

振動分析軟體之研究與開發

王栢村¹林政煌²

¹國立屏東科技大學機械工程系教授

²國立屏東科技大學機械工程系研究生

Email: wangbt@mail.npust.edu.tw

A8932100@yahoo.com.tw

計畫編號：NSC91-2622-E-020-006-CC3

摘要

本文是研究開發本土化之振動分析軟體，結合學術界之振動分析能力，配合軟體公司軟體整合能力，致力於發展「振動分析軟體」，初期規劃可進行離散系統包括單自由度及多自由度系統之模態分析、簡諧、暫態及頻譜響應分析等四種分析類型之振動問題。軟體開發採用 Compaq Visual FORTRAN 及 MATFOR 視窗化程式語言撰寫，文中將以多自由度系統之實例應用本軟體分析結果作探討。本研究不僅可促進我國軟體工業發展，也將振動分析技術實用化，所開發之軟體除可提供各級學校振動課程之教學，也可作為工業界實務應用。

關鍵字：振動、分析、軟體、視窗化程式

一、前言

結構之動態分析通常是振動問題之解析，幾乎任何的結構系統都有振動之產生，諸如汽車、飛機、橋樑、建築物、工具機、管路系統等，只要是會動得機器或原件都需要考慮結構振動之響應。元件小至如電腦內部之 IC 元件建築物上至天空之飛機、太空之衛星，到地面之汽車、火車，海上之輪船、潛艇，工廠之機械，一般家電用品，在產品設計過程均需考慮結構振動特性或振動響應之影響，提供適當的本土化振動分析軟體，將有助於振動課程教學，也可作為工業界之振動分析工具，更可促進振動分析技術於國內生根。

目前市面上可從事結構振動分析之軟體不可謂不多，可概分幾種型態：

1. 泛用典型之 CAE 軟體：如 ANSYS[1]、NASTRAN[2]、ABAQUS[3]、ALGOR[4] 等以有限元素法為基礎之套裝軟體，就振動分析能力而言，固然功能齊備，但是軟體價格昂貴，工程分析人員之基礎訓練要求較高，儘管 CAE 應用在國內也逐漸廣受重視，但就振動分析之教學及研究開發之應用推廣尤待加強，因此開發可使學生及

工業界人士容易上手之本土化振動分析軟體將有其需求及必要性。

2. 專業化特定用途之振動分析軟體：如 ROTOR 專屬於轉子系統之分析軟體；LMS-CADA[5]、STAR、MEScope 等為模態分析[6]之曲線嵌合軟體；也有諸多屬於利用量測之振動訊號作為線上檢測(online monitoring)之機器診斷分析軟體。此類軟體不是太專門性、或過於實務應用並不全然適用於振動課程教學，或於結構振動設計之需求，因此開發以結構系統振動分析為導向之分析軟體將有其市場及國內環境之需要性。
3. 附屬於其他工程應用軟體之分析模組：如 MATLAB 軟體就有部分屬於振動問題之分析模組，也有振動學教科書[7]提供 MATLAB 之執行副程式，可供讀者練習及了解振動分析與振動現象之觀察，不過侷限於教科書之教學用途，在操作使用上缺乏整合性，而且需配合教科書內容使用，再則需另備 MATLAB 軟體，就非一般工業界人士可方便應用。另外也有諸多教科書[8]提供如 FORTRAN 之振動分析程式，在程式編譯、執行又需要撰寫程式基礎，又分析數據資料之觀察，也常需藉助於其他繪圖軟體，不論在學習或實務應用上缺乏使用者之親和性。

本文目的針對軟體分析能力之典型四種振動分析類型，包括模態、簡諧響應、暫態響應、及頻譜響應分析做基本振動說明，並就程式發展規劃及程式整體架構作介紹，再來就分析的設計特點如視窗化程式、即時顯示分析數值功能、圖形繪製功能、數值輸入/輸出功能敘述，最後就軟體使用舉出一些範例做說明，探討軟體適用性。

二、典型之振動分析類型

典型之結構振動系統就所擬採用之系統數學模型特性可概分：離散(discrete)系統內有分成單自由度系統與多自由度系統兩種；連續(continuous)系統如

弦、線、柱、板、殼等。所採用之阻尼模型如無阻尼、黏滯阻尼、結構阻尼。

綜合以上對結構振動分析之功能需求，擬定振動分析軟體之研究開發目標，將以離散系統為主，涵蓋四種振動分析類型。

以下概略說明以上典型四種分析振動分析類型之重要性及應用[10-16]：

模態分析

模態分析(modal analysis)之目的，主要在求解系統之自然頻率(natural frequency)及模態振型(mode shape)，概稱之為模態參數(modal parameters)。任意結構系統當有固定之材料及形狀尺寸，以及既有之邊界條件，則模態參數為唯一的、不變的，可視為系統之特性。就如同一材料其密度、楊氏係數等材料性質，不論製作成何種形狀結構，材料性質均為相同。因此獲得結構系統之模態參數，對產品設計過程是相當重要的步驟。同時在後續如簡諧響應、暫態響應及頻譜響應分析均需要系統模態參數資訊，才可做進一步之分析。

瞭解系統模態參數，對產品設計時之考慮，最常見的例子，就是避免作用於系統之外力激振頻率與系統之自然頻率相同或是接近，而造成共振(resonance)效應，使得結構系統響應過大而產生破壞。另外，結構系統之振動效應時常是造成疲勞破壞(fatigue failure)的原因，瞭解系統之自然頻率及模態振型為進一步做疲勞分析不可或缺之資訊。又模態振型可顯現一結構系統受外力激振而產生之變形狀態，甚至得該振動模態(mode of vibration)之受應力狀況，可提供對產品設計時，結構補強或減少重量等變更設計時之重要資訊。

一結構系統之振動模態或稱自然模態(natural mode)，意指其自然頻率及模態振型。自然頻率與模態振型為成對出現，一般系統有 n 個自由度就有 n 個振動模態，也就是有 n 對之自然頻率及模態振型。通常較低頻率之振動模態為設計過程特別需注意，換言之系統之前數個模態參數通常為分析之重點。

就理論上而言，一般結構均為連續系統，具有無限多個自由度，也就是具有無限多個振動模態。在工程實務應用分析，常可以多自由度系統進行模擬分析，因此在模態分析只可得到有限個振動模態。

簡諧響應分析

所謂簡諧響應分析(harmonic response)分析是探討結構系統受一簡諧外力激振時之系統響應分析。就一線性振動系統受一簡諧外力作用有如下之特性：

1. 該系統振動響應，包括了暫態響應(transient response)及穩態響應(steady state response)。暫態響應會隨時間之增加而逐漸消失，而穩態響應則不隨時間變化而呈現週期性之簡諧響應。
2. 一振動系統受簡諧激振(harmonic excitation)其穩態響應也必為簡諧響應。

3. 簡諧函數包括了， $e^{i\omega t}$ 與 $\sin \omega t$ 及 $\cos \omega t$ ， $\omega = 2\pi f$ ， ω 單位為 rad/sec， f 單位為 Hz，稱為簡諧頻率(harmonic frequency)。

指述系統以頻率響應函數(Frequency Response Function, FRF)表示，簡諧響應分析旨在求得頻率響應函數曲線圖，即在提供輸入與輸出間之關係，亦即系統之資訊，可以以下式表示：

$$\text{系統} = \frac{\text{輸出(output)}}{\text{輸入(input)}} \quad (1)$$

FRF 可以供產品設計階段之評估。通常設計之考慮在如何避免共振、疲勞破壞，或是其他如位移或速度、加速度響應是否超出規範之額定範圍。

暫態響應分析

由前述模態分析在求得模態參數及簡諧響應分析在求得系統之頻率響應函數。探討之暫態響應分析(transient response)旨在求得結構系統在受外力負荷或其他條件激振下之時間域響應，也就是要了解結構系統受輸入參數後，系統隨時間變化之情形。此類型問題通常是已知負荷為時間之函數 $f(t)$ ，擬求得如系統之位移在時間域的響應 $x(t)$ ，有助了解結構系統受變動負荷後，系統實際之運動狀態。

頻譜響應分析

相對於暫態響應分析是時間域響應之解析，則頻譜響應(spectrum response)分析是頻譜域響應之解析。往往如地震、風力、海洋波動、噴射引擎推動力等外力激振源為隨機(random)信號型式，很難在時間域描述其外力型式，或寫出外力之數學函數，因此解析此種隨機外力激振之結構振動問題，常藉助時間域與頻率域之轉換，係於傅立葉轉換(Fourier transform)之理論基礎，在假設系統之頻率響應數 $H(\omega)$ 為已知，以及外力之時間域分佈可轉換為頻率域之外力函數，則可求得結構系統之位移(或速度、加速度)之頻率域響應。以一單自由度振動系統為例，解析步驟說明如下：

1. 對 $f(t)$ 取傅立葉轉換得 $F(\omega)$ 。
2. 由 $X(\omega) = F(\omega)H(\omega)$ 求得位移響應頻率域函數。
3. 對 $X(\omega)$ 取反傅立葉轉換(inverse Fourier transform)得 $x(t)$ 。

若為隨機信號型式，可以將 $f(t)$ 表示成頻譜密度函數 $G_{ff}(\omega)$ ，由式(2)可求得位移之頻譜密度函數 $G_{xx}(\omega)$ 。

$$G_{xx}(\omega) = |H(\omega)|^2 G_{ff}(\omega) \quad (2)$$

典型之頻譜響應分析應用問題舉例如下：

1. 汽車行駛於不規則路面之車體振動響應分析。
2. 建築物受地震波激振時之結構體響應分析。
3. 噴射機、火箭或飛彈在飛行中由燃料燃燒之噴射推力所造成之結構體響應分析。

4.任意受測試產品或元件，如PC板、筆記型電腦，甚至冷氣機等家電用品，置於振動測試台，以隨機信號激振之模擬分析。

三、程式發展規劃

3-1 架構規劃

本文為針對本軟體振動分析架構做詳細說明，其中主畫面分為三大部分，分別是檔案、單自由度(SDOF)、多自由度(MDOF)，而其延伸又有其他項目，如圖1為程式整體架構圖所示說明如下：

1. 檔案

檔案內底下分成，列印與離開兩大項。

2. 單自由度(SDOF)

單自由度(SDOF)內部又分成四大項分別為模態(modal)、簡諧(harmonic)、暫態(transient)、頻譜(spectrum)，每一項中，又有各項說明：

- (1)模態(modal)內分成黏滯阻尼(viscous damping)與結構阻尼(structural damping)。
 - (2)簡諧(harmonic)則有外力激振(external force excitation)、基座激振(base excitation)、旋轉不平衡質量激振(rotating unbalance mass excitation)。
 - (3)暫態(transient)底下分自由振動(free vibration)與強制振動(force vibration)，而自由振動(free vibration)內有黏滯阻尼(viscous damping)形式的分析，強制振動(force vibration)內有脈衝力(ideal impact)與步階力(step force)及任意外力(arbitrary force)之分析。
 - (4)頻譜(spectrum)分析內分成外力激振(external force excitation)、基座激振(base excitation)兩種分析。
- 3.多自由度(MDOF)內也有振動分析四種項目，分別是模態(modal)、簡諧(harmonic)、暫態(transient)、頻譜(spectrum)分析。

3-2 軟體的設計特點

軟體的設計特點有獨立的(standalone)、交談式(interactive)、視窗化(window-base)、使用者親和性(user-friendly)、圖形顯示(graphic display)、數據資料自動擷取儲存(data retrieving/saving)符合實務應用上需求。以下列出幾項說明之：

視窗化程式

在大多數人觀念中，程式是一種堅深難懂程式語言，若是使用視窗化對話視窗(Dialog)方式，對話視窗為一具親和性、交談式、視窗化，人機對話方式快速由所需參數得之，加以處理分析得到所要的最後結果，其中有數值資料與圖形顯示等，以利使用者操作使用。

即時顯示分析數值功能

即時顯示分析為將要輸入之參數設定好，按下執行按鈕，即可立即在處理的對話視窗中，顯示出分析出來數值資料於對話視窗的輸出參數資料中。

而要觀看數值資料大致上有兩個方式，一為對話視窗之輸出參數中顯示，另一個為由輸入各參數，經由執行按鈕，執行分析資料，藉由輸出資料按鈕中的文字檔，將此文字檔開啟可觀看到所要的數值資料。

提供圖形繪製功能

藉由對話窗中執行分析得到數值旁的圖形按鈕即可得到所要觀看之圖形，而圖形的使用界面是MATFOR軟體之繪圖界面，大致上是使用Compaq Visual FORTRAN與MATFOR繪圖軟體互相結合，大體上程式的數值分析計算在Fortran處理，而MATFOR繪圖軟體由Fortran計算處理過後的數值資料，透過數值傳遞的方式，給撰寫之MATFOR繪圖副程式獲得數值資料，進行繪圖，繪所繪出之圖形會另外開起一個繪圖對話窗，內可將更改標題、圖形旋轉、移動，將數值輸出到EXCEL等功能，讓使用者可即時觀察分析結果之圖形趨勢。

數值輸入/輸出功能

本項為介紹數值分析輸入與輸出之功能，其中先從輸入部份說明，在一般正常輸入為在所分析的對話窗中，是在輸入參數中直接輸入，另一種方式為使用load方式，利用已儲存之輸入文字檔，將此輸入檔載入數值資料，也可將之輸入數值資料，但前提是必須有已儲存的輸入檔，才不會有任何問題產生，大致數值輸入有兩種情況，一為直接由對話窗輸入參數，另外為使用載入儲存的方式，將要注意有無檔案存在的限制。

輸出部份功能，大體上與數值輸入類似有相同之處，一樣有兩種情況，不同的是輸出有圖形與其圖形繪製的所有數據，但輸入則否，接下來在將輸出功能做完整詳細的敘述。輸出功能分為兩項，一為對話窗內顯示，另一為輸出數值資料顯示，觀看輸出的文字檔。對話窗內顯示為輸入參數執行處理分析得到輸出參數，而對話窗中有所要知道的位移響應、反作用力、相位角等要曉得某一數值的值，圖形可由旁邊圖形按鈕，直接點選得知，另一種為將所有輸入參數與輸出參數等數值與圖形數據直接輸出，使用輸出數值資料的按鈕方式，並且可由所得之輸出文字檔上所顯示的數據，自行處理分析或擷取數據繪製。

數值輸入與輸出功能是相輔相成，先由輸入數值參數資料，才能透過Fortran編輯好的程式計算得到數值、與matfor寫好之副好之副程式獲得繪圖數據，畫出圖形來，若使用者熟悉數值輸入與輸出功能，就能輕而易舉的駕輕就熟。

四、軟體分析範例

本文為所發展之振動分析軟體採互動式，以對話視窗化方式，讓使用者容易觀看了解，及即時顯示功能，使用人機對話的方式，分析架構明確，故節省了不少運算的時間，大為提高使用者的操作效率。軟體分析內容分為單自由度與多自由度兩部

分，限於篇幅關係，僅截取多自由度比例阻尼分析成果圖，來簡述之，說明如下：

1. 多自由度模態分析

圖2為多自由度模態分析的對話視窗，由圖2(a)進入矩陣輸入(input data)對話窗輸入參數，以兩個自

由度為例，分別輸入質量矩陣 $[M]=\begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 500 \end{bmatrix}$ 、

彈簧常數矩陣 $[K]=\begin{bmatrix} 1000000 & -500000 \\ -500000 & 500000 \end{bmatrix}$ 及常數

$\alpha=0$ 或常數 $\beta=0.001$ 。可分析得到圖2(b)為二個自

由度，二個自然頻率17.11與41.32rad/sec，個別對應

的2.72與6.58Hz；二個阻尼比為8.56E-03與20.66E-

03；二個振型分別 $\{\phi_1\}=\begin{Bmatrix} 22.36E-03 \\ 31.62E-03 \end{Bmatrix}$ 與

$\{\phi_2\}=\begin{Bmatrix} -22.36E-03 \\ 31.62E-03 \end{Bmatrix}$ 。此分析結果與理論解完全相

符。

2. 多自由度簡諧分析

圖3為多自由度簡諧分析的對話視窗，由圖3(a)進入矩陣輸入對話窗輸入參數，分為輸入質量矩陣

$[M]=\begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 500 \end{bmatrix}$ 、彈簧常數矩陣

$[K]=\begin{bmatrix} 1000000 & -500000 \\ -500000 & 500000 \end{bmatrix}$ 及常數 $\alpha=0$ 或常數

$\beta=0.001$ ，自由度數目(N)為2，輸入點位置(j)為2、

初始頻率(FF1)為0Hz、終止頻率(FF2)為10Hz、外力

激振(Fj)為1N、激振頻率(fs)為1Hz、頻率等分(NF)為

100、輸出點位置(i)為2。可分析得到圖3(b)可得到二

個自然頻率17.11與41.32rad/sec，個別對應的2.72與

6.58Hz；二個阻尼比為8.56E-03與20.66E-03；位移響

應在振幅 $|X_i|$ 在fs下為4.54564E-06m、相位角 φ 在

fs頻率下為90.4098°。圖3(c)二個自由度同點FRF圖

形，可看出有反共振點出現此與理論分析結果相

符。

3. 多自由度暫態分析

圖4為多自由度簡諧分析的對話視窗，由圖4(a)同

樣須先進入矩陣輸入對話窗輸入參數，分為輸入質量

矩陣、彈簧常數矩陣及常數 α 或常數 β ，自由

度數目(N)為2。另外，設定終止時間(T2)為20sec，

時間等分間距(dt)為0.001sec，時間等分數(Nx)為

20000等分，計算時間點t0，初始位移

$\{x_0\}=\begin{Bmatrix} x_0(1) \\ x_0(2) \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$ ，初始速度 $\{v_0\}=\begin{Bmatrix} v_0(1) \\ v_0(2) \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$ ，

時間t1(i)0~0.1sec對應二個力點數N(1)=2，F1(i)分別

都為零，時間t2(i)0~0.1sec對應二個力點數N(1)=2，

F2(i)分別都為零。可分析得到二個自然頻率17.11與

41.32rad/sec，個別對應的2.72與6.58Hz；二個阻尼比

為8.56E-03與20.66E-03；外力響應在時間為10sec下

分別為X1(10)為6.017E-03m與X2(10)為8.509E-03m。結果可得到圖

4(b)外力響應f1(t)圖形，圖4(c)位移響應x1(t)圖形，

結果與理論吻合。

4. 多自由度頻譜分析

圖5為多自由度簡諧分析的對話視窗，先進入矩

陣輸入對話窗輸入參數，分為輸入質量矩陣、彈簧

常數矩陣及常數 α 或常數 β ，自由度數目(N)為2，

再由圖5(a)設定外力大小F1為100(N)，F2為500(N)，

外力平均值F1為0(N)，F2為0(N)，外力點(NF)為2，

頻率點f(i)其中i為1~2，頻率為0~30Hz，之間的頻率

範圍間距NF為10000，外力振幅Sff(f(i))都為

0.62831N。分析得到二個自然頻率17.11與

41.32rad/sec，個別對應的2.72與6.58Hz；二個阻尼比

為8.56E-03與20.66E-03；頻率點FF(i)0~30Hz之間平

方平均值RMS(1)為1.335E-03m及RMS(2)為2.67E-

03m，全頻率f(NF)個別平方平均值相加分別為

1.335E-03m及2.67E-03m、平均值(X_avg)為都為零、

標準差(STD)分別為1.335E-03m及2.67E-03m。結果

可得到圖5(b)外力響應Sff1f1(t)圖形，圖5(c)取Log形

式能量頻譜密度函數Sx1x1圖形，分析結果均與理論

分析結果相符。

五、結論與建議

本文為採用Compaq Visual FORTRAN撰寫主、

副程式及外掛MATFOR繪製圖形，對本軟體做詳加

描述其發展流程，結果顯示利用視窗化交談方式，

立即顯示數值資料與圖形結果，可大幅增加人機介

面的親和性，使在學習或操作本軟體者更駕輕就

熟，一目瞭然，數值資料與圖形互相參照比對結

果，兩者互相並行並存，使用者易於明瞭各振動分

析結果。以下為針對本軟體的結果加以敘述如下：

1. 使用者可從本分析軟體，知曉典型的振動分析目

標，分別為模態、簡諧、暫態、頻譜分析等四大

項，可輕易從中得知其分析有那些不同，得到結

果的差異性。

2. 最後所得到的結果，每個分析範例，都有經過個

別驗證過，與軟體分析所得都相當吻合。

3. 未來將可促進我國軟體工業發展，振動分析技術

之實用化，所開發之軟體除可提供各級學校振動

課程之教學，也可作為工業界實務應用，如工程

設計分析或車輛行駛品質分析等。

六、誌謝(Acknowledgments)

本研究承蒙國科會計畫與逸奇科技股分限公司

經費支助，特以誌謝，國科會計畫編號NSC 91-2622-

E-020-006-CC3。

七、參考文獻(References)

1. Moaveni, S., 1990, "Finite Element Analysis, Theory and Application with ANSYS," Prentice Hall, Inc.

2. 陳正宗, 林信立, 邱垂鈺, 全湘偉, 黃志勇, 韓文仁, 秦無忝, 1996, 「有限元素分析與工程實例-MSC/NASTRAN軟體應用」, 北門出版社。
3. <http://www.abaqus.com>.
4. Logan, D. L., 1997, "A First Course in the Finite Element Method Using ALGOR," PWS Publishing Company.
5. LMS Inc., 1993, *LMS CACD-pc User Manual*.
6. Ewins, D. J., 1984, "Modal Testing: Theory and Ppractice," Research Studies Press Ltd., Letchworth, Hertfordshire, England.
7. Inman, D. J., 1994, "Engineering Vibration," Prentice Hall.
8. Rao, S. S., 1990, "Mechanical Vibrations," 2nd ed., Addison-Wesley Publishing Company.
9. 王栢村, 2001, 「電腦輔助工程分析之實務與應用」, 全華科技圖書股份有限公司, 台北。
10. Meirovitch, L., 1987, "Elements of Vibration Analsis," 2nd ed., McGraw-Hill Book Company.
11. Thomson, W. T., 1987, "Theory of Vibration with Application," Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
12. Meirovitch, L., 1967, "Analytical Methods in Vibrations," The MacMillan Company, Collier-MacMillan Limited, London.
13. Dimarogonas, A., 1996, "Vibration for Engineers," 2nd ed., Prentice Hall.
14. Kelly, S. G., 1993, "Fundamentals of Mechanical Vibration," McGraw-Hill International Ed.
15. James, M. L., G. M. Smith, J. C. Wolford, and P. W. Whaley, 1989, "Vibration of Mechanical and Structural Systems with Computer Applications," Harper & Row.
16. Steidel, R. F., Jr., 1989, "An Introdtion to Mechanical Vibrations," John Wiley & Sons.
17. 王栢村, 1997, 「振動學」, 修訂版, 全華科技圖書股份有限公司, 台北。
18. <http://140.127.6.133/teacher/index.htm>. 國立屏東科技大學機械系振動噪音實驗室網頁。

Abstract

This paper presents the development of vibration analysis software by the conjunction of cooperative work between the educational institute and Software Company. The software is initially planned to perform discrete vibration system analysis, including SDOF and MDOF systems. Four types of vibration analysis categories, i.e., modal analysis, harmonic, transient and spectrum response analysis, will be treated. Both Compaq Visual FORTRAN and MATFOR tools are adopted to develop the software. This work is not only beneficial to the development of software industry in our country but also enhances the practical application of vibration analysis techniques.

Key words: vibration, analysis, software, window-based program

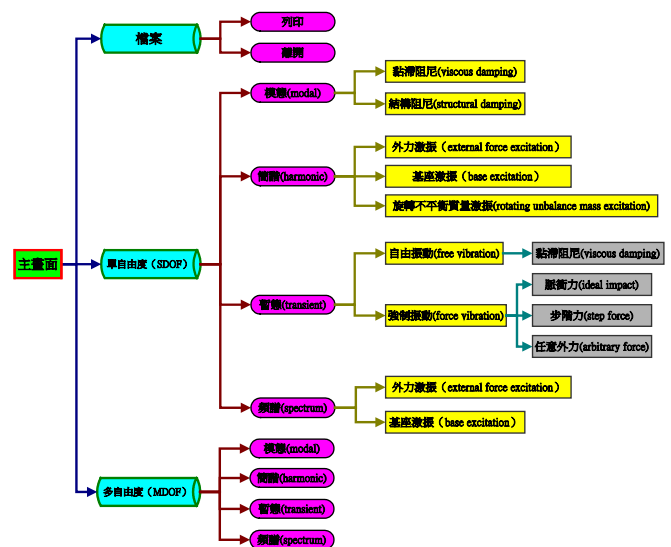


圖 1. 程式整體架構圖

Research and Development of Vibration Analysis Software

Bor-Tsuen Wang, Cheng-Huang Lin
 Department of Mechanical Engineering
 National Pingtung University of Science and Technology

Email: wangbt@mail.npust.edu.tw
A8932100@yahoo.com.tw



(a) 輸入對話視窗



(b)輸出對話視窗

圖2. 多自由度模態分析的對話視窗



(a)設定對話視窗

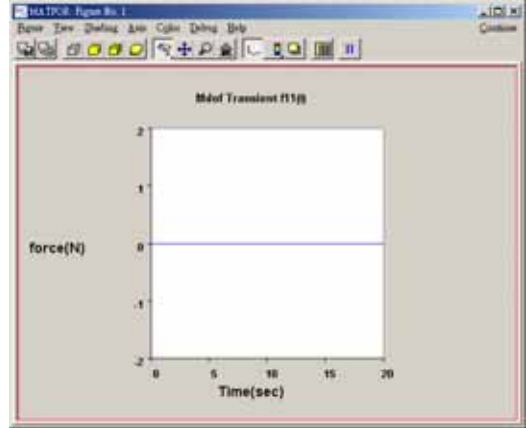


(a)設定對話視窗

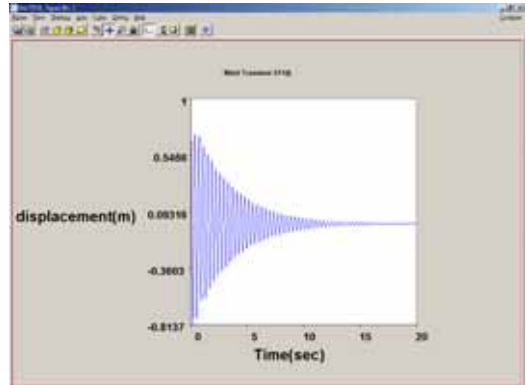


(b)輸出對話視窗

圖3. 多自由度簡諧分析的結果

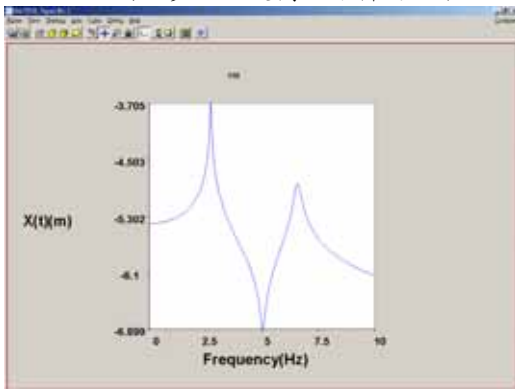


(b)外力響應 $f_1(t)$ 圖形



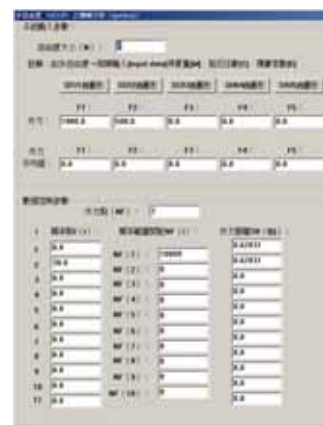
(c)位移響應 $x_1(t)$ 圖形

圖4. 多自由度暫態分析的結果

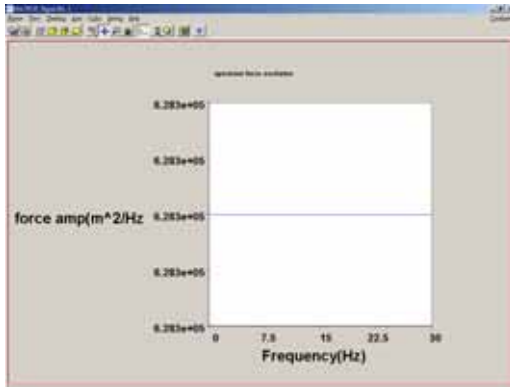


(c)同點FRF圖形

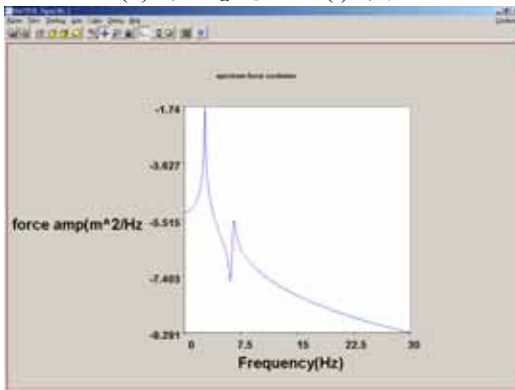
圖3. 多自由度簡諧分析的結果(續)



(a)設定對話視窗



(b) 外力響應 $S_{f1f1}(t)$ 圖形



(c) 取Log形式能量頻譜密度函數 S_{x1x1} 圖形
圖5. 多自由度頻譜分析的結果