參數；全模型皆以立體元素建構，以六面體網格進行劃分，模態分析模擬自由邊界，因此邊界條件與外力負荷條件皆無須設定。

模型驗證程序不只比對實驗與分析的自然頻率，也同時要對應正確的模態振型，表 6 為定子繞線組合之自然頻率表，結果顯示分析的物理意義出現順序有對應實驗，自然頻的比對平均誤差 0.27%、方均根值 5.25%，圖 9 為定子繞線組合之實驗與分析模態參數，實驗與分析模態振型皆有吻合。

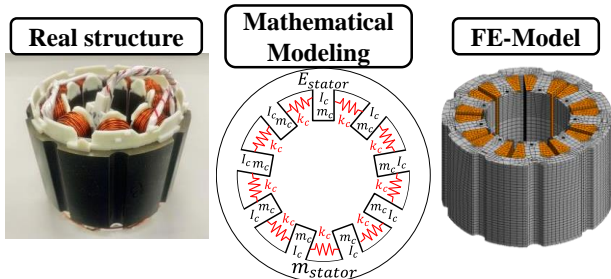


圖 8 定子繞線組合之數學模型化

表 5 定子繞線組合之材料參數表

	定子鐵芯	銅線
密度(kg/m ³)	7481	None
Young's Modulus X (GPa)	167	33
Young's Modulus Y (GPa)	176	33
Young's Modulus Z (GPa)	198	--
Poisson's Ratio XY	0.25	0.34
Poisson's Ratio YZ	0.33	0.34
Poisson's Ratio XZ	0.27	0.34
Shear Modulus XY (GPa)	75.2	1.5
Shear Modulus YZ (GPa)	7.26	--
Shear Modulus XZ (GPa)	6.56	--

表 6 定子繞線組合之自然頻率表

EMA 繞線		CAE 繞線		誤差 (%)	物理意義
mode	fr	mode	fr		
1	884	1	874	-1.2	(2,2)
	884	2	930	5.1	(2,2)
2	1366	3	1339	-2.0	(2,1)
3	1456	4	1441	-1.0	(2,1)
4	2034	5	2005	-1.4	(3,2)
	2034	6	2020	-0.7	(3,2)
5	2919	11	3296	12.9	(3,1)
6	3531	12	3321	-6.0	(3,1)
7	5506	38	5322	-3.3	(4,1)

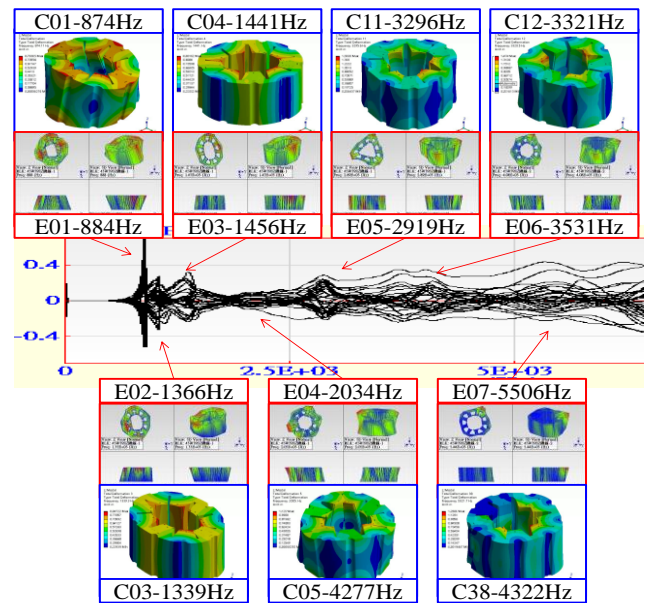


圖 9 定子繞線組合之實驗與分析模態參數

4. 結論

本文主要針對永磁同步馬達結構的 CAE 仿真技術進行研究，結合理論模態分析與實驗模態分析，執行模型驗證程序，確認分析模型的等效性，綜合上述實驗與分析結果可得下列幾點結論：

1. 定子鐵芯採用一體成形的架構來建模，並配合正向性材料的假設，調整楊氏係數、浦松比與剪切模數，使模態參數對應實驗，完成定子鐵芯模型驗證。
2. 針對定子鐵芯的正向性材料與模態振型關聯性探討得知，Hoop mode 頻率變化由楊氏係數 E_x 、 E_y 和剪切模數 G_{xy} 主導；Torsional mode 頻率變化由 E_z 、 G_{yz} 和 G_{xz} 主導。
3. 在定子鐵芯進行繞線前後的比較得知，銅繞線的匝數越多，馬達的端部也會提高，會使得 Torsional mode 頻率降低；而繞線帶來的質量效應則是讓 Hoop mode 頻率降低。

4. 定子繞線組合 EMA 結果顯示，繞線後產生明顯的對稱模態，且對稱模態有著頻率上的差異，推論是每一個定子槽受到細紮張力本身就不相同，且定子繞線後會進行結線的動作，形成結構上的非對稱。
5. 定子繞線的模型驗證結果，在模態振型(3,1)的頻率比對誤差較大，推測與上述提到的結構非均質現象相同，而分析是理想化的完全均質；此外，其餘模態仍具有良好，表示分析模型有良好的等效性。
6. 本文建立的永磁同步馬達的模型驗證程序，包含建模的分析技巧與實驗方法，完成不同階段的模型驗證；對未來執行磁耦耦合分析研究上，提供更具等效性的結構分析模型，提高電磁噪音的仿真度。

5. 參考文獻

- [1] W. J. Sun, Y. Wang, H. Shen, Y. G. Li, and L. C. Xie, "Analysis of High Frequency Noise of Inverter Rotary Compressor," *International Compressor Engineering Conference*, West Lafayette, IN, pp. 2558, 2018.
- [2] J. A. Chung, U. Y. Lee, J. B. Lee, U. S. Lee, E. S. Han, and J. W. Yoon, "Rotary Compressor Noise Analysis Using Mechanisms and Electromagnetics Coupled Approach," *International Compressor Engineering Conference*, West Lafayette, IN, pp. 2456, 2016.
- [3] P. Hou, B. J. Ge, D. J. Tao, Y. Wang, and B. Pan, "Coupling Analysis of Electromagnetic Vibration and Noise of FeCo-Based Permanent-Magnet Synchronous Motor," *Energies. J.*, vol. 15, pp 1-15, 2022.
- [4] 朱桐，2018，*壓縮機用永磁同步电机效率与振动研究*，碩士論文，苏州大学，苏州。
- [5] F. Lin, S. G. Zuo, X. D. Wu, S. L. Wu, and Y. Mao, "Modeling and Analysis of Electromagnetic Force, Vibration and Noise in Permanent Magnet Synchronous Motor Considering Current Harmonics," *Institute of Electrical and Electronics Engineers. J.*, vol. 63, pp 7455-7466, 2016.
- [6] H. B. Yin, F. W. Ma, X. Y. Zhang, C. S. Gu, H. Gao, and Y. C. Wang, "Research on Equivalent Material Properties and Modal Analysis Method of Stator System of Permanent Magnet Motor With Concentrated Winding," *Institute of Electrical and Electronics Engineers. J.*, vol. 7, pp 64592-64602, 2019.
- [7] 李晓华，黄苏融，张琪，2017，「电动汽车用永磁同步电机定子结构固有频率分析」，*中国电机工程学报*，第8期，第2383~2390頁。
- [8] 王栢村，張博鈞，梁秀璋，林谷樺，2017，「壓縮機於腳墊邊界之模擬與實驗驗證」，*中華民國力學學會第四十一屆全國力學會議*，台南，論文編號：D-1154。

Modal Analysis and Model Validation of Permanent-Magnet Synchronous Motor of Rotary Compressor

Bo-Jun Zhang¹, Bor-Tsuen Wang²

¹Rechi Precision Co., LTD

²Department of Mechanical Engineering
National Pingtung University of Science and Technology

ABSTRACT

The electromagnetic force of the permanent magnet synchronous motor is one of the excitation sources of the rotary compressor, and will excite the natural frequency of the motor structure and cause electromagnetic noise. Predicting electromagnetic noise by using computer aided engineering (CAE), the main issue is the equivalence between the analysis model and the real structure. This work discusses the simulation techniques of CAE applied to the structure of permanent magnet synchronous motor, and perform theoretical modal analysis and experimental modal analysis (EMA) to verify the modal parameters obtained from simulation and experiment and confirm the equivalence of finite element model. The model verification of the motor is divided into three levels, i.e. the single layer of stator plate, stator core and the stator assembly. This study shows the vibration modal characteristics of the stacked stator core and stator assembly, respectively, and finally establishes the equivalent FE model of the permanent magnet synchronous motor. This work establishes the simulation technique and verification process of the permanent magnet synchronous motor structure. The validated FE model will help to enhance the feasibility of the magnetic-solid coupling analysis and provide a clearer reference model for predicting electromagnetic noise.

Keywords: permanent-magnet synchronous motor, computer aided engineering (CAE), experimental modal analysis (EMA), model verification.

