

橡膠腳墊性能參數測定與壓縮機振動分析之應用

王栢村¹、楊世宇¹、姜彥漳¹、徐志嘉¹、許丞洳¹、黃彥綸¹

¹ 國立屏東科技大學 機械工程系

*Email: wangbt@mail.npust.edu.tw

摘要

在空調機系統中，常用橡膠腳墊支撐壓縮機，腳墊的彈簧常數(K)與阻尼係數(C)是重要的性能參數。本文在測定一部壓縮機所使用的橡膠腳墊之K&C，也探討壓縮機有安裝橡膠腳墊之模擬及振動分析。測試橡膠腳墊K&C的試驗平台系統，以三角基座板下接三個橡膠腳墊，上方可放置不同重量的荷重塊所組成。分別對試驗平台進行實驗模態分析和有限元素分析，可求得試驗平台的實驗和分析的模態參數，透過模型驗證程序，可驗證等效於實際試驗平台之實體元素腳墊模型，並求得橡膠腳墊在不同荷重下的K&C。更重要的是，可以採用K&C的方式模擬腳墊模型。其次，就可據以建立此壓縮機在腳墊和管路系統邊界之分析模型，並進行理論模態分析，以探討壓縮機系統的模態特性。此正向分析程序，特別是求得橡膠腳墊K&C及其建模方式，能夠在還沒有壓縮機實體結構前，可以由虛擬測試，評估壓縮機的振動特性。又取另一個橡膠腳墊，採用相同的程序，應用到相同的壓縮機，同時比較了兩種形式橡膠腳墊之差異影響，結果顯示，適當的腳墊參數對壓縮機之振動模態很重要，尤其系統的自然頻率會隨腳墊剛性增加而增大。本文發展了壓縮機在腳墊和管路系統邊界的正向分析程序，也驗證此方法的可行性，結合此分析與實驗方法，可以應用在壓縮機設計階段的虛擬測試。

關鍵詞：橡膠腳墊、彈簧常數、阻尼係數、壓縮機、正向分析

1. 前言

近年來的隨著地球溫室效應持續的惡化，氣溫也比早期更加炎熱，冷氣機成為家庭生活必需品，但冷氣機發出的噪音會使人感到不悅等負面影響，降噪應用需求變得越來越迫切。這些噪音主要是由壓縮機在空調機系統中的橡膠腳墊與管路在空調系統上所引起的結構共振，而共振的影響不僅會發出噪音，也會對連接壓縮機的結構產生過大的振動，導致其他零件接觸摩擦，引發破損、斷裂、失去傳送冷媒的功能，使壓縮機本身快速損壞。為了防止機器產生的共振，需解決壓縮機在運行時內部的橡膠腳墊及系統管路所產生的結構共振，可以利用有限元素分析，透過等效於實際結構之有限元素模型進行虛擬測試，測試不同腳墊對於壓縮機振動模態進行比對。

王等人[1]在取得橡膠腳墊振動時需進行彈簧常數(K)和阻尼係數(C)測定，先透過橡膠腳墊的模型驗證，可獲得等效於實際結構之實體元素腳墊模型，王等人[2]透過同型號之橡膠腳墊在不同荷重的質量塊下，進行有限元素分析和實驗模態分析完成模型驗

證，再進行彈簧常數(K)與阻尼係數(C)的實驗測定。王等人[3]以放置一質量塊於橡膠腳墊之頂面，透過實驗模態分析求得橡膠質塊系統之模態參數，再以單自由度系統假設探討橡膠質塊系統，而獲取橡膠腳墊之三軸向及旋轉方向的等效動態剛性與阻尼係數，同時應用有限元素分析 建構彈簧元素有限元素分析模型，也以實驗所獲得的動態剛性與阻尼係數作為分析模型之材料參數設定。王等人[4]建立了實驗與分析流程完成橡膠腳墊的模擬與校正，也完成壓縮機在整體空調系統上的腳墊與管路邊界的分析模型，可以有效模擬壓縮機結構振動模態特性，未來可應用到響應預測與設計變更。

Silveira et al. [5]製冷系統的聲功率基本上由聲源、能量傳播路徑和幾個零部件的組成，這些激發、傳播的特性對降噪而言十分重要，這項工作分為三個步驟，用以準確描述噪聲問題解決階段：1.通過分析壓縮機噪音產生的主要來源，確定主要來源；2.振動能量傳輸主要路徑的特徵；3.通過重新設計來降低噪音傳輸、產生，達到靜音的效果。Park et al. [6]透過特徵值的拓撲優化設計來降低壓縮機產生的噪音，主要以工程結構噪音改善的實際案例為例子，由實驗模態分析與噪音量測得知，模態振型與高噪音有明顯的關聯性，因此透過有限元素分析之特徵值的拓撲優化設計來改善結構的噪音。

Lin et al. [7]探討已廣泛用於控制結構振動和聲輻射的橡膠材料。發現橡膠的動態性能取決於靜態預載荷、振動幅度、溫度和激振頻率，還用於測量橡膠隔振器之彈簧常數與阻尼係數，分析壓縮機噪音產生的主要來源。Jie et al. [8]以單自由度與多自由度系統建構隔振用橡膠元件之分析模型，同時以撓度實驗方法獲得橡膠元件之靜態剛性，並以激振實驗方式獲得之動態剛性、頻率響應函數、自然頻率與阻尼比，最後將實驗與分析結果進行比對驗證確認分析模型之等效性，藉此獲得等效分析模型。

總結上述的文獻參考，本文將提到的壓縮機腳墊的K&C值進行測量，分別將3公斤、6公斤、9公斤、12公斤、15公斤，這5種不同荷重下於壓縮機的橡膠腳墊，進行振動特性影響進行探討，主要目標如下：

- (1) 平台系統主要由三個橡膠腳墊，上面連接三角基座板與荷重塊組成，將試驗平台進行實驗模態分析(experimental modal analysis, EMA)，探討X、Y、Z三維實體方向之平移及旋轉，共6個剛體模態，獲得模態參數，包含自然頻率、模態振型、模態阻尼比。



- (2) 在有限元素分析(finite element analysis, FEA)中, 使用 Solidworks 建構有限元素模型進行模態分析。以實驗模態分析之 Z 方向平移模態為基準, 修改腳墊楊氏係數, 獲得等效於實際結構之實體元素腳墊模型。並且以單自由度系統作假設, 並將實體元素模型腳墊以 K&C 值取代, 進行模態分析, 求得彈簧阻尼腳墊模型, 最後透過 MATLAB 將各個荷重之腳墊 K&C 值以內插回歸方式繪製預測曲線圖。
- (3) 利用有限元素模型進行模態分析。能夠在沒有壓縮機實體結構前, 藉由虛擬測試, 評估壓縮機的振動特性。為了使 K&C 參數結果驗證精確, 透過靜力分析獲得實體壓縮機腳墊邊界模型與實體壓縮機系統邊界模型之腳墊反作用力, 求得 K&C 參數。再進行有限元素分析, 求得彈簧阻尼腳墊模型之模態參數, 此方法為正向分析。比較正向分析與逆向分析之模態參數結果, 分析兩種方法之優劣。
- (4) 最後將不同型號腳墊分別為腳墊 1 與腳墊 2 代入 43W32SH 壓縮機模型進行正向分析, 探討其模態參數差異與比較腳墊選用之優劣。

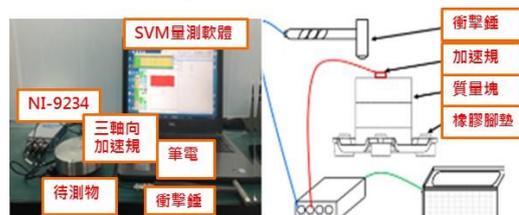
2. 橡膠腳墊 K&C 參數測定與驗證

本節使用一質量塊組零件, 包含質量塊、三角基座板、螺栓和不同的橡膠腳墊分別為腳墊 1 圖 1(a)與腳墊 2 圖 1(b)。使用 5 塊 3 公斤質量塊, 組合出 5 種不同荷重, 質塊中間以螺栓固定。圖 2(a)為儀器架設圖, 首先將腳墊安裝於三角基座板, 並放上第一塊質量塊, 感測器選用三軸向加速規(Endevco 65-100), 驅動器選用衝擊錘(PCB-086C03)。透過 WorkBench 分析可得知實際結構模型之結構節線, 於避開節線位置進行佈點規劃。如圖 2(b)所示。為了求得剛體模態, 以固定衝擊錘, 移動加速規進行實驗, 共計 5 個量測點, 並於不同荷重下分別進行實驗。由信號擷取卡 NI-9234 接收感測器與驅動器的電壓訊號, 輸入聲音與振動量測軟體(sound and vibration measurement system, SVM)進行信號處理, 再透過 ME'scope VES 軟體分析實驗數據, 求得自然頻率與操作變形振型, 將結果進行曲線嵌合, 取得實驗模態參數, 包含自然頻率、模態振型、模態阻尼比。將結果與有限元素分析進行模型驗證如圖 3。透過修改有限元素分析之腳墊楊氏係數降低實驗誤差。運用單自由度系統方程式, 計算出腳墊彈簧常數(K)與阻尼係數(C), 代入有限元素分析, 驗證 K&C 參數正確性。將 K&C 參數代入有限元素模型, 以彈簧阻尼腳墊取代橡膠腳墊, 重新進行有限元素分析, 將分析之模態參數與實驗模態參數進行比對, 驗證彈簧-阻尼腳墊之正確性。

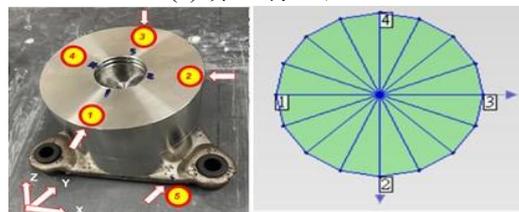


(a)腳墊 1(#03 腳墊) (b)腳墊 2(#14 腳墊)

圖 1 不同型號橡膠腳墊示意圖



(a) 實驗儀器架設



(b) 實驗佈點規劃

圖 2 橡膠腳墊於三角基座板之試驗方法示意圖

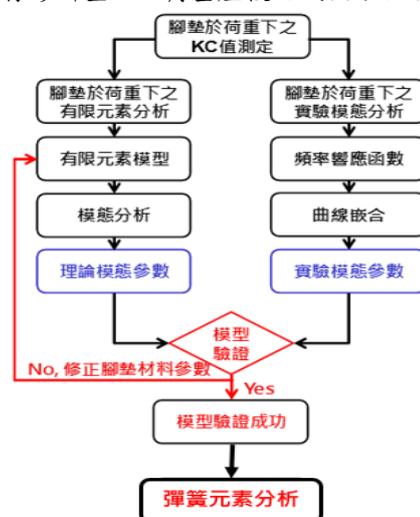


圖 3 橡膠腳墊 K&C 參數測定之模型驗證流程圖

2.1 橡膠腳墊於三角基座板之有限元素分析

本節主要介紹橡膠腳墊與三角基座板之模型建構與有限元素分析方法。為了獲得橡膠腳墊於三角基座板之模態參數, 將圖 4(a) 透過游標卡尺量測各部位零件尺寸, 使用 Solidworks 繪製 3D 立體模型如圖 4(b)。將不同荷重質塊之幾何形狀以一體成型的方式建模, 方便進行分析, 並定義模型質量, 再將 3D 模型匯入電腦輔助工程分析軟體 Workbench。各別對荷重塊、三角基座板、橡膠腳墊, 設定試驗平台材料參數如表 1, 主要包含材料之密度、楊氏係數、蒲松比。首先對立體元素模型進行分割, 元素形式採用 Solid 187(10 節點三角錐元素)、Solid 186(20 節點立體元素)。質量塊採用四面體分割, 三角基座板與橡膠腳墊採用自由分割, 在 3 公斤荷重下共分割出 7186 個節點與 24560 個元素, 實際質量為 3.045 公斤。再來設定自重為橡膠腳墊與三角基座板之實際重量, 固定邊界設定腳墊底部面、及質量塊與腳墊於三角基座板之 Bonded 接觸, 元素形式採用 Contact 174(被動接觸元素)、Target 170(主動接觸元素)。求解 20 個模態振型, 確定前 6 個剛體模態自然頻率, 與模態振型是否包含三軸向平移與旋轉, 最後透過 APDL 匯出理論模態分析之模態振型。

表 1 試驗平台之材料參數表

材料 參數 幾何	重量 (g)	密度 (kg/m ³)	楊氏係數 (Gpa)	蒲松比
質量塊(頂)	3005.00	8373.90	200.00	0.30
質量塊(第三塊)	2894.50	8458.50	200.00	0.30
質量塊(第二塊)	2903.00	8512.20	200.00	0.30
質量塊(第一塊)	2869.00	8412.40	200.00	0.30
質量塊(底)	2866.00	8373.90	200.00	0.3
螺栓	229.00	6994.00	200.00	0.29
三角基座板	143.50	7560.00	225.00	0.29
腳墊	12.00	1090.30	0.0023	0.49



(a) 試驗平台系統 (b) 有限元素分析模型
圖 4 橡膠腳墊於三角基座板之結構示意圖

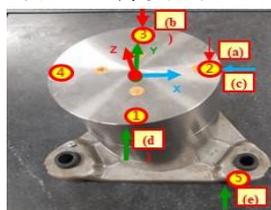


圖 5 實驗佈點規劃示意圖[1]

2.2 橡膠腳墊於三角基座板之實驗模態分析

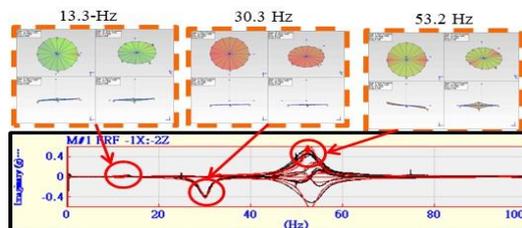
此節說明實驗模態分析的方法與步驟。首先將橡膠腳墊置於三角基座板中，質量塊分別為 3 公斤、6 公斤、9 公斤、12 公斤、15 公斤經螺栓固定於三角基座板堆疊進行實驗，驅動器選用鋼頭中型衝擊錘 (086C02)，感測器選用三軸向加速規(356A16)，實驗方式採用頻率解析度為 0.16Hz，均以固定衝擊錘，移動加速規敲擊，共設置 5 個測量點，並透過敲擊不同方向進行測試，獲得三軸向平移、旋轉模態。圖 5 為實驗佈點規劃，每個量測點敲擊 3 次，並量測 1~4 號點，每筆實驗均可獲得 4 筆實驗數據，共可獲得 20 筆數據。將驅動器與感測器的電壓訊號透過信號處理，可獲得壓縮機腳墊邊界下之頻率響應函數，最後再匯入 ME'scope VES 後處理軟體進行曲線嵌合，由曲線嵌合峰值擷取模態參數，可獲得自然頻率、模態振型和模態阻尼比。圖 6 為三個腳墊於三角基座板之不同實驗方式結果示意圖，實驗方式簡述如下：

- (1) 將衝擊錘固定於 2 號點以 $F_j = -2Z$ 方向敲擊，可獲得 F_{θ_x} 13.3 Hz、 F_z 30.3 Hz、 F_{θ_x} 53.2 Hz 之自然頻率。
- (2) 將衝擊錘固定於 2 號點以 $F_j = -2X$ 方向敲擊，可獲得 F_y 13.4 Hz、 F_z 30.8 Hz、 F_{θ_y} 55.1 Hz 之自然頻率。
- (3) 將衝擊錘固定於 3 號點以 $F_j = -3Z$ 方向敲擊，可獲得 F_x 13.4 Hz、 F_{θ_x} 54.8 Hz 之自然頻率。
- (4) 將衝擊錘固定於 1 號點以 $F_j = +1Y$ 方向敲擊，可獲得 F_y 13.2 Hz、 F_{θ_y} 30.9 Hz、 F_{θ_y} 54.9 Hz 之自然頻率。
- (5) 將衝擊錘固定於 2 號點以 $F_j = +2Y$ 方向敲擊，可獲得 F_y 13.4 Hz、 F_{θ_z} 27.3 Hz、 F_{θ_y} 54.4 Hz 之自然頻率。

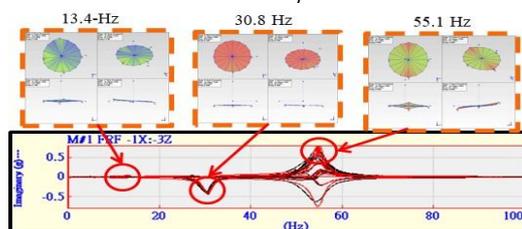
率。

- (5) 將衝擊錘固定於 5 號點以 $F_j = +2Y$ 方式敲擊，可獲得 F_y 13.4 Hz、 F_{θ_z} 27.3 Hz、 F_{θ_y} 54.4 Hz 之自然頻率。

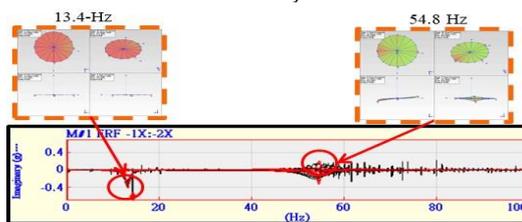
其中， F_x 、 F_y 、 F_z 分別為 X 、 Y 、 Z 三個方向的平移剛體模態；而 F_{θ_x} 、 F_{θ_y} 、 F_{θ_z} 則分別為 X 、 Y 、 Z 三個方向的旋轉剛體模態。



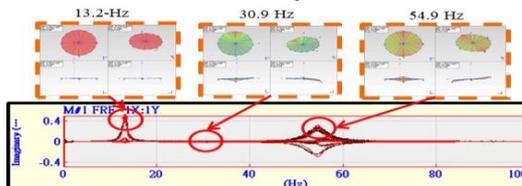
(1.) 衝擊錘 2 號點 $F_j = -2Z$ 方向敲擊



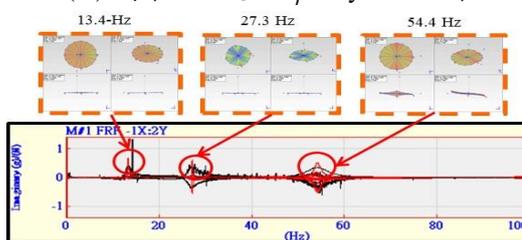
(2.) 衝擊錘 3 號點 $F_j = -2X$ 方向敲擊



(3.) 衝擊錘 2 號點 $F_j = -3Z$ 方向敲擊



(4.) 衝擊錘 1 號點 $F_j = +1y$ 方向敲擊



(5.) 衝擊錘 2 號點 $F_j = +2y$ 方向敲擊

圖 6 橡膠腳墊於三角基座板之敲擊結果示意圖

2.3 橡膠腳墊於三角基座板之模型驗證結果

為了求得等效於實際結構之有限元素模型，將有限元素分析與實驗模態分析之模態參數進行比對。本節主要探討橡膠腳墊於三角基座板之模型驗證結果。經過比較得知，實驗模態分析之自然頻率、模態振型、模態阻尼比，與有限元素分析獲得的模態參數差



異5%以內，因此以實驗模態分析之Z方向平移模態作為基準，修正有限元素分析之橡膠腳墊楊氏係數。表2為3公斤荷重下自然頻率比對表。以三公斤為例，楊氏係數從2.35 MPa修正為2.44 MPa。圖7為實驗模態、有限元素分析修正前、後比較圖，得知透過修正橡膠腳墊楊氏係數獲得之模態振型與實驗模態振型比對良好，誤差百分比都在3%以內，成功獲得最接近實際結構之腳墊有限元素模型。

表 2 3 公斤荷重下自然頻率比對表

3 公斤荷重下自然頻率比對表							
實驗模態分析		有限元素分析			修正楊氏係數		物理意義
Mode	自然頻率 (Hz)	Mode	自然頻率 (Hz)	誤差 (%)	自然頻率 (Hz)	誤差 (%)	
E-01	13.36	F-01	12.83	-3.97	13.10	-1.95	Rigid - (X)
E-02	13.35	F-02	12.86	-3.67	13.13	-1.65	Rigid - (Y)
E-03	27.29	F-03	26.07	-4.47	26.62	-2.46	Rigid - (θ_z)
E-04	30.26	F-04	29.70	-1.85	30.28	0.07	Rigid - (Z)
E-05	54.78	F-05	54.33	-0.82	55.40	1.13	Rigid - (θ_x)
E-06	55.05	F-06	54.33	-1.31	55.41	0.64	Rigid - (θ_y)

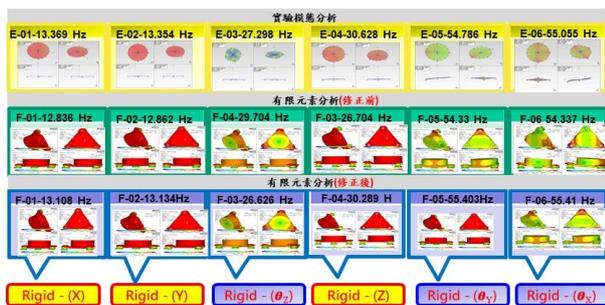
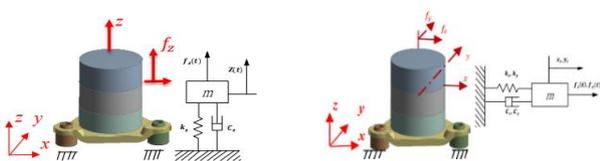
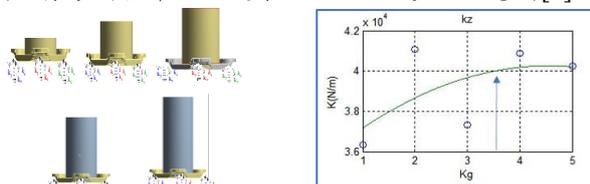


圖 7 橡膠腳墊之模態振型比較圖



(a) Z 方向數學模型 (b) X、Y 方向數學模型
圖 8 橡膠腳墊單自由度系統之 K&C 參數示意圖 [1]



(a) 不同荷重彈簧阻尼腳墊 (b) K&C 參數預測曲線
圖 9 腳墊於不同荷重下之 K&C 值

2.4 橡膠腳墊於三角基座板之 K&C 參數驗證

本節說明橡膠腳墊彈簧常數(K)及阻尼係數(C)測定方式，圖8為單自由度系統示意圖，以垂直方向說明，圖8(a)為Z方向單自由度系統之數學模型，運動方程式如下：

$$m\ddot{z} + c_z \dot{z} + k_z z = f_z(t) \quad (1)$$

其中 m 為質量， c_c 為阻尼係數， k_z 為彈簧常數，即動態剛性即如圖 8 (a) 輸入激振力 $f_z(t)$ 作用於質量塊，輸出質量塊之位移量為 $Z(t)$ ，以理論模態域分析，則可求得系統的自然頻率 f_z 和為阻尼比 ζ_z 。為了求得 X、Y 方向動態剛性與阻尼係數，圖 8 (b) 為 X、Y 方向單自由度系統之數學模型假設，其自然頻率與阻尼比求解相同於方向 Z。

$$f_z = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_z}{m}} \quad (2)$$

$$\zeta_z = \frac{c_z}{c_{c,z}} \quad (3)$$

$c_{c,z}$ 為臨界阻尼係數、 f_z 為自然頻率、 ζ_z 為阻尼比，可得方程式如下：

$$c_{c,z} = 2\sqrt{mk_z} = 4\pi m f_z \quad (4)$$

又由式(3)及式(4)，可推算得 z 方向之阻尼係數如下

$$c_z = \zeta_z 4\pi m f_z \quad (5)$$

透過 ME'scope VES 後處理軟體取得阻尼比 ζ_z ，實驗模態分析獲得試驗平台系統架構之頻率響應函數，得到自然頻率 f_z ，經方程式(2)、(5)代入 f_z 與 ζ_z ，統整求得橡膠腳墊於三角基座板之彈簧常數與阻尼係數總表，實驗上獲得的橡膠腳墊彈簧常數及阻尼係數，需除上使用腳墊的數量才等效於單一腳墊。

首先將實驗模態參數透過單自由度系統方程式計算出彈簧常數與阻尼係數，透過 MATLAB 軟體繪製腳墊 1 於 43W32SH 壓縮機模型之不同荷重下如圖 9 (a)，K&C 參數預測曲線圖如圖 9 (b)，將 K&C 值參數代入如表 3 為三個橡膠腳墊於三角基座板之彈簧常數與阻尼係數表，取代橡膠腳墊，轉換成彈簧阻尼腳墊形式。第一種方法將 X、Y、Z 平移模態共 3 個之 K&C 參數代入有限元素模型進行分析，求得模態參數。第二種方法將 X、Y、Z 平移與旋轉共 6 個模態之 K&C 參數代入有限元素模型進行分析，求得模態參數。如表 4 腳墊邊界之彈簧元素分析與實驗模態分析自然頻率比較表，可以觀察出代入旋轉模態 K&C 參數之自然頻率誤差百分比達到 11%，相較之下，只代入平移模態之 K&C 參數，獲得的自然頻率誤差降低 5% 以內，自然頻率比對良好，推測代入旋轉模態之 K&C 參數，會使有限元素分析與實驗模態分析之自然頻率誤差提高，故本實驗將以代入平移模態 K&C 參數作為依據進行探討。

3. 壓縮機於腳墊邊界之正向分析與驗證

本節討論壓縮機腳墊邊界之正向分析測定流程如圖 10，對橡膠腳墊於不同荷重下進行 K&C 參數測定，在壓縮機腳墊邊界透過靜力分析，獲得三個腳墊在不同位置之反作用力如圖 11，結果代入腳墊 1 之 K&C 參數預測曲線圖，求得正向分析 K 值如表 5(a)。將腳墊 1 用 K 值取代，求得彈簧阻尼腳墊模型後進行彈簧元素分析分析，可獲得彈簧元素分析模態參數。

將結果與逆向分析進行比較表 5(b)為逆向分析 K 值，探討兩種方法優劣。

表 3 橡膠腳墊於三角基座板之彈簧常數與阻尼係數表

實驗模態分析			物理意義	質量 (kg)	彈簧常數 = 腳墊數目 (N/m)	物理意義	阻尼係數 (N*s/m)
Mode	自然頻率	模態阻尼比					
E-01	13.36	4.04	k_x	3.05	6803.52	c_x	1156.08
E-02	13.35	1.56	k_y	3.05	6830.53	c_y	447.29
E-03	27.29	0.28	k_z	3.05	28071.95	c_z	167.99

表 4 腳墊邊界之彈簧元素分析與實驗模態分析自然頻率比較表

實驗模態分析		有限元素模型 彈簧阻尼腳墊		誤差 (Hz)	誤差 (%)
Mode	自然頻率	模態參數	自然頻率		
E-01	13.36	J-01	13.50	0.14	1.01
E-02	13.35	J-02	13.08	0.27	-2.05
E-03	27.29	J-03	26.03	1.26	-4.63
E-04	29.70	J-04	26.56	3.14	-10.57
E-05	54.33	J-05	47.94	6.39	-11.76
E-06	54.33	J-06	47.94	6.39	-11.77

表 5 正向分析與逆向分析之腳墊邊界 K 值比較表 (a)正向分析

腳墊	剛性	X	Y	Z
腳墊a	動態剛性 $k(N/m)$	4364.80	4379.20	40084
腳墊b	動態剛性 $k(N/m)$	5940.60	5965.40	3886
腳墊c	動態剛性 $k(N/m)$	5154.60	5172	39625

(b) 逆向分析

方向	X	Y	Z
剛性			
動態剛性 $k(N/m)$	2714	2677	26800
扭轉剛性 $\bar{k}(N\cdot m\cdot rad)$	84.50	83.60	14.40

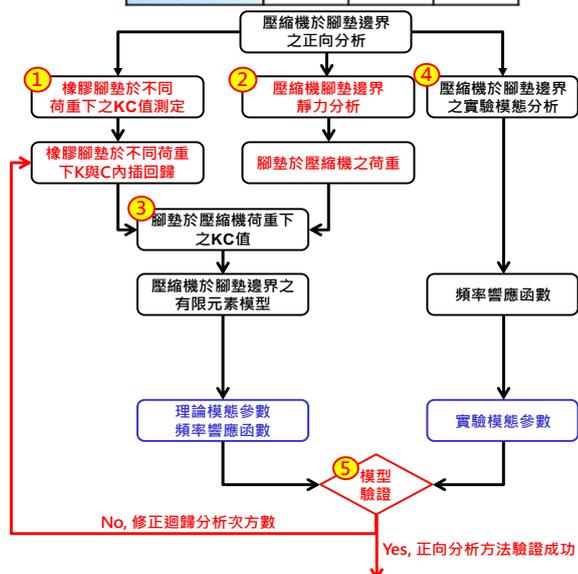


圖 10 正向分析流程圖



圖 11 橡膠腳墊於壓縮機位置示意圖

表 6 43W32SH 壓縮機腳墊邊界靜力分析數值

承受重量	腳墊a	腳墊b	腳墊c
X方向	4.40kg	3.19kg	-7.60kg
Y方向	7.01kg	-6.25kg	-0.69kg
Z方向	4.89kg	3.55kg	-4.19kg

表 7 正向分析與逆向分析自然頻率比較表

有限元素分析 (逆向)		有限元素分析 (正向)		誤差 (正向-逆向)	誤差 %	物理意義
Mode	自然頻率 (Hz)	Mode	自然頻率 (Hz)			
F-01	4.35	F-01	5.14	0.79	17.30	Y 平移剛體運動
F-02	4.35	F-02	5.23	0.88	19.40	X 平移剛體運動
F-03	9.80	F-03	9.88	0.08	1.90	θ_z 旋轉剛體運動
F-04	14.53	F-04	16.05	1.97	9.10	Z 平移剛體運動
F-05	17.37	F-06	18.72	1.35	5.10	θ_x 旋轉剛體運動
F-06	18.50	F-05	18.31	0.19	4.10	θ_y 旋轉剛體運動



圖 12 振動特性之彈簧元素分析模態參數比較圖

3.1 壓縮機腳墊邊界之 K 值分析流程

壓縮機之橡膠腳墊 K 值分析流程，運用 Solidworks 軟體繪製壓縮機模型，除了壓縮機本體，過濾瓶的振動響應也是探討的目標。將壓縮機腳墊邊界模型匯入 Workbench 軟體，設定材料密度、楊氏係數、蒲松比，模擬實際結構。透過靜力分析，可獲得 3 個橡膠腳墊所受到的 X、Y、Z 三軸之荷重，而本節主要採用 Z 軸所受之反作用力如表 6，代入實驗模態分析獲得的 K&C 預測曲線，求得腳墊邊界 K&C 參數，最後進行彈簧元素分析，求得彈簧阻尼腳墊模型之模態參數。

3.2 壓縮機腳墊邊界之 K 值分析結果

結果顯示，壓縮機模型在腳墊邊界下模態參數比對良好如表 7，雖然與逆向分析結果比對，誤差百分比高達 20%，但實際上，自然頻率誤差皆在 2 Hz 以內，而模態振型之物理意義可以清楚判別如圖 12，驗證了正向分析流程之可行性。

4. 壓縮機於系統邊界之正向分析與驗證

本章探討在壓縮機系統邊界下，正向分析流程及分析的結果。壓縮機系統邊界主要是模擬壓縮機運轉之實際結構，正向分析主要是先運用試驗平台系統獲得 K 值預測曲線，藉由靜力分析獲得不同腳墊 K 值如表 8(a)，將 K 值代入模型進行分析，分析結果與逆向分析做比對，逆向分析對壓縮機實體結構進行模型驗證，進行模型驗證後可得 K 值如表 8(b)，此種分析方式需要實際結構才可以進行，假設正向分析與逆向分析比對吻合，則日後若無實際結構即可運用正向分析。

4.1 壓縮機系統邊界之 K 值分析流程

壓縮機之橡膠腳墊 K 值分析首先運用 Solidworks 軟體繪製壓縮機與管路模型，為了模擬實際壓縮機結構加入管路系統。管路主要用來傳遞冷媒，對於壓縮機的振動也有一定影響，因此是本文必須探討的目標。

將壓縮機與管路模型匯入 Workbench 軟體並且設定材料的密度、楊氏係數、蒲松比來模擬實體結構，運用靜力分析模擬實際橡膠腳墊所受到荷重情況，靜力分析可獲得橡膠腳墊 X、Y、Z 三軸之荷重量，此次分析主要採用橡膠腳墊 Z 軸所受之反作用力如表 9，代入實驗獲得之 K&C 參數預測曲線圖中，獲得橡膠腳墊之 K 值參數，將橡膠腳墊所得之 K 值參數運用 Workbench 軟體之彈簧元素分析，獲得壓縮機管路模型之模態參數。

4.2 壓縮機系統邊界之 K 值分析結果

在壓縮機腳墊邊界之模態參數結果比對良好，但實際壓縮機結構須搭配管路系統更能模擬實際壓縮機運轉結構，此次正向分析與逆向分析之分析結果自然頻率部分數值如表 10，在百分比方面平均差異了 5%，最大差異將近 20%，但在數值上只差 1Hz，因自然頻率小，導致數值誤差小，換算成誤差百分比卻很大。就觀察自然頻率數值方面，此次正向分析與逆向分析之模態振型物理意義相同如圖 13，且自然頻率比對吻合，驗證了正向分析流程之可行性。

表 8 正向分析與逆向分析之系統邊界 K 值比較表

(a) 正向分析

腳墊	剛性	方向		
		X	Y	Z
腳墊a	動態剛性 k(N/m)	3130.10	3190.90	40080.00
腳墊b	動態剛性 k(N/m)	5870.00	5894.20	38952.00
腳墊c	動態剛性 k(N/m)	5693.70	5716.10	39146.00

(b) 逆向分析

剛性	方向		
	X	Y	Z
動態剛性 k(N/m)	2714.00	2677.00	26800.00
扭轉剛性 k(N/m-rad)	84.50	83.60	14.40

表 9 43W26SH 壓縮機系統邊界靜力分析數值

承受重量	腳墊a	腳墊b	腳墊c
X方向	6.40kg	1.80kg	-8.30kg
Y方向	10.90kg	-8.20kg	-2.60kg
Z方向	5.39kg	2.24kg	2.42kg

表 10 腳墊 1 於壓縮機腳系統界自然頻率比較表

腳墊1+管路	自然頻率 (Hz)	腳墊1+管路	自然頻率 (Hz)	誤差 (Hz)	誤差 (%)	物理意義
P-01	5.19	P-01	6.19	1.00	19.26	Y 平移剛體運動
P-02	5.48	P-02	6.51	1.03	18.79	X 平移剛體運動
P-03	11.94	P-03	11.67	0.27	2.26	θ_z 旋轉剛體運動
P-04	15.17	P-04	15.69	0.52	3.42	Z 平移剛體運動
P-05	18.51	P-05	18.23	0.28	1.51	θ_x 旋轉剛體運動
P-06	20.01	P-06	18.55	1.46	7.29	θ_y 旋轉剛體運動

5. 不同橡膠腳墊之振動響應探討

本節主要探討腳墊 1 與腳墊 2 於 43W32SH 壓縮機之模態參數比對，首先對腳墊 1 與腳墊 2 分別進行前文提到的試驗平台系統模擬壓縮機實驗方式，獲得腳墊 X、Y、Z 方向之 K&C 參數預測曲線如圖 14，運用正向分析獲得不同橡膠腳墊壓縮機模型的模態參數。

經由腳墊 2 與腳墊 1 於壓縮機可發現腳墊 2 的自然頻率都偏高也隱含著 K 值偏高也代表腳墊 2 比腳墊 1 剛性值高，觀察腳墊 2 於壓縮機腳墊邊界如圖 15 前 3 個模態自然頻率包括於系統邊界如圖 16 前十個模態自然頻率內，且腳墊 2 於腳墊邊界之自然頻率也偏高，模態振型多了管路模態，管路振動對於壓縮機是個不好的現象，故腳墊 2 搭配壓縮機無法得到良好的隔振效果。

腳墊 2 的腳墊邊界如表 11 與系統邊界如表 12 的自然頻率比對極差，而腳墊 1 的腳墊邊界與系統邊界的自然頻率比對較吻合，且腳墊 1 於壓縮機皆沒有單獨的管路模態以及自然頻率過高的問題，由此可得橡膠腳墊的選用對於壓縮機非常重要。

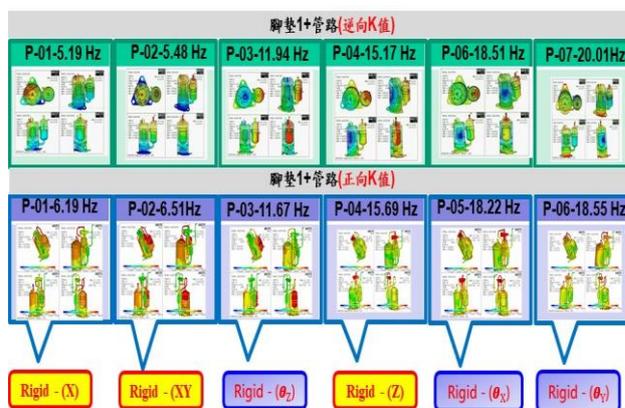


圖 13 振動特性之彈簧元素分析模態參數比較圖

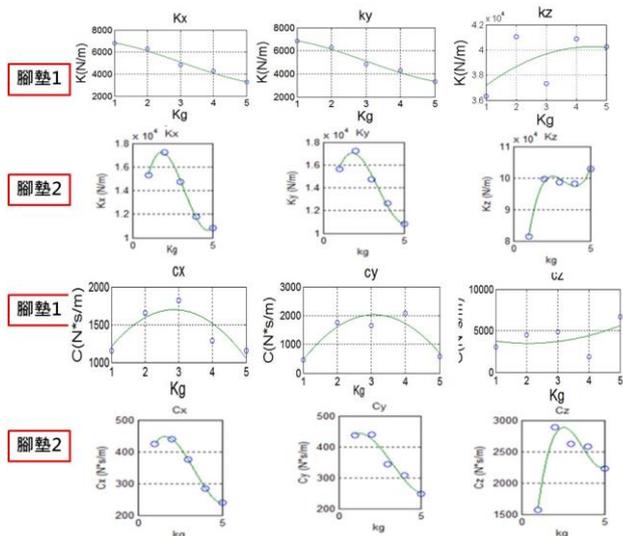


圖 14 橡膠腳墊於 43W32SH 壓縮機 K&C 參數預測圖



圖 15 腳墊邊界振動特性之彈簧元素分析 K 值比較圖
表 11 腳墊 1 與腳墊 2 之腳墊邊界自然頻率比較表

腳墊 1			腳墊 2			誤差 (Hz)
Mode	自然頻率 (Hz)	物理意義	Mode	自然頻率 (Hz)	物理意義	
F-01	5.14	X 平移剛體模態	F-01	27.52	θ_x 旋轉剛體運動	22.38
F-02	5.23	Y 平移剛體模態	F-02	28.39	θ_y 旋轉剛體運動	23.16
F-03	9.88	θ_z 旋轉剛體運動	F-03	91.13	Z 平移剛體運動	81.25
F-04	16.05	Z 平移剛體模態	F-04	186.97	θ_y 旋轉剛體運動	170.92
F-05	18.31	θ_x 旋轉剛體運動	F-05	311.19	θ_y 旋轉剛體運動	292.88
F-06	18.72	θ_y 旋轉剛體運動	F-06	317.60	θ_z 旋轉剛體運動	298.88
F-07	230.75	Z 平移剛體模態	F-07	399.06	θ_x 旋轉剛體運動	168.31
F-08	313.76	θ_x 旋轉剛體模態	F-08	461.48	θ_y 旋轉剛體運動	147.72
F-09	322.90	θ_z 旋轉剛體運動	F-09	482.61	θ_x 旋轉剛體運動	159.71
F-10	400.36	θ_x 旋轉剛體運動	F-10	503.84	θ_y 旋轉剛體運動	103.48

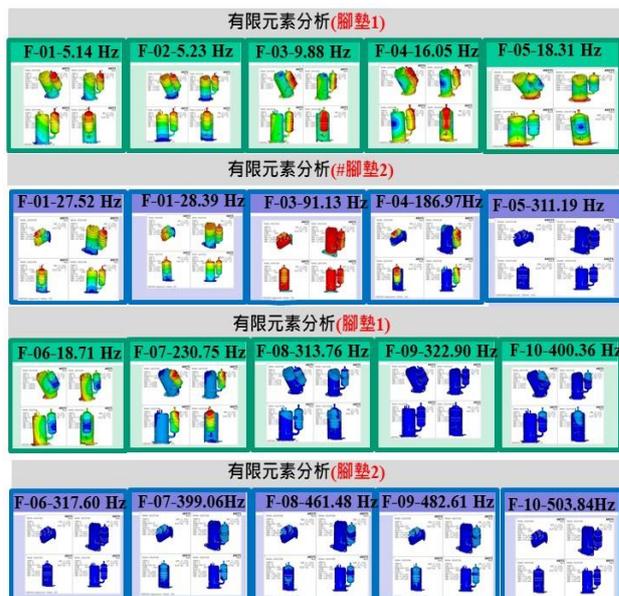


圖 16 系統邊界振動特性之彈簧元素分析 K 值比較圖
表 12 腳墊 1 與腳墊 2 之系統邊界自然頻率比較表

腳墊 1			腳墊 2			誤差 (Hz)
Mode	自然頻率 (Hz)	物理意義	Mode	自然頻率 (Hz)	物理意義	
P-01	6.19	Y 平移剛體模態	P-01	16.80	θ_y 旋轉剛體運動	10.61
P-02	6.51	X 平移剛體模態	P-02	20.31	θ_z 旋轉剛體運動	13.80
P-03	11.67	θ_z 旋轉剛體運動	P-03	23.79	X 平移剛體運動	12.12
P-04	15.69	Z 平移剛體模態	P-04	33.71	Y 平移剛體運動	18.02
P-05	18.22	θ_x 旋轉剛體運動	P-05	34.14	Y 平移剛體運動	15.92
P-06	18.55	θ_y 旋轉剛體運動	P-06	35.95	θ_z 旋轉剛體運動	17.40
P-07	19.74	θ_y 旋轉剛體運動	P-07	37.82	θ_z 旋轉剛體運動	18.08
P-08	20.74	θ_z 旋轉剛體運動	P-08	48.18	X 平移剛體運動	27.44
P-09	24.02	X 平移剛體模態	P-09	64.71	Z 平移剛體運動	40.69
P-10	34.10	Y 平移剛體模態	P-10	90.45	θ_z 旋轉剛體運動	56.35

6. 結論

本文運用荷重塊於三角基座板上模擬實際壓縮機重量，以測量橡膠腳墊 K&C 參數。使用 5 種不同荷重質量塊搭配腳架，對試驗平台進行模型驗證。透過單自由度系統假設，求得 K&C 參數預測曲線，並驗證正向分析正確性。並透過理論模態分析求出壓縮機在腳墊與管路系統邊界之模態參數，探討壓縮機系統模態特性。再將不同型號腳墊代入 43W32SH 壓縮機模型，比較模態參數，探討壓縮機隔振之腳墊選用差異，結合此分析與實驗方法獲得以下結論：

- (1) 透過試驗平台模擬實際壓縮機，分別將腳墊 1 置於五種不同荷重下進行模型驗證，求得腳墊 1 於三角基座板之模態參數。
- (2) 透過修改腳墊楊氏係數進行分析，確實降低有限元素分析與實驗模態分析之模態參數誤差，成功獲得等效於實際試驗平台之實體元素腳墊模型，並將不同荷重下，腳墊 K&C 參數透過內插回歸製作出 K&C 參數預測曲線，驗證 K&C 參數正確性。

- (3) 正向分析與逆向分析模態參數比對良好，自然頻率誤差皆在 3% 以內，且模態振型物理意義明確，驗證正向分析流程之可靠性。逆向分析之模態參數相較於正向分析較為準確，但實驗流程繁瑣，需要有實體壓縮機，而正向分析能夠在沒有壓縮機實體結構前，藉由 K&C 參數預測曲線，評估壓縮機之振動特性，成功獲得彈簧阻尼腳墊模型。
- (4) 比對兩種腳墊在 43W32SH 壓縮機之模態參數。結果可知，腳墊 1 自然頻率低，且前六個剛體模態物理意義明顯，隔振設計良好；腳墊 2 自然頻率高，且模態振型出現多個管路模態，將造成更多振動因素，因此想獲得良好壓縮機的隔振效果，腳墊的選用也是重要的一環。
- (5) 本文建立了實驗與分析流程，完成橡膠腳墊於壓縮機下之 K&C 參數驗證，可以有效模擬壓縮機結構振動模態特性，未來可應用到空調系統振動預測與設計變更等相關議題。

7. 致謝

本文承蒙瑞智精密股份有限公司 109 年度產學合作計畫「壓縮機振動噪音自動化分析程式模組之開發與應用」經費補助，特此致謝。

8. 參考文獻

- [1] 王栢村，黃彥綸，張廷維，溫儒琳，陳伯晉，「壓縮機橡膠腳墊 KC 值參數測定」，第二十八屆中華民國振動與噪音工程學術研討會，桃園，論文編號:005，2021。
- [2] 王栢村，王文志，陳柏偉，余易璋，林聖傑「橡膠墊剛性與阻尼係數實驗研究」，精密機械與製造科技研討會，屏東，論文編號：G011，2015。
- [3] 王栢村，張博鈞，梁秀璋，「壓縮機橡膠腳墊之模擬與驗證」，第二十五屆中華民國振動與噪音工程學術研討會，桃園，2017。
- [4] 王栢村，張博鈞，林聖傑，梁秀璋，「不同橡膠腳墊對壓縮機於空調機邊界下之振動特性探討」，第二十六屆中華民國振動與噪音工程學術研討會，新竹，論文編號：029，2018。
- [5] M. Silveira, "Noise and Vibration Reduction in Compressors for Commercial Applications," *International Compressor Engineering Conference*, Purdue University, West Lafayette, IN, USA, pp. C065, 2004.
- [6] J. Park and S. Wang, "Noise Reduction for Compressors by Modes Control Using Topology Optimization of Eigenvalue," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 315, pp. 836-848, 2008.
- [7] T.R. Lin, N.H. Farag, and J. Pan, "Evaluation of Frequency Dependent Rubber Mount Stiffness and Damping by Impact Test," *Applied Acoustics*, vol. 66, pp 829-844, 2005.

- [8] Z. Jie and M.R. Christopher, "Parameter Identification of Analytical and Experimental Rubber Isolators Represented by Maxwell Models," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 21, pp 2814-2832, 2007.

KC Parameter Determination for Compressor's Rubber Pad

Bor-Tsuen Wang, Shih-Yu Young, Yan-Chang Chiang, Chih-Chia Hsu, Cheng-Yu Hsu, Yan-Lun Huang
Department of Mechanical Engineering,
National Pingtung University of Science and Technology
E-mail : wangbt@mail.npust.edu.tw

ABSTRACT

Rubber pads, which key parameters are spring constant (K) and damping coefficient (C), are used to support the compressor for isolation. This work designs a new test method to obtain KC parameters of rubber pad by adopting the triangular base plate of compressor with mass blocks to emulate the weight of compressor. The test rig, composed of the base plate and mass blocks on the top of three rubber pads, is performed experimental modal analysis (EMA) to get six rigid body vibration modes, including natural frequencies, modal damping ratios and mode shapes. The finite element (FE) model for the test rig, in which the rubber pad is simulated by the solid elements - solid pad model, is also constructed to obtain theoretical modal parameters. Base on experimental modal data, the FE model can be adjusted to complete model verification. The rubber pad's KC parameters can then be predicted from the knowledge of natural frequencies and damping ratios base on single DOF system assumptions. The obtained KC parameters are used to define the spring and damper elements for simulating the rubber pad in the test rig system model - spring-damper pad model. The modal parameters obtained from spring-damper pad model are comparable with those from the solid pad model. This verifies the correctness of obtained rubber pad's KC parameters. The inherent meaning is that the spring-damper pad model can be adopted to simulate the compressor with rubber pads instead of the solid pad model, while the solid pad model can be used to conduct design modification for rubber pad geometry. This work successfully calibrates the KC parameters of rubber pad and validates the correctness via finite element analysis for both solid pad model and spring-damper pad model.

Keywords: experimental modal analysis, finite element analysis, modal parameters, KC parameters, spring and damper element.

