

## 直管與圓管膨脹型消音器之音場分析

王栢村<sup>\*1</sup>、溫儒琳<sup>1</sup>、張博鈞<sup>2</sup>、吳盈輝<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 國立屏東科技大學機械工程系

<sup>2</sup> 瑞智精密股份有限公司

<sup>3</sup> 國立內埔高級農工職業學校 機械科

\*Email: wangbt@mail.npust.edu.tw

### 摘要

消音器常被應用於工程中來降低噪音，例如車輛和管道聲學。傳遞損失分析對於評估消音器的性能至關重要。本研究目的為建立音場分析技術，首先，針對剛體直管腔體的兩端之三種音場邊界研究，如剛性-剛性、開口-剛性、開口-開口。建立剛體直管腔體的有限元素模型，進行音場模態分析，獲得音場模態參數，包含腔體自然頻率、聲音壓力模態振型。分析結果與理論解進行比較良好，顯示音場分析的可行性。其次，將直管加入圓形膨脹室消音器進行傳遞損失分析。分別進行音場模態和簡諧響應分析，除了音場模態參數外，還可以得到消音器的傳遞損失曲線，結果顯示，傳遞損失曲線與參考文獻有合理對應，截斷頻率在傳遞損失曲線中為零，表示對於降低噪音無效，所對應的是圓管膨脹型消音器的整體腔體模態。本研究成功地應用商業有限元素分析軟體於管道音場分析，特別是消音器的傳遞損失分析。此方法未來也可以應用於其他類型的消音器分析。

**關鍵字：**管路音場分析、圓管膨脹型消音器、音場模態分析、傳遞損失

### 1. 前言

研究單一入口的消音器，常以一維模型的方法取得傳遞損失，但是不適用在多入口的消音器，因為複雜度導致準確度的下降。近年來較常使用有限元素分析軟體，來獲取消音器的傳遞損失，且還可另外獲得流速的變化，以及音場的聲音壓力模態。有限元素分析常用來輔助取得傳遞損失，例如馮等人[1]為了降低壓縮機內部的吸氣與排氣噪音，研究消聲器的性能，透過有限元素分析的方式，進行消聲器的音場分析，取得傳遞損失，並改變內部結構，獲得最佳的結構組合參數，後續與實驗量測進行驗證，且獲得與實驗一致的結果。此外鄔等人[2]為了研究車輛排煙消音器的噪音特性，透過有限元素分析，與實驗進行驗證，在設計不同腔室、截面積等形狀參數，進行最佳化設計，結果顯示以傳遞損失曲線可做為進行評估性能之參考。

針對消音器的消音性能方法等問題，Hua et al.[3]

透過傳輸損耗的阻抗矩陣法 (Impedance Matrix Method for Transmission Loss)、傳遞損耗疊加法 (Superposition Method For Transmission Loss) 兩種方法，探討多入口消音器的傳遞損失和插入損失，並與實驗進行比對，結果顯示，單進與多進的消音器，聲源和振幅比之間的相位差影響較大。探討消音器的種類與評估方法，則有 Lee et al.[4]以一個單一膨脹室消聲器做為基本聲學案例，研究消聲器噪音衰減性能的方法，測量點位置、排氣管位置、管道末端長度與阻抗，以達到開發高性能的消音器目的。考量消音器聲音衰減性能和測量點的位置，則有 Arslan et al.[5]探討消音器內部流場的聲音衰減性能，透過數值與實驗的方式進行研究，降低消音器排氣的噪音，研究發現，消音器的性能源於檔板的幾何形狀、數量和位置，結果顯示，實驗與分析結果一致。

關於音場分析的方法，常以有限元素分析軟體來進行音場分析，其中，純空腔音場分析，可輔助診斷噪音，進而改善噪音源問題，因此 Zhu et al.[6]針對改善迴轉式壓縮機過濾瓶的振動與噪音問題，研究結構與空腔共振的噪音頻帶，透過改變結構實際結構的模型，模擬其空腔幾何模型，探討結構振動與空腔耦合的振動噪音與聲學特性，結果顯示此方法可有效降低某些頻帶的噪音值。音場分析中，透過聲振耦合分析，也可獲得聲音壓力模態振型，Wang et al.[7]為了探討簡諧倍頻琴片的輻射響應，透過結構與音場耦合分析，將琴片周圍包覆空氣進行模擬，可獲得結構位移模態、腔體聲音壓力模態振型與空氣耦合之聲音壓力模態振型。

本文目的是建立音場分析技術，將以直管、消音器為基本案例，探討不同邊界之分析設定，以參考文獻中的理論自然頻率、模態振型，並與分析的結果進行驗證，其次，再以文獻中的傳遞損失為參考，比對有限元素分析的傳遞損失，來確認分析手法的正確性。

### 2. 結構腔體音場分析

音場分析主要分成兩種：純音場和結構與流體耦合分析，為了建立純音場分析的技術，本節介紹結構腔體音場分析之理念，利用數值分析軟體，以直管、圓管膨脹型消音器為基本案例，驗證參考文獻之理論解，並且建立分析技術，最後，本文主要會以純空腔

音場分析，進行圓管膨脹型消音器傳遞損失的探討。

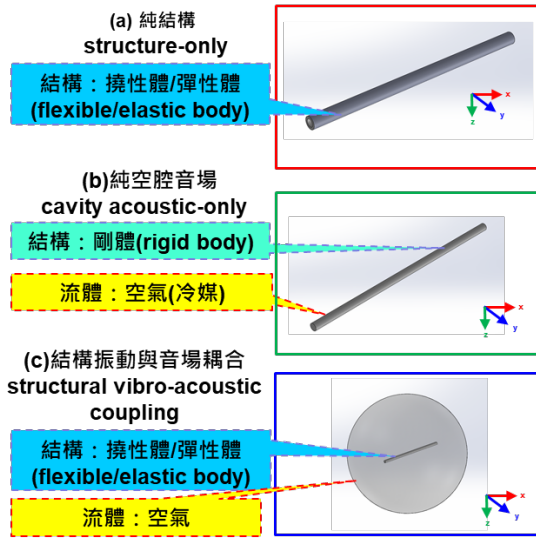


圖 1 直管三種有限元素分析比較示意圖

### 2.1 音場分析理念

圖 1 為直管三種有限元素分析比較示意圖。結構振動分析包含模態分析、簡諧響應分析，其中，直管的幾何結構若為純結構(structure-only)，則結構為撓性體/彈性體(flexible/elastic body)，如圖 1(a)的直管結構的示意圖。音場分析分成純空腔音場(cavity acoustic-only)、結構振動與音場耦合(structural vibro-acoustic coupling)。其中純空腔音場分析中，分析模型的腔體幾何結構為剛體(rigid body)，假設材料為流體/空氣(冷媒)，請參考圖 1(b)的直管腔體的示意圖。在結構振動與音場耦合分析中，分析模型的直管幾何結構為撓性體/彈性體(flexible/elastic body)，空氣球體材料為流體/空氣，如圖 1(c)直管與空氣耦合的示意圖所示。

為了建立音場分析方法，以純空腔音場分析為主要研究的目標。本研究透過數值分析軟體，建立音場分析技術，選用直管、消音器兩項，作為基本案例研究。首先探討不同音場邊界之差異，其次，探討傳遞損失問題。本研究首先要解決音場邊界的問題，為了確認音場邊界之選擇，透過理論解比對分析解，可確認音場分析中音場的邊界的設定。其次要採用傳遞損失的分析方法時，首先須了解傳遞損失的定義。

### 2.2 傳遞損失定義

傳遞損失可表現消音器的性能，因此，涂等人[8]針對入、出口管角度參數的變化對消音器的影響，提出消音器消音性能評估指標，說明傳遞損失可表現消音器單體的消音性能。在 Munjal, M. L.[9]的書籍中，提到管道和消音器的聲學，描述傳遞損失的定義為入口與出口處聲功率之差，傳遞損失(Transmission Loss, TL)是指消音器入口處的入射波聲功率位準、與出口

處的聲功率位準之間的差值。後續，本文將消音器作為研究目標，以理論求解傳遞損失，並且比對音場簡諧響應分析獲得的傳遞損失，達到建立音場分析傳遞損失之技術的目的，TL 定義如(1)式：

$$TL = L_{wi} - L_{wo} = 10 \log_{10} \left| \frac{S_i p_i v_i}{S_o p_o v_o} \right|^2 = 10 \log_{10} \left| \frac{S_i p_i^2}{S_o p_o^2} \right| \quad (1)$$

其中，係數分別定義如下：

- TL：傳遞損失
- $L_{wi}$ ：入口處朝向消音器的入射聲功率
- $L_{wo}$ ：從消音器出口向下游傳播的聲功率
- $S_i$ ：消音器入口截面積
- $S_o$ ：消音器出口截面積
- $p_i$ ：入口處入射波朝向消音器的聲壓
- $p_o$ ：出口處遠離消音器的傳輸波的聲壓
- $v_i$ ：入口處入射波朝向消音器的粒子速度
- $v_o$ ：出口處遠離消音器的透射波的粒子速度

### 3. 不同邊界直管之音場分析

為了建立音場分析的方法，透過不同邊界的分析設定方式，將直管腔體幾何的音場邊界，分成兩端剛性、剛性-開口、兩端開口三種邊界，獲得理論與分析之自然頻率、模態振型，透過理論驗證，取得音場分析的邊界設定方法，且探討音場分析不同的邊界下，自然頻率的變化，未來可使用於不同邊界條件分析模型設定之選擇的參考。

#### 3.1 問題定義&分析目標

直管的有限元素分析的問題定義，建構一直管的內部腔體，模擬純音場分析，圖 2 為剛體直管腔體兩端不同邊界之音場分析示意圖，其中圖 2(a)剛體直管內部腔體幾何尺寸示意圖，圖 2(b)剛體直管內部腔體之兩端音場邊界。為了建立音場分析手法，比較音場邊界之差異，直管的分析目標是透過理論比對分析結果，驗證音場分析的邊界設定。圖 2 (a) 直管幾何構造由直徑、長度為設計。假設直管為腔體結構，直徑為 0.1 m，長度為 3 m，後續進行理論分析。圖 2 (b) 為直管不同邊界示意圖，為了進行純音場分析，假設直管為腔體結構，腔體視為剛體，參考圖形中兩端的邊界示意圖，兩端剛性 (Rigid-rigid)、剛性-開口 (Rigid-open)、兩端開口 (Open-open)。

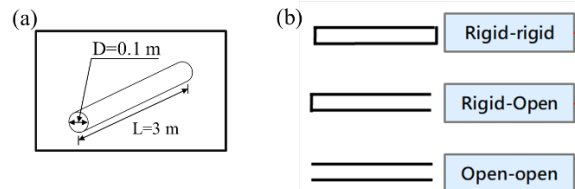


圖 2 剛體直管兩端不同邊界之純音場分析示意圖

表 1 剛體直管的兩端不同邊界的腔體自然頻率與聲音壓力模態振型之參考值[10]

Con-figuration	Schematic	Natural frequencies $f_n$ [Hz]	Mode shape $\phi_n$	Mode index $n$ =
Rigid-rigid		$\frac{nc_0}{2L}$	$\cos\left[\frac{n\pi x}{L}\right]$	0,1,2 ....
Rigid-open		$\frac{nc_0}{4L}$	$\cos\left[\frac{n\pi x}{2L}\right]$	1,3,5 ....
Open-open		$\frac{nc_0}{2L}$	$\sin\left[\frac{n\pi x}{L}\right]$	1,2,3 ....

### 3.2 直管不同邊界之內部腔體模態之理論解

表 1 為剛體直管的兩端不同邊界的腔體自然頻率與聲音壓力模態振型之參考值[10]，將說明三種邊界對應之自然頻率參考值、模態振型參考值。本文為了建立分析手法，後續以表 1 表示式進行驗證。文獻[10]提出三種不同邊界之理論解計算，為了驗證分析手法的正確，參考理論自然頻率、模態振型表示式，將計算並求得結果驗證。三種不同邊界，分別是兩端剛性、剛性-開口、兩端開口的邊界。對應圖示第二欄。模態數順序以 0, 1, 2, …; 1, 3, 5, …; 1, 2, 3, …規則排列。 $f_n$ 為自然頻率、 $\phi_n$ 為模態振型、 $L$ 為長度、 $c_0$ 為聲速、 $n$ 為模態數，以理論表示式求得在不同邊界下，自然頻率與模態振型。

從參考文獻[10]得知腔體直管若不同音場邊界，其自然頻率的結果會不同。因此，為了取得文獻中的理論自然頻率，將進行自然頻率理論值計算，可探討不同邊界條件下自然頻率的變化。表 2 為剛體直管之兩端不同邊界的腔體自然頻率參考值總表，由表 1 三種不同邊界之理論表示式，計算後取得的自然頻率，如表 2 所示。將表 1 列出的兩端剛性邊界、剛性-開口邊界、兩端開口邊界，對應的自然頻率理論表示式，如： $\frac{nc_0}{2L}$ 、 $\frac{nc_0}{4L}$ 、 $\frac{nc_0}{2L}$ ，進行計算，其中 $c_0$ 為聲速、 $L$ 為長度、 $n$ 為模態數。參考不同邊界對應的模態數，模態 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13、14、15、16、17、18、19、20、21、22、23、24、25、26、27、28、29、30、31、32、33、34、35、36、37、38、39、40、41、42、43、44、45、46、47、48、49、50、51、52、53、54、55、56、57、58、59、60、61、62、63、64、65、66、67、68、69、70、71、72、73、74、75、76、77、78、79、80、81、82、83、84、85、86、87、88、89、90、91、92、93、94、95、96、97、98、99、100、101、102、103、104、105、106、107、108、109、110、111、112、113、114、115、116、117、118、119、120、121、122、123、124、125、126、127、128、129、130、131、132、133、134、135、136、137、138、139、140、141、142、143、144、145、146、147、148、149、150、151、152、153、154、155、156、157、158、159、160、161、162、163、164、165、166、167、168、169、170、171、172、173、174、175、176、177、178、179、180、181、182、183、184、185、186、187、188、189、190、191、192、193、194、195、196、197、198、199、200、201、202、203、204、205、206、207、208、209、210、211、212、213、214、215、216、217、218、219、220、221、222、223、224、225、226、227、228、229、230、231、232、233、234、235、236、237、238、239、240、241、242、243、244、245、246、247、248、249、250、251、252、253、254、255、256、257、258、259、260、261、262、263、264、265、266、267、268、269、270、271、272、273、274、275、276、277、278、279、280、281、282、283、284、285、286、287、288、289、290、291、292、293、294、295、296、297、298、299、300、301、302、303、304、305、306、307、308、309、310、311、312、313、314、315、316、317、318、319、320、321、322、323、324、325、326、327、328、329、330、331、332、333、334、335、336、337、338、339、340、341、342、343、344、345、346、347、348、349、350、351、352、353、354、355、356、357、358、359、360、361、362、363、364、365、366、367、368、369、370、371、372、373、374、375、376、377、378、379、380、381、382、383、384、385、386、387、388、389、390、391、392、393、394、395、396、397、398、399、400、401、402、403、404、405、406、407、408、409、410、411、412、413、414、415、416、417、418、419、420、421、422、423、424、425、426、427、428、429、430、431、432、433、434、435、436、437、438、439、440、441、442、443、444、445、446、447、448、449、450、451、452、453、454、455、456、457、458、459、460、461、462、463、464、465、466、467、468、469、470、471、472、473、474、475、476、477、478、479、480、481、482、483、484、485、486、487、488、489、490、491、492、493、494、495、496、497、498、499、500、501、502、503、504、505、506、507、508、509、510、511、512、513、514、515、516、517、518、519、520、521、522、523、524、525、526、527、528、529、530、531、532、533、534、535、536、537、538、539、540、541、542、543、544、545、546、547、548、549、550、551、552、553、554、555、556、557、558、559、560、561、562、563、564、565、566、567、568、569、570、571、572、573、574、575、576、577、578、579、580、581、582、583、584、585、586、587、588、589、590、591、592、593、594、595、596、597、598、599、600、601、602、603、604、605、606、607、608、609、610、611、612、613、614、615、616、617、618、619、620、621、622、623、624、625、626、627、628、629、630、631、632、633、634、635、636、637、638、639、640、641、642、643、644、645、646、647、648、649、650、651、652、653、654、655、656、657、658、659、660、661、662、663、664、665、666、667、668、669、670、671、672、673、674、675、676、677、678、679、680、681、682、683、684、685、686、687、688、689、690、691、692、693、694、695、696、697、698、699、700、701、702、703、704、705、706、707、708、709、710、711、712、713、714、715、716、717、718、719、720、721、722、723、724、725、726、727、728、729、730、731、732、733、734、735、736、737、738、739、740、741、742、743、744、745、746、747、748、749、750、751、752、753、754、755、756、757、758、759、760、761、762、763、764、765、766、767、768、769、770、771、772、773、774、775、776、777、778、779、780、781、782、783、784、785、786、787、788、789、790、791、792、793、794、795、796、797、798、799、800、801、802、803、804、805、806、807、808、809、810、811、812、813、814、815、816、817、818、819、820、821、822、823、824、825、826、827、828、829、830、831、832、833、834、835、836、837、838、839、840、841、842、843、844、845、846、847、848、849、850、851、852、853、854、855、856、857、858、859、860、861、862、863、864、865、866、867、868、869、870、871、872、873、874、875、876、877、878、879、880、881、882、883、884、885、886、887、888、889、890、891、892、893、894、895、896、897、898、899、900、901、902、903、904、905、906、907、908、909、910、911、912、913、914、915、916、917、918、919、920、921、922、923、924、925、926、927、928、929、930、931、932、933、934、935、936、937、938、939、940、941、942、943、944、945、946、947、948、949、950、951、952、953、954、955、956、957、958、959、960、961、962、963、964、965、966、967、968、969、970、971、972、973、974、975、976、977、978、979、980、981、982、983、984、985、986、987、988、989、990、991、992、993、994、995、996、997、998、999、1000、1001、1002、1003、1004、1005、1006、1007、1008、1009、1010、1011、1012、1013、1014、1015、1016、1017、1018、1019、1020、1021、1022、1023、1024、1025、1026、1027、1028、1029、1030、1031、1032、1033、1034、1035、1036、1037、1038、1039、1040、1041、1042、1043、1044、1045、1046、1047、1048、1049、1050、1051、1052、1053、1054、1055、1056、1057、1058、1059、1060、1061、1062、1063、1064、1065、1066、1067、1068、1069、1070、1071、1072、1073、1074、1075、1076、1077、1078、1079、1080、1081、1082、1083、1084、1085、1086、1087、1088、1089、1090、1091、1092、1093、1094、1095、1096、1097、1098、1099、1100、1101、1102、1103、1104、1105、1106、1107、1108、1109、1110、1111、1112、1113、1114、1115、1116、1117、1118、1119、1120、1121、1122、1123、1124、1125、1126、1127、1128、1129、1130、1131、1132、1133、1134、1135、1136、1137、1138、1139、1140、1141、1142、1143、1144、1145、1146、1147、1148、1149、1150、1151、1152、1153、1154、1155、1156、1157、1158、1159、1160、1161、1162、1163、1164、1165、1166、1167、1168、1169、1170、1171、1172、1173、1174、1175、1176、1177、1178、1179、1180、1181、1182、1183、1184、1185、1186、1187、1188、1189、1190、1191、1192、1193、1194、1195、1196、1197、1198、1199、1200、1201、1202、1203、1204、1205、1206、1207、1208、1209、1210、1211、1212、1213、1214、1215、1216、1217、1218、1219、1220、1221、1222、1223、1224、1225、1226、1227、1228、1229、1230、1231、1232、1233、1234、1235、1236、1237、1238、1239、1240、1241、1242、1243、1244、1245、1246、1247、1248、1249、1250、1251、1252、1253、1254、1255、1256、1257、1258、1259、1260、1261、1262、1263、1264、1265、1266、1267、1268、1269、1270、1271、1272、1273、1274、1275、1276、1277、1278、1279、1280、1281、1282、1283、1284、1285、1286、1287、1288、1289、1290、1291、1292、1293、1294、1295、1296、1297、1298、1299、1300、1301、1302、1303、1304、1305、1306、1307、1308、1309、1310、1311、1312、1313、1314、1315、1316、1317、1318、1319、1320、1321、1322、1323、1324、1325、1326、1327、1328、1329、1330、1331、1332、1333、1334、1335、1336、1337、1338、1339、1340、1341、1342、1343、1344、1345、1346、1347、1348、1349、1350、1351、1352、1353、1354、1355、1356、1357、1358、1359、1360、1361、1362、1363、1364、1365、1366、1367、1368、1369、1370、1371、1372、1373、1374、1375、1376、1377、1378、1379、1380、1381、1382、1383、1384、1385、1386、1387、1388、1389、1390、1391、1392、1393、1394、1395、1396、1397、1398、1399、1400、1401、1402、1403、1404、1405、1406、1407、1408、1409、1410、1411、1412、1413、1414、1415、1416、1417、1418、1419、1420、1421、1422、1423、1424、1425、1426、1427、1428、1429、1430、1431、1432、1433、1434、1435、1436、1437、1438、1439、1440、1441、1442、1443、1444、1445、1446、1447、1448、1449、1450、1451、1452、1453、1454、1455、1456、1457、1458、1459、1460、1461、1462、1463、1464、1465、1466、1467、1468、1469、1470、1471、1472、1473、1474、1475、1476、1477、1478、1479、1480、1481、1482、1483、1484、1485、1486、1487、1488、1489、1490、1491、1492、1493、1494、1495、1496、1497、1498、1499、1500、1501、1502、1503、1504、1505、1506、1507、1508、1509、1510、1511、1512、1513、1514、1515、1516、1517、1518、1519、1520、1521、1522、1523、1524、1525、1526、1527、1528、1529、1530、1531、1532、1533、1534、1535、1536、1537、1538、1539、1540、1541、1542、1543、1544、1545、1546、1547、1548、1549、1550、1551、1552、1553、1554、1555、1556、1557、1558、1559、1560、1561、1562、1563、1564、1565、1566、1567、1568、1569、1570、1571、1572、1573、1574、1575、1576、1577、1578、1579、1580、1581、1582、1583、1584、1585、1586、1587、1588、1589、1590、1591、1592、1593、1594、1595、1596、1597、1598、1599、1600、1601、1602、1603、1604、1605、1606、1607、1608、1609、1610、1611、1612、1613、1614、1615、1616、1617、1618、1619、1620、1621、1622、1623、1624、1625、1626、1627、1628、1629、1630、1631、1632、1633、1634、1635、1636、1637、1638、1639、1640、1641、1642、1643、1644、1645、1646、1647、1648、1649、1650、1651、1652、1653、1654、1655、1656、1657、1658、1659、1660、1661、1662、1663、1664、1665、1666、1667、1668、1669、1670、1671、1672、1673、1674、1675、1676、1677、1678、1679、1680、1681、1682、1683、1684、1685、1686、1687、1688、1689、1690、1691、1692、1693、1694、1695、1696、1697、1698、1699、1700、1701、1702、1703、1704、1705、1706、1707、1708、1709、1710、1711、1712、1713、1714、1715、1716、1717、1718、1719、1720、1721、1722、1723、1724、1725、1726、1727、1728、1729、1730、1731、1732、1733、1734、1735、1736、1737、1738、1739、1740、1741、1742、1743、1744、1745、1746、1747、1748、1749、1750、1751、1752、1753、1754、1755、1756、1757、1758、1759、1760、1761、1762、1763、1764、1765、1766、1767、1768、1769、1770、1771、1772、1773、1774、1775、1776、1777、1778、1779、1780、1781、1782、1783、1784、1785、1786、1787、1788、1789、1790、1791、1792、1793、1794、1795、1796、1797、1798、1799、1800、1801、1802、1803、1804、1805、1806、1807、1808、1809、1810、1811、1812、1813、1814、1815、1816、1817、1818、1819、1820、1821、1822、1823、1824、1825、1826、1827、1828、1829、1830、1831、1832、1833、1834、1835、1836、1837、1838、1839、1840、1841、1842、1843、1844、1845、1846、1847、1848、1849、1850、1851、1852、1853、1854、1855、1856、1857、1858、1859、1860、1861、1862、1863、1864、1865、1866、1867、1868、1869、1870、1871、1872、1873、1874、1875、1876、1877、1878、1879、1880、1881、1882、1883、1884、1885、1886、1887、1888、1889、1890、1891、1892、1893、1894、1895、1896、1897、1898、1899、1900、1901、1902、1903、1904、1905、1906、1907、1908、1909、1910、1911、1912、1913、1914、1915、1916、1917、1918、1919、1920、1921、1922、1923、1924、1925、1926、1927、1928、1929、1930、1931、1932、1933、1934、1935、1936、1937、1938、1939、1940、1941、1942、1943、1944、1945、1946、1947、1948、1949、1950、1951、1952、1953、1954、1955、1956、1957、1958、1959、1960、1961、1962、1963、1964、1965、1966、1967、1968、1969、1970、1971、1972、1973、1974、1975、1976、1977、1978、1979、1980、1981、1982、1983、1984、1985、1986、1987、1988、1989、1990、1991、1992、1993、1994、1995、1996、1997、1998、1999、2000、2001、2002、2003、2004、2005、2006、2007、2008、2009、2010、2011、2012、2013、2014、2015、2016、2017、2018、2019、2020、2021、2022、2023、2024、2025、2026、2027、2028、2029、2030、2031、2032、2033、2034、2035、2036、2037、2038、2039、2040、2041、2042、2043、2044、2045、2046、2047、2048、2049、2050、2051、2052、2053、2054、2055、2056、2057、2058、2059、2060、2061、2062、2063、2064、2065、2066、2067、2068、2069、2070、2071、2072、2073、2074、2075、2076、2077、2078、2079、2080、2081、2082、2083、2084、2085、2086、2087、2088、2089、2090、2091、2092、2093、2094、2095、2096、2097、2098、2099、2100、2101、2102、2103、2104、2105、2106、2107、2108、2109、2110、2111、2112、2113、2114、2115、2116、2117、2118、2119、2120、2121、2122、2123、2124、2125、2126、2127、2128、2129、2130、2131、2132、2133、2134、2135、2136、2137、2138、2139、2140、2141、2142、2143、2144、2145、2146、2147、2148、2149、2150、2151、2152、2153、2154、2155、2156、2157、2158、2159、2160、2161、2162、2163、2164、2165、2166、2167、2168、2169、2170、2171、2172、2173、2174、2175、2176、2177、2178、2179、2180、2181、2182、2183、2184、2185、2186、2187、2188、2189、2190、2191、2192、2193、2194、2195、2196、2197、2198、2199、2200、2201、2202、2203、2204、2205、2206、2207、2208、2209、2210、2211、2212、2213、2214、2215、2216、2217、2218、2219、2220、2221、2222、2223、2224、2225、2226、2227、2228、2229、2230、2231、2232、2233、2234、2235、2236、2237、2238、2239、2240、2241、2242、2243、2244、2245、2246、2247、2248、2249、2250、2251、2252、2253、2254、2255、2256、2257、2258、2259、2260、2261、2262、2263、2264、2265、2266、2267、2268、2269、2270、2271、2272、2273、2274、2275、2276、2277、2278、2279、2280、2281、2282、2283、2284、2285、2286、2287、2288、2289、2290、2291、2292、2293、2294、2295、2296、2297、2298、2299、2300、2301、2302、2303、2304、2305、2306、2307、2308、2309、2310、2311、2312、2313、2314、2315、2316、2317、2318、2319、2320、2321、2322、2323、2324、2325、2326、2327、2328、2329、2330、2331、2332、2333、2334、2335、2336、2337、2338、2339、2340、2341、2342、2343、2344、2345、2346、2347、2348、2349、2350、2351、2352、2353、2354、2355、2356、2357、2358、2359、2360、2361、2362、2363、2364、2365、2366、2367、2368、2369、2370、2371、2372、2373、2374、2375、2376、2377、2378、2379、2380、2381、2382、2383、2384、2385、2386、2387、2388、2389、2390、2391、2392、2393、2394、2395、2396、2397、2398、2399、2400、2401、2402、2403、2404、2405、2406、2407、2408、2409、2410、2411、2412、2413、2414、2415、2416、2417、2418、2419、2420、2421、2422、2423、2424、2425、2426、2427、2428、2429、2430、2431、2432、2433、2434、2435、2436、2437、2438、2439、2440、2441、2442、2443、2444、2445、2446、2447、2448、2449、2450、2451、2452、2453、

表 3 剛體直管的不同邊界的理論與分析之腔體自然頻率比較總表

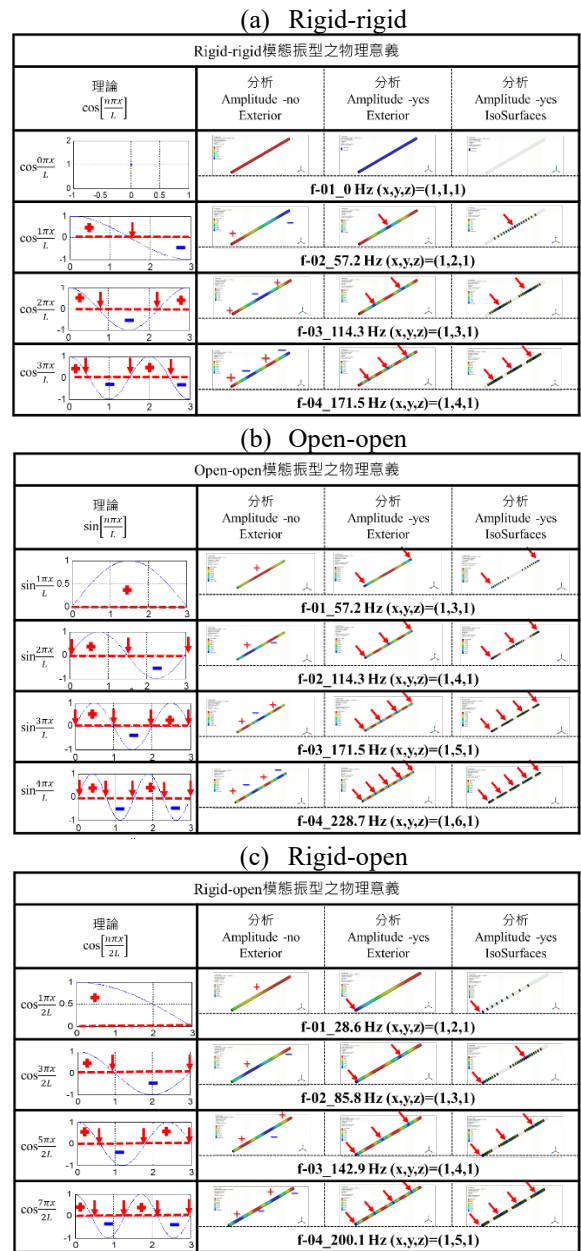
模態數	(a)Rigid-rigid			(b)Rigid-open			(c)Open-open				
	理論	分析	自然	理論	分析	自然	理論	分析	自然		
	自然頻率 (Hz)			自然頻率 (Hz)			自然頻率 (Hz)				
0	0.0	0	0	1	28.6	28.6	0	1	57.2	57.2	0
1	57.2	57.2	0	3	85.8	85.8	0	2	114.3	114.3	0
2	114.3	114.3	0	5	142.9	142.9	0	3	171.5	171.5	0
3	171.5	171.5	0	7	200.1	200.1	0	4	228.7	228.7	0
4	228.7	228.7	0	9	257.3	257.3	0	5	285.8	286.0	0.1
5	285.8	286.0	0.1	11	314.4	314.6	0.1	6	343.0	343.2	0.1
6	343.0	343.2	0.1	13	371.6	371.9	0.1	7	400.2	400.5	0.1
7	400.2	400.5	0.1	15	428.8	429.2	0.1	8	457.3	457.9	0.1
8	457.3	457.9	0.1	17	485.9	486.5	0.1	9	514.5	515.2	0.1
9	514.5	515.2	0.1	19	543.1	543.9	0.1	10	571.7	572.7	0.2

備註：直管空腔的長度為 3 m，聲速 343 m/s 的條件下。

3.4 結果討論

表 3 為剛體直管的不同邊界的理論與分析之腔體自然頻率比較總表，在直管空腔的長度為 3 m，且假設為空氣材料，聲速 343 m/s 的條件下，研究兩端剛性邊界、剛性-開口邊界、兩端開口邊界，三種不同邊界之理論分析計算、求得之自然頻率。Rigid-rigid 音場邊界的之模態數從 0 到 9，對應理論腔體的自然頻率從 0 到 514.5 Hz。理論與分析之自然頻率誤差小於 0.1%。Open-rigid 音場邊界的之模態數是 1、3、5...以此類推，前 10 個理論腔體自然頻率為 543.1 Hz 以下。前 5 個模態理論與分析之自然頻率誤差為 0%，從第 11 模態以後的誤差為 0.1%。Open-open 音場邊界的之模態數從 1 到 10，對應理論腔體自然頻率從 57.2 到 571.7 Hz。前 4 個模態理論與分析之自然頻率誤差為 0%，第 5 模態到第 9 模態的誤差為 0.1%，第 10 模態誤差為 0.2%。本小節比對理論與分析的模態，結果顯示，透過自然頻率誤差百分比，了解在同一邊界條件下，理論、分析自然頻率誤差為 0.1%，成功驗證理論腔體的自然頻率，獲得音場分析的邊界設定方法。

表 4 剛體直管理論與分析的腔體自然頻率與聲音壓力模態振型之比較表



接續表 1 的 (a)Rigid-rigid (b)Open-open (c)Rigid-open 對應的自然頻率、模態振型理論表示式： $\cos\left[\frac{n\pi x}{L}\right]$ 、 $\cos\left[\frac{n\pi x}{2L}\right]$ 、 $\sin\left[\frac{n\pi x}{L}\right]$ ，透過 MATLAB 數值分析軟體進行繪圖，表 4 為剛體直管於三種邊界下，理論與分析的腔體自然頻率與聲音壓力模態振型之比較表，(a)Rigid-rigid (b) Open-open (c)Rigid-open。第一欄為不同邊界下，理論解之自然頻率，對應之模態振型。比對理論與分析模態之物理意義，如(a)Rigid-rigid 的第 2 模態 57.2 Hz，模態振型的物理意義(x,y,z)=(1,2,1)、紅色箭頭指向節線、對應 y 軸為 0；對照分析之第 2 模態 57.2 Hz、頭(正)尾(負)中間有一條節線，表示理論和分析之第 2 模態的物理意義相同，其他的模態也



採用的方式比較。

為了更清楚呈現分析之模態振型的物理意義，以三種模態振型顯示方式呈現，不同音場邊界下的第二、三、四欄為分析解之自然頻率對應之模態振型。其中，模態動畫可用三種表現方式，呈現說明如下：

- (1) 動畫 Amplitude – no Exterior 可描述最大(正)、最小(負)。
- (2) 動畫 Amplitude – yes Exterior 可描述節線(箭頭)的位置。
- (3) 動畫 Amplitude – yes IsoSurfaces 可描述空氣節面(箭頭)指向的位置是不動點。

結果顯示，Rigid-rigid、Open-open、Rigid-open 理論解與分析解之模態振型，皆有的特性是：節線位置振幅值都是 0，對應紅色箭頭位置。波峰、波谷振幅皆為 1。表示理論解、分析解的模態振型，物理意義是相同的。

#### 4. 圓管膨脹型消音器之音場分析

參考前一小節提出以直管腔體邊界設定方法，後續將以開口-開口的邊界設定方式，應用在圓管膨脹型消音器上，本小節目的是建立傳遞損失分析手法，以圓管膨脹型消音器為案例，由於膨脹室具有消音效果，因此會產生傳遞損失。研究將進行理論之 TL 來驗證分析之 TL，目標是取得的 TL 方法和 TL 之物理意義解讀。

##### 4.1 問題定義&分析目標

圖 4 為圓管膨脹型消音器腔體之幾何尺寸示意圖，為了標示圓管膨脹型消音器幾何結構，圖 4 的最小直徑  $D_1=200$  mm、最大直徑  $D_2=346.4$  mm、長度  $L=500$  mm、最小截面積為  $S_1=31459.265$  mm<sup>2</sup>、最大截面積  $S_2=94247.7787$  mm<sup>2</sup>、截面積之比值  $R = \frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{h} = 3$ 、波數  $k$ 、自然頻率  $\omega = 2\pi f$  (rad/sec)、 $c$  為聲速 (m/s)。本文引用文獻[11]提出的傳遞損失表示式，如(2)式：

$$TL = 10 \log_{10} \left( 1 + \frac{1}{4} \left( h - \frac{1}{h} \right)^2 \sin^2 kl \right) \quad (2)$$

其中， $h$  為截面積之比值的倒數、 $k$  為波數、 $l$  為長度。

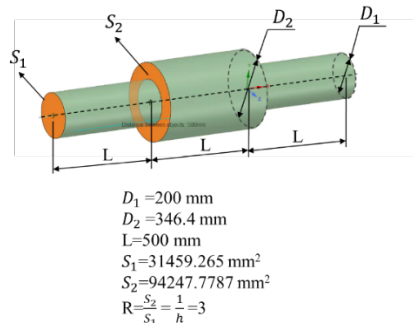


圖 4 圓管膨脹型消音器腔體之幾何尺寸示意圖

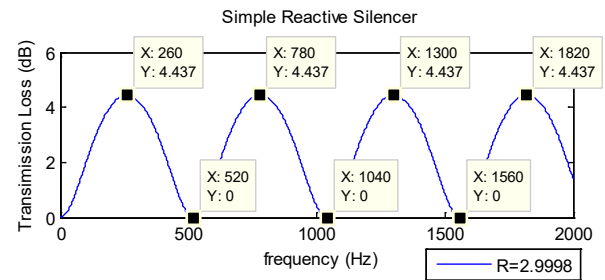


圖 5 圓管膨脹型消音器腔體的理論解之傳遞損失圖

##### 4.2 圓管膨脹型消音器之內部腔體模態理論解

為了驗證傳遞損失的分析手法，透過參考文獻[11]指出的理論條件，透過數值計算軟體建立等效的條件並繪圖。圖 5 為圓管膨脹型消音器腔體理論解之傳遞損失圖，圖中的  $x$  軸為頻率(Hz)、 $y$  軸為傳遞損失(dB)。本小節參考文獻[11]的條件，利用 MATLAB 繪製圖形，如圖 5 所示。在參考文獻[11]中，提及在 400°C；聲速 520 m/s 的狀態下，消音器為膨脹型的幾何結構，有一直管截面積  $S_1$ 、中間有一個膨脹室的截面積  $S_2$ ，其中，截面積的比值  $R$  為  $\frac{S_2}{S_1}$ ，當  $R=3$  時這種消音器的特徵有膨脹室的長度為  $L=0.5$  m，而且在較低的頻率時，即可能出現如圖 5 的這種 TL 圖形。

本研究參考文獻[11]提出的峰值頻率及截斷頻率理論表示式，並且進行驗算，如下：

峰值頻率(Peak frequency,  $f_{peak}$ )理論式：

$$f_{peak,n} = \frac{c}{4l} + n * \frac{c}{2l} \quad (3)$$

截斷頻率(Cutoff frequency,  $f_c$ )理論如式：

$$f_{c,n} = n * \frac{c}{2l} \quad (4)$$

其中， $f_{peak}$  為峰值頻率、 $f_c$  為截斷頻率、 $l$  為長度、 $D$  為結構中最大直徑、 $c$  為聲速、 $n$  為模態數。研究將數值分析軟體，建立相同文獻中的條件，繪製出圖 5 的圖形。再將理論條件帶入(3)(4)式中，進行驗算，驗算的結果，如下：

$$f_{peak,1} = \left( \frac{520}{4*0.5} \right) + 0 * \left( \frac{520}{2*0.5} \right) = 260 \text{ Hz}$$

$$f_{peak,2} = \left( \frac{520}{4*0.5} \right) + 1 * \left( \frac{520}{2*0.5} \right) = 780 \text{ Hz}$$

$$f_{peak,3} = \left( \frac{520}{4*0.5} \right) + 2 * \left( \frac{520}{2*0.5} \right) = 1300 \text{ Hz}$$

$$f_{peak,4} = \left( \frac{520}{4*0.5} \right) + 3 * \left( \frac{520}{2*0.5} \right) = 1820 \text{ Hz}$$

$$f_{c,1} = 1 * \frac{520}{2*0.5} = 520 \text{ Hz}$$

$$f_{c,2} = 2 * \frac{520}{2*0.5} = 1040 \text{ Hz}$$

$$f_{c,3} = 3 * \frac{520}{2*0.5} = 1560 \text{ Hz}$$

結果顯示，將圖 4 中的  $\frac{S_2}{S_1}$  計算， $R$  值約為 2.9998，與文獻提到的 3 值十分相近，且透過 MATLAB 數值計算軟體，繪製出圖 5 的 TL 之峰值頻率 ( $f_{peak,n}$ ) 與文獻的理論式(3)，峰值頻率計算結果對應一致；且圖

5 的 TL 之截斷頻率( $f_{c,n}$ )與文獻的理論式(4)，截斷頻率的計算結果也相互對應。本文透過 MATLAB 驗證了(3)(4)理論式。後續，將利用此幾何模型，建立音場分析，獲取分析的傳遞損失結果，並且與文獻的 TL 進行驗證。

### 4.3 有限元素分析模型

為了驗證理論之傳遞損失結果，因此將圓管膨脹型消音器腔體之音場分析進行探討，圖 6 為圓管膨脹型消音器腔體之有限元素模型示意圖，圖 6(a)元素大小示意圖；圖 6(b)音場邊界代號定義；圖 6(c)表面流速示意圖。圓管膨脹型消音器腔體的數學模型，幾何為圓管膨脹型消音器，最小直徑 200 mm，總長 1500 mm，長度平均分配三等分，中間等分直徑為 346.4 mm，詳細參考圖 4。欲獲得傳遞損失的分析結果，透過音場分析的方式進行純空腔音場分析。分析假設為空氣材料，溫度 400 °C，密度 1.21 kg/m<sup>3</sup>，聲速 520 m/s。圓管膨脹型消音器腔體的有限元素模型，元素型式為 FLUID30，元素分割採用 free mesh 方式，透過(5)式：

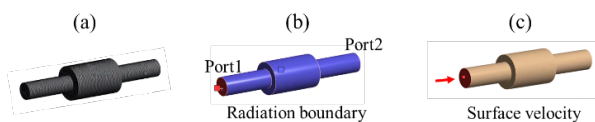
$$\lambda = c / f \tag{5}$$

其中  $\lambda$  為波長、 $c$  為聲速、 $f$  為關注頻率。計算波長( $\lambda$ )為 520/2000=0.26( $\lambda$ )。

選擇低階網格，每波長分成約 12~16 個元素，元素分割尺寸可參考(6)式：

$$mesh\ size = \lambda / 16 \tag{6}$$

元素分割設置成線性 linear，元素尺寸為 0.01 m，如圖 6(a)所示。位移限制為音場邊界，圖 6(b)為音場邊界代號定義，分析中音場設定邊界選用輻射邊界，設置在 port 1 位置和 port 2 位置的面。圖 6(c)為表面流速示意圖，音場模態分析無負荷條件；音場簡諧響應分析，負荷條件採用表面聲速(Surface velocity)，大小為 1 m/s，朝正 x 方向前進，如紅色箭頭所指的方向，作用在 port 1 的面上位置。再將圓管膨脹型消音器腔體結構的有限元素分析模型，進行音場模態分析，可獲得腔體結構之自然頻率、聲音壓力模態振型，探討腔體結構的音場模態特性。



(a)元素大小示意圖(b)音場邊界代號定義(c)表面流速示意圖

圖 6 圓管膨脹型消音器腔體之有限元素模型示意圖

### 4.4 結果討論

本小節將圓管膨脹型消音器腔體結構，有限元素分析模型，進行音場模態分析、簡諧響應分析，所獲得的腔體結構之自然頻率及聲音壓力模態振型，可探討腔體結構的音場模態特性。表 5 為圓管膨脹型消音器之腔體自然頻率與聲音壓力模態振型對照總表，表格第一排是模態對應之自然頻率及物理意義結果。自然頻率 1082 Hz 以下，總共有 10 個模態。表格第二、三排是模態振型圖，第二排是 Amplitude - yes Exterior 顯示方式；第三排是 Amplitude - yes IsoSurfaces 顯示方式，兩種顯示方式，差異在節面顯示方式的不同，可藉由節面輔助判斷物理意義。物理意義說明區分方式，分成整體模態、局部模態、膨脹室模態，如下舉例：

- (1) F01\_ 539.1 Hz、F10\_1082.0 Hz，為整體模態(x,y,z)=(1,2,1)、(x,y,z)=(1,3,1)。
- (2) F02\_217.5 Hz、F03\_225.1 Hz、F04\_660.2 Hz、F05\_655.6 Hz，為直管兩端的局部模態。
- (3) F06\_906.3 Hz、F07\_906.4 Hz，為對稱的膨脹室切片模態(x,y,z)=(2,1,1)。
- (4) F08\_1066.5 Hz、F09\_1066.5 Hz，為對稱的膨脹室切片模態(x,y,z)=(2,2,1)。

表 5 圓管膨脹型消音器之腔體自然頻率與聲音壓力模態振型對照總表

F01_ 539.1 Hz (x,y,z)=(1,2,1)	F02_217.5 Hz 局部模態	F03_225.1 Hz 局部模態	F04_660.2 Hz 局部模態	F05_655.6 Hz 局部模態
F06_906.3 Hz (x,y,z)=(2,1,1)	F07_906.4 Hz (x,y,z)=(2,1,1)	F08_1066.5 Hz (x,y,z)=(2,2,1)	F09_1066.5 Hz (x,y,z)=(2,2,1)	F10_1082.0 Hz (x,y,z)=(1,3,1)

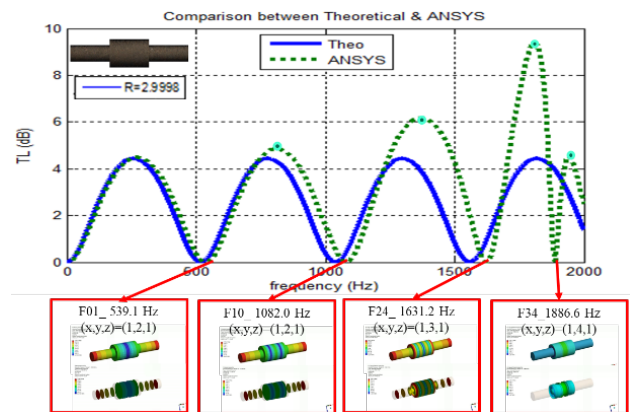


圖 7 圓管膨脹型消音器腔體純音場分析與理論解之傳遞損失與聲音壓力模態比較圖

音場簡諧響應分析中，設定輸入、輸出的聲功率位置，可獲得的傳遞損失，圖 7 為圓管膨脹型消音器腔體的音場分析與理論解之傳遞損失與聲音壓力模態比較圖。圖中顯示 2 條 TL 曲線，理論解為藍實線、數值分析解為綠點線。圖上 x 軸是頻率(0~2,000 Hz)；

y 軸是傳遞損失(0~10 dB)。其中，理論的 TL 有 4 個正弦波，TL 之峰值最高處為峰值頻率，峰值頻率代表此結構的消音性能，例如頻率在 250、600、1300、1700 Hz 的附近；其對應 y 軸的 4.5 dB，具有相對較好的消音性能。TL 之峰值最低處為截斷頻率，截斷頻率對應 y 軸的 0 dB，表示為較差的消音功能，例如在頻率 539、1082、1631、1886 Hz 附近；此外，截斷頻率有對應模態分析之模態參數，在頻率範圍 2000 Hz 以內。模態分析的 4 個模態的自然頻率對應 TL 之截斷頻率，而且該模態的物理意義為整體模態，模態振型的物理意義為 y 方向的節面數量差異。列舉以下幾點詳細說明：

- (1) 第 1 模態的自然頻率是 539 Hz，模態振型之物理意義  $(x,y,z)=(1,2,1)$ 。
- (2) 第 10 模態的自然頻率是 1082 Hz，模態振型之物理意義  $(x,y,z)=(1,2,1)$ 。
- (3) 第 24 模態的自然頻率是 1631 Hz，模態振型之物理意義  $(x,y,z)=(1,3,1)$ 。
- (4) 第 34 模態的自然頻率是 1886 Hz，模態振型之物理意義  $(x,y,z)=(1,4,1)$ 。

結果顯示，理論與數值分析軟體之 TL 對應結果，1000 Hz 以前的波型趨勢有良好的對應，截斷頻率與峰值頻率出現範圍吻合，而 1000 Hz 以後的 TL 不吻合，文獻也提出低頻率處結果較容易對應吻合的相同現象，因此，本研究的結果也預期的合理。

## 5. 結論

本文目的是建立聲場分析技術，以直管、消音器為基本案例，並透過理論解與有限元素分析解驗證，獲得以下幾點結論：

- (1) 直管腔體理論與分析案例中，不同邊界之自然頻率結果相近；模態振型的物理意義相同，確認理論與分析結果一致。
- (2) 圓管膨脹型消音器的傳遞損失的峰值頻率，具有最佳的消音效果；反之，TL 之截斷頻率的消音性能最差。
- (3) 圓管膨脹型消音器的理論與分析之 TL，在低頻的曲線對應吻合，分析方法驗證成功。
- (4) 模態分析的自然頻率，對應 TL 之截斷頻率，可觀察對應自然頻率的模態振型，且模態振型的物理意義，是整體模態。
- (5) 本研究所驗證的不同音場邊界分析及傳遞損失分析方法，未來可應用在其他結構，作為分析方法參考。

## 6. 誌謝

本文承蒙瑞智精密股份有限公司 110 年度產學合作計畫「壓縮機振動噪音自動化分析程式模組之開發與應用」經費補助，特此致謝。

## 7. 參考文獻

- 1.馮洋威、李志遠、武晨、王金、李斌商，微型消聲器消聲特性數值分析及實驗驗證，噪聲與振動控制，第 33 卷，第 S1 刊，2013
- 2.鄔詩賢、黃敏祥，排煙消音器之聲學性能與結構參數之研究，第二十二屆中華民國振動與噪音工程學術研討會，彰化、台灣，第 73-78 頁，2014
- 3.X. Hua, C. Jiang, D. W. Herrin, T. W. Wu, Determination of transmission and insertion loss for multi-inlet mufflers using impedance matrix and superposition approaches with comparisons, Journal of Sound and Vibration, Vol. 333, pp.5680-5692, 2014
- 4.J. K. Lee, K. S. Oh, and J. W. Lee, Methods for evaluating in-duct noise attenuation performance in a muffler design problem, Journal of Sound and Vibration, No. 114982, 2019
- 5.H. Arslan, M. Ranjbar, E. Secgin, V. Celik, Theoretical and experimental investigation of acoustic performance of multi-chamber reactive silencers, Applied Acoustics, Vol. 157, No.106987, 2020
- 6.B. S. Zhu, Q. Gao, Z. h. Chen, C. h. Wen, Analysis of Acoustic Characteristics of Accumulator of Rotary Compressor, International Compressor Engineering Conference, Purdue, No. 1856, 2008
- 7.B. T. Wang, C. H. Huang, Y. H. Wu, Vibro-Acoustic Coupling Analysis for Harmonic Sound Plate, The 23rd International Congress on Sound and Vibration (ICSV23), Athens, Greece, No. 440, 2016
- 8.涂聰賢、蔡國隆，入出口管偏心配置之單膨脹室消音器流場引發噪音之探討，第十二屆中華民國振動與噪音工程學術研討會，台北、台灣，第 82-88 頁，2004
- 9.M. L. Munjal, Acoustics of Ducts and Mufflers, Wiley, New York, U.S.A., 2014
- 10.虎門科技(民 110 年 10 月 25 日)。Mechanical Intro M05 Acoustics 範例教案。
- 11.Transmission\_loss\_duct\_acoustics([https://en.wikipedia.org/wiki/Transmission\\_loss\\_\(duct\\_acoustics\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Transmission_loss_(duct_acoustics)))

## Acoustic Analysis of Straight Pipe and Circular Expansion Chamber Muffler

Bor-Tsuen Wang<sup>\*1</sup>, Ju-Lin Wen<sup>1</sup>, Bo-Jun Zhang<sup>2</sup>, Ying-Hui Wu<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Department of Mechanical Engineering, National Pingtung University of Science and Technology, Pingtung City, Taiwan, R.O.C.

<sup>2</sup> Rechi Precision Co., LTD, Taoyuan, Taiwan

<sup>3</sup> Machinery Division, National Nei-Pu Senior Agricultural-Industrial Vocational School

\*Email: wangbt@mail.npust.edu.tw

### **Abstract**

Muffler is used to dissipate noise in many engineering applications such as vehicles and pipe acoustics. Transmission Loss (TL) analysis is essential to evaluate muffler's performance. This work aims to establish the acoustic analysis technique. First, the cavity acoustics of straight rigid pipe is studied for three types of acoustic boundaries at two sides, i.e. rigid-rigid, open-rigid and open-open. The finite element model for the inside cavity of rigid pipe is constructed to perform acoustic modal analysis and obtain acoustical modal parameters, including cavity natural frequencies and acoustic sound pressure mode shapes. Those compared to theoretical solutions with very good agreement reveals the feasibility in carrying out acoustic analysis. Next, the circular expansion chamber muffler is embedded to the straight pipe for TL analysis. Both acoustic modal and harmonic response analysis are, respectively, carried out. Other than the acoustic modal parameters, TL curve between the incident and emission of the pipe with muffler can be obtained. Results show TL curves agree reasonably with reference. The cut-off frequencies, which are zeros in TL curve meaning ineffective for noise reduction, are corresponding to those global cavity acoustic modes of the pipe with muffler. This work successfully applies commercial finite element software for pipe acoustic analysis in particular for TL analysis of muffler. The methodology can then be applied to other types of muffler analysis as well.

**Keywords** : Pipe Acoustic Analysis, Circular Expansion Chamber Muffler, Acoustic Modal Analysis, Transmission Loss (TL)