

編鐘分析模型之驗證與有枚及無枚編鐘之振動特性

*王栢村¹、曹文昌¹、邱薪亦¹、林谷樺¹、吳盈輝²

¹ 國立屏東科技大學機械工程系

² 國立內埔高級農工職業學校機械科

科技部計畫編號：111-2221-E-020-016

*Email: wangbt@mail.npust.edu.tw

摘要

編鐘是中國古代傳統打擊樂器，對編鐘敲擊其正面及側面時，分別會激發出兩種不同音階的聲音，所以又稱為雙音編鐘。本文旨在應用有限元素分析 (finite element analysis, FEA) 和實驗模態分析 (experimental modal analysis, EMA)，對縮小模型編鐘進行模型驗證，取得有效的有限元素模型及結構振動模態，並探討編鐘上凸起的枚對於整體結構振動特性之影響。對編鐘進行實驗模態分析，以衝擊錘作為驅動器，加速規為感測器，藉由訊號擷取卡擷取訊號做快速傅立葉轉換，取得實際結構的頻率響應函數，進而求得其模態參數，包括自然頻率、模態振型與模態阻尼比。同時對編鐘建立有限元素模型，以理論模態分析求得編鐘的自然頻率及模態振型，以實驗模態分析所獲取的模態參數為基準，透過模型驗證之流程，調整分析模型的系統參數，如幾何與材料參數，當 EMA 與 FEA 兩者模態參數相互對應，可確認有限元素模型等效於實際結構。此外也針對編鐘上的枚，進行理論模態分析，探討有枚與無枚之振動特性比較。未來可採用此實驗和分析方法對編鐘進行設計變更之評估。

關鍵字：編鐘、模型驗證、有限元素分析、振動特性

1. 前言

編鐘為中國古代傳統打擊樂器，有著特殊杏仁狀結構，敲擊正面與側面會激發兩種不同的音色，正面音為正鼓音，側面音為側鼓音，兩者音色有著大三度與小三度的音層差。王等人[1]利用聲音量測軟體探討縮小編鐘之打擊聲音特性及振動模態之關聯性，發現編鐘主要發聲模態為正鼓音 E-03、側鼓音 E-04。王等人[2]以行動裝置錄製五組曾侯乙編鐘之打擊聲音，並探討其聲音特性，其中包含了音高、音色與衰減率，確認了編鐘可由一個單一結構發出兩種聲音，瞭解了編鐘具有雙音特性。

王等人[3]對縮小模型鐘進行模型驗證，分別比對理論模態分析與實驗模態分析，獲得等效於實際結構之有限元素模型，且模態分析求得之模態振型以下圍擺動的模態為縮小模型鐘發聲模態。王等人[4]對不同冷卻方式之地鐘進行聲音探討，地鐘基音頻率與頻

率比無明顯受冷卻方式，在聲音持續度中，以砂冷方式冷卻編鐘，其聲音持續度最長。王等人[5]利用實驗模態分析得到實驗之模態參數，得到等效有限元素分析模型，後續進行空氣結構耦合系統對結構自然頻率之影響探討，且實驗、結構與空氣耦合系統模態相互對應，成功驗證聲音響應之聲場振動模態。

Yan et al.[6]對曾侯乙編鐘特殊杏仁狀結構與西方琴鐘進行研究，發現兩者製作材質雖然相同，但因為外型變化使兩者音色不同，產生其音色之特殊性。Wu et al.[7]對曾侯乙編鐘的複製品進行聲音分析，探討曾侯乙編鐘發聲頻率，並將聲音合成來模擬鐘型的和不諧音，發現聲音在低頻率時較為容易合成，高頻時推測為數學模態設置較不準確所導致。

王等人[8]對古鈸打擊聲音特性分析，經敲擊古鈸產生敲擊音，分析古鈸聲音之音高、音色與衰減率，瞭解其古鈸音色有音階比例的倍頻，可應用於標準化製作古鈸方式且提升古鈸的穩定性。Wang et al.[9]將打擊樂器之泛音頻率為基準，將五邊形板做尺寸設計改善，使五邊形板之泛音頻率為基音頻率的兩倍成為倍頻音，透過模型驗證之方法驗證其五邊形板之可靠度。Hibbert et al.[10]從敲擊教堂鐘周圍部分，發現音高及音色在高頻率的泛音下，影響鐘的音色非常巨大，並模擬出多個聲音，用來模擬實際敲擊的聲音。

本文主要對於編鐘進行實驗模態分析，取得模態參數，用以比對有限元素分析，透過有限元素分析後，獲得等效於實際結構之編鐘有限元素模型，並以簡諧響應分析獲得之有枚與無枚頻譜圖，探討枚對於振動模態的影響，未來可針對編鐘進行結構與外部空氣耦合之有限元素分析，了解有枚及無枚編鐘對於聲音輻射的影響。

2. 小型編鐘之實驗模態分析

本節在說明以小型編鐘進行實驗模態分析方法，首先將簡易理論模態振型作為實驗佈點之依據，如圖 1 所示，編鐘主要分為甬柱、枚及鼓三個部份，實驗佈點分別在編鐘圓周方向分成上半部 14 等份，下半部 16 等份，高度 6 等份，在甬柱 X、Z 軸上各分成 8 等份，總共 109 個敲擊點，每個點敲擊 3 次取平均，以求得頻率響應函數 (Frequency Response Function, FRF)。圖 2 為實驗儀器架構圖，以棉線懸吊

編鐘模擬自由邊界，使用量測儀器有小型衝擊錘、單軸向加速規 27AM1-10、信號擷取卡 NI-9234 以及客製化振動噪音量測系統(Sound and Vibration Measurement, SVM)。本實驗採用移動衝擊錘，固定加速規之實驗方法，以衝擊錘作為驅動器，加速規為感測器，將加速規固定於側鼓音反面第 66 號點，其中正鼓音為 64 號點，側鼓音為 68 號點，並設定量測頻寬範圍為 0 到 20,000(Hz)，頻率域截斷有效係數(Nc)為 12,800，求得頻率解析度為 1.5625Hz，並以信號擷取卡獲得頻率響應函數與關聯性函數(Coherence)，匯入 ME' scopeVES 軟體進行曲線嵌合，取得實驗之實際結構自然頻率、模態振型、模態阻尼比。

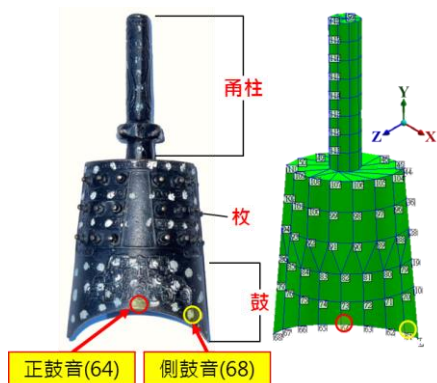


圖 1 縮小編鐘實際結構與實驗量測點示意圖

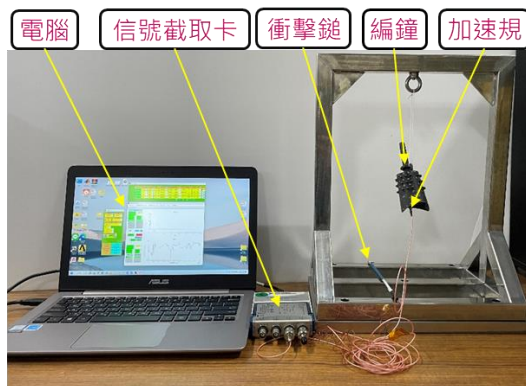


圖 2 實驗儀器架構圖

3. 小型編鐘之有限元素分析

本節說明小型編鐘之有限元素分析設定與流程，首先假設材料具有等向性(Isotropy)及均質材料等特性，以建模軟體繪製等效於實際結構尺寸之模型，將模型匯入有限元素分析軟體，如圖 3，採用二次四面體元素(solid 187)分割有限元素模型，調整元素大小，由大至小依序調整分析，獲得節點數 941,403 個及元素 622,388 個；邊界設定模擬自由邊界；簡諧響應分析時，分別於正鼓音及側鼓音以外力 Z 方向 Fz 為 -1.0N，求得 Z 方向之頻率響應函數。

初始設定為材料以單一材料進行設定，其參數為楊氏係數為 $E=110\text{GPa}$ ，密度 $\rho=8300\text{kg/m}^3$ ，蒲松比

為 0.34，取人類聽力範圍 0 到 20,000Hz 作為分析設定，經有限元素分析後，共取得 44 個振動模態，包含 6 個剛體模態，並觀察 0 到 10,000Hz 共 14 個振動模態，後續依據實驗模態分析所獲得模態參數，進行模型驗證流程，在第 4、5 節將探討理論模態振型與實際模態振型之關聯性。

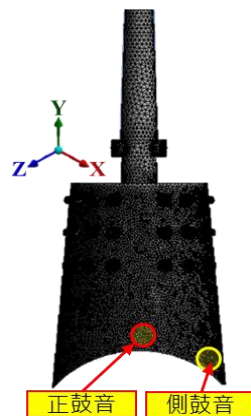


圖 3 有限元素分析模型

4. 小型編鐘之模型驗證

由第 2 節之實驗模態分析所獲得實際模態參數，與第 3 節之有限元素分析之模態振型與理論模態參數進行對照，並修正理論材料參數，使有限元素模型能等效於實際小型編鐘結構。圖 4 為模型驗證流程圖，由實驗模態分析取得實驗模態參數，包含了自然頻率、模態振型、模態阻尼比，並利用有限元素模型進行有限元素分析，求得理論模態參數自然頻率、模態振型，比對實驗模態參數與理論模態參數，調整有限元素模型之楊氏係數，獲得等效於實際結構之有限元素模型，經模型驗證後，獲得等效材料參數楊氏係數為 $E=70\text{GPa}$ 。

由表 1 有限元素分析與實驗模態分析自然頻率總表，與圖 5 實驗與分析之頻率響應函數模態振型圖，彙整出編鐘主要發聲頻率 0 到 10,000 Hz 之自然頻率，模態振型物理意義以 (θ, Y) 表示，又編鐘因核桃狀橫截面結構，導致振型節線條數介於整數之間，如 $(\theta, Y)=1.5、2.5$ ，此現象所判讀之模態振型，以 $(\theta, Y)+$ 表示，綜合討論如下：

- (1) 編鐘物理意義：由表 1 所示，理論模態參數與實際模態參數比對後，發現編鐘發聲模態振型之物理意義分別為 (1,1) 及 (2,1)，編鐘發聲頻率 E-03、E-04 誤差皆小於 1.3%，且編鐘主要發聲頻率在低頻率時誤差較小，模態振型相互對應，故有限元素模型等效於實際結構。
- (2) 自然頻率：由表 1 所示，發現編鐘實際結構自然頻率對應有限元素模型自然頻率平均誤差為 -4.31%，低頻率誤差較高頻誤差小，甬柱頻率

誤差雖然較大，卻不影響其編鐘發聲頻率與振動模態。

- (3) 模態振型：由表 1 所示，模態振型分為甬柱與編鐘，兩種不同形式的振動模態，編鐘基音頻率為正鼓音 E-03(1,1)及側鼓音 E-04(2,1)為主要發聲模態，E-01 與 E-02 為 X 與 Z 方向彎曲(bending)，F-11 甬柱 Y 軸向扭轉(torsion)由於加速規安裝位置，故無法取得實際振動模態。

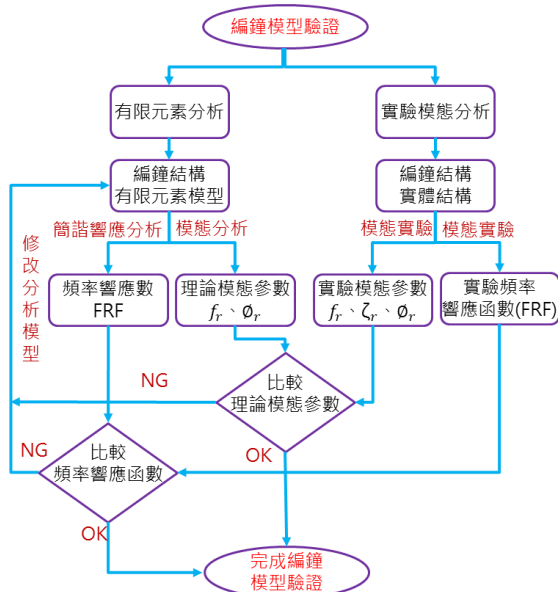
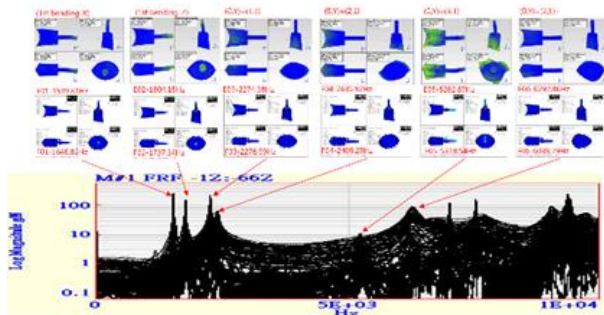
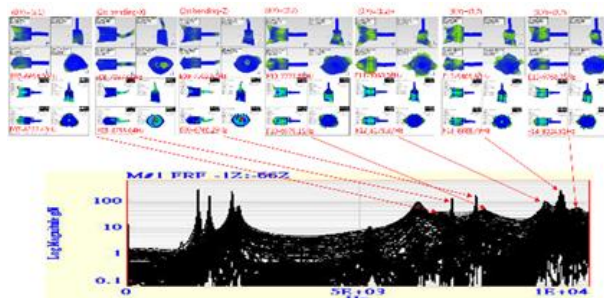


圖 4 模型驗證流程圖



(a) 第 1~6 個模態



(b) 第 7~13 個模態

圖 5 實驗與分析之頻率響應函數模態振型圖

表 1 有限元素分析與實驗模態分析自然頻率總表

Mode	EMA		FEA		自然 頻率 誤差 (%)	阻 尼 比 (%)	物理意義		
	自然 頻率 (Hz)	Mode	自然 頻率 (Hz)	Mode			甬柱 (Local mode)	編鐘 (θ,Y)	整體 結構 (θ,Y)
E01	1539.81	F01	1646.82		6.9	0.12	1 st - bending-X	--	(3,1)
E02	1804.15	F02	1737.34		-3.7	0.25	1 st - bending-Z	--	(3,1)
E03	2274.38	F03	2276.59		0.10	0.40	--	(1,1)	--
E04	2435.92	F04	2406.28		-1.2	1.04	--	(2,1)	--
E05	5282.87	F05	5318.54		0.68	0.44	1 st -axil-Y	--	(3,1)
E06	6292.86	F06	6039.79		-4.02	1.37	--	(2,1)+	--
E07	6694.90	F07	6222.40		-7.05	0.07	--	(3,1)	--
E08	7037.60	F08	6755.64		-10.67	0.08	2 nd - bending-X	--	(3,1)
E09	7562.62	F09	6760.29		-3.94	0.11	2 nd - bending-Z	--	(3,1)
E10	7773.85	F10	6979.15		-10.22	0.24	--	(2,2)	-
--	--	F11	7836.55		--	--	1 st - torsion-Y	--	---
E11	9060.36	F12	8179.37		-9.72	0.62	--	(1,2)+	--
E12	9409.60	F13	8888.79		-5.54	0.23	--	(3,2)	--
E13	9768.75	F14	9024.91		-7.61	0.80	--	(2,2)+	--
頻率誤差(AVG)：-4.31%					頻率誤差(RMS)：5.49%				

5. 枚對編鐘之振動特性探討

由第 4 節之縮小模型編鐘之模型驗證，確認有限元素模型等效於實際結構，本節為了探討編鐘上有枚及無枚之關聯性，固定不變已知等效材料參數 $E=70\text{Gpa}$ 、密度 $\rho=7,956.3\text{kg/m}^3$ 、蒲松比為 0.34，圖 6 為有枚及無枚編鐘之有限元素模型，為了探討有枚及無枚之振動特性，修改有限元素模型，將編鐘上的枚移除，進行模態分析及簡諧響應分析，分別利用簡諧響應分析獲得之頻譜圖，探討其兩者間正鼓音及側鼓音之間變化。

藉由有限元素分析軟體進行簡諧響應分析，分別對有枚與無枚編鐘的 64 號點及 68 號點施予 1N 的外力，以求得有枚編鐘及無枚編鐘正鼓音與側鼓音之頻率響應函數，並得到其模態振型。

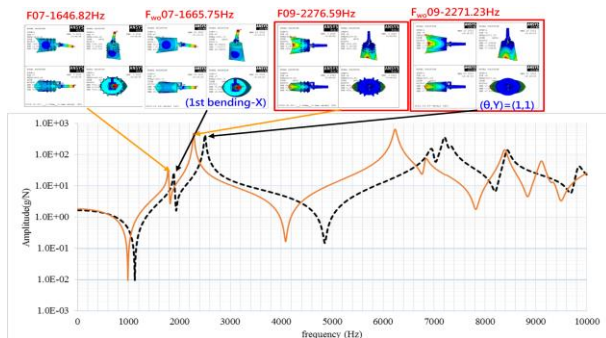
藉由頻率響應函數彙整出，表 2 有枚與無枚編鐘有限元素模型之模態參數比較表，與圖 7 有枚無枚編

鐘簡諧響應函數之模態振型，從表中可以觀察出有枚無枚的影響對於自然頻率的誤差僅 1.04%，故對枚的模態參數影響，討論如下：

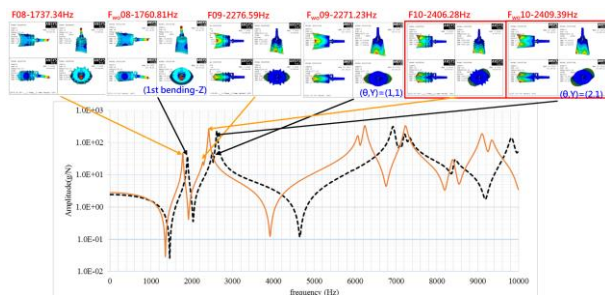
- (1) 由表 2 所示，枚對於編鐘的發聲模態變化小於 0.34%，故枚對於編鐘基音變化無影響，但高頻率之泛音部分會有 2% 變化。
- (2) 由表 2 所示，枚對於甬柱模態低頻率影響較小，高頻率振動影響較大。
- (3) 由圖 7 所示，紅線選取為無枚編鐘模態，對照有枚編鐘模態，結果顯示，枚對於編鐘振動模態，無明顯影響；比較頻率響應函數，在高頻區域約 6,000Hz 以上，自然頻率有升高或降低等些許影響。
- (4) F01/F-02、F-08/F-09 為 X 和 Z 方向彎曲、F-05 為 Y 軸向位移為甬柱模態、F-11 為 Y 軸向扭轉，因單軸向加速規安裝位置量測 Z 方向加速度，故 Y 方向模態無法取得。



圖 6 有枚及無枚編鐘之有限元素模型



(a) 正鼓音



(b) 側鼓音

圖 7 有枚無枚編鐘簡諧響應函數之模態振型

表 2 有枚無枚編鐘有限元素模型之模態參數比較表

有枚編鐘		無枚編鐘		自然 頻率 誤差 (%)	物理意義		
Mode	自然 頻率 (Hz)	Mode	自然 頻率 (Hz)		甬柱 (Local mode)	編鐘 (θ,Y)	整體 結構 (θ,Y)
F01	1646.82	W01	1665.75	1.14	1 st - bending-X	--	(3,1)
F02	1737.34	W02	1760.81	1.35	1 st - bending-Z	--	(3,1)
F03	2276.59	W03	2271.23	-0.23	--	(1,1)	--
F04	2406.28	W04	2409.39	0.12	--	(2,1)	--
F05	5318.54	W05	5336.78	0.34	1 st -axil-Y		(3,1)
F06	6039.79	W06	6046.17	0.10	--	(2,1)+	--
F07	6222.40	W07	6217.51	-0.07	--	(3,1)	--
F08	6755.64	W08	6792.80	0.48	2 nd - bending-X	--	(3,1)
F09	6760.29	W09	6797.55	0.62	2 nd - bending-Z	---	(3,1)
F10	6979.15	W10	7214.75	3.37	--	(2,2)	--
F11	7836.55	W11	7834.16	-0.03	1 st - torsion-Y	--	--
F12	8179.37	W12	8371.21	2.34	--	(1,2)+	--
F13	8888.79	W13	9075.18	2.09	--	(3,2)	---
F14	9024.91	W14	9292.18	2.96	--	(2,2)+	--
				頻率誤差 (AVG) : 1.04%	頻率誤差 (RMS) : 1.09		

6. 結論

本文對縮小模型編鐘建立有限元素模型進行有限元素分析，獲得理論模態參數，並藉由實際編鐘結構進行實驗模態分析獲取實際模態參數，後續利用有限元素分析調整有限元素模型之材料參數，以獲得等效於實際結構之有限元素模型，透過此實驗流程，建立標準模型驗證之程序，並對於編鐘上的枚進行振動特性比較，藉以了解後續編鐘設計之方向及有枚無枚編鐘對於聲音輻射之影響。

- (1.) 經模型驗證流程後，編鐘發聲頻率(F-03、F-04)頻率誤差分別為 0.10、-1.20%，低頻率(6,000Hz)誤差大多在 5% 以下，表示實驗與分析對應良好，高頻率推測有限元素分析模型之幾何忽略外觀裝飾的關係，導致理論與實驗結果略有誤差。

- (2.) 有枚與無枚對應之自然頻率皆有相同的物理意義，且誤差皆小於 2%，故枚對於編鐘振動模式無明顯影響。
- (3.) 在已知枚對於編鐘振動模式無明顯影響，後續，可採用本文結論對編鐘進行設計變更。

7. 誌謝

感謝科技部研究計畫的經費補助，計畫編號：111-2221-E-020-016，特此致謝。

8. 參考文獻

1. 王栢村、李柏駿、黃博彰、邱薪亦、林谷樺，曾侯乙編鐘之聲音特性探討，第 29 屆中華民國振動與噪音工程學術研討會，基隆，臺灣，論文編號：H5，2022
2. 王栢村、曹文昌、邱薪亦、林谷樺、吳盈輝，編鐘打擊聲音特性及振動模態探討，第 35 屆台灣聲學學會研討會，臺北、臺灣，論文編號：A10，2022
3. 王栢村、張博鈞、楊昶昱、黃家賢、吳盈輝，縮小模型鐘之振動模態與發聲機制探討，第 13 屆精密機械與製造科技研討會論文集，屏東，2016
4. 王栢村、劉得江、陳聖霖、楊昶昱、吳盈輝，地鐘有無鑲面與不同熱處理方式之聲音特性探討，第二十四屆中華民國振動與噪音工程學術研討會，高雄、臺灣，論文編號 A-05，2016
5. 王栢村、楊昶昱、吳盈輝，半圓型管打擊樂器之聲振耦合分析，中國機械工程學會第三十四屆全國學術研討會，台中、臺灣，論文編號：12188，2017
6. Y. L. Yan, K. G. Chai, H. H. Liang, L. G. Kong, Physics Involvement in Ancient Chinese Chime Bells, American Institute of Physics Conference Proceedings, vol. 1517, pp. 43-48, 2013
7. C. W. Wu, C. F. Huang and Y. W. Liu, Sound Analysis and Synthesis of Marquis Yi of Zeng's Chime-Bell Set, Proceedings of Meetings on Acoustics, vol. 19, pp. 1-7, 2013
8. 王栢村、吳祥瑞、徐秀娟、高正賢，古鈸打擊聲音特性之探討，中華民國振動與噪音工程學會第 19 屆學術研討會，彰化、臺灣，論文編號：B-09，2011
9. B. T. Wang, P. C. Chen, Y. G. Tsai, Y. H. Wu, Development of Pentagonal Plates with Harmonic Sound as Percussion Instrument, International Congress on Sound and Vibration, Montreal, No. 458, 2019
10. A. H. William, B. S. David, T. Shahram, P. Robert, Partial Frequencies and Chladni's Law in Church Bells, Open Journal of Acoustics, vol. 4, pp 70-77, 2014

Verification of Chime Bell Analysis Model and Vibration Characteristics of Bells with and without Meis

Element Analysis (FEA), Vibration
Characteristics

*Bor-Tsuen Wang¹, Wen-Chang Tsao¹, Hsin-I
Chiu¹, Gu-Hua Lin¹, Ying-Hui Wu²

¹Department of Mechanical Engineering,
National Pingtung University of Science and
Technology

²Machinery Division, National Nei-Pu Senior
Agricultural-Industrial Vocational School
MOST Project No.: MOST 111-2221-E-020-016

*Email: wangbt@mail.npust.edu.tw

Abstract

Chime bells are traditional percussion instruments in ancient China. When the front and side of the chime bells are struck, two sounds of different scales will be aroused respectively, so they are also called dual-tone chime bells. This paper aims to use finite element analysis (FEA) and experimental modal analysis (EMA) to carry out model verification on the miniature chime bell, so as to obtain an effective finite element model and examine vibration modes. The raised pieces, called Mei, on the chime bell surface is also studied for their effect on vibration characteristics of the overall structure. EMA is carried out on the chime bell by using the impact hammer as the actuator, and the accelerometer as the sensor. The data acquisition (DAQ) device is used to capture the signal for fast Fourier transform (FFT), so as to obtain the frequency response function of the actual structure, and then obtain its modal parameters, including natural frequencies, mode shapes and modal damping ratios. At the same time, a finite element model is established for the chime bell, and the natural frequency and mode shape of the chime bell can be obtained by theoretical modal analysis. Based on the modal parameters obtained by EMA, the analysis model, such as geometric and material parameters, are adjusted through the process of model verification. When the modal parameters of EMA and FEA correspond to each other, it can be confirmed that the finite element model is equivalent to the actual structure. In addition, theoretical modal analysis is carried out for the Mei on the chime bell, and the comparison of vibration characteristics between those with and without Mei is discussed. Future design modification to the chime bell can be evaluated using this experimental and analytical approach.

Keywords : Chime Bell, Model Verification, Finite