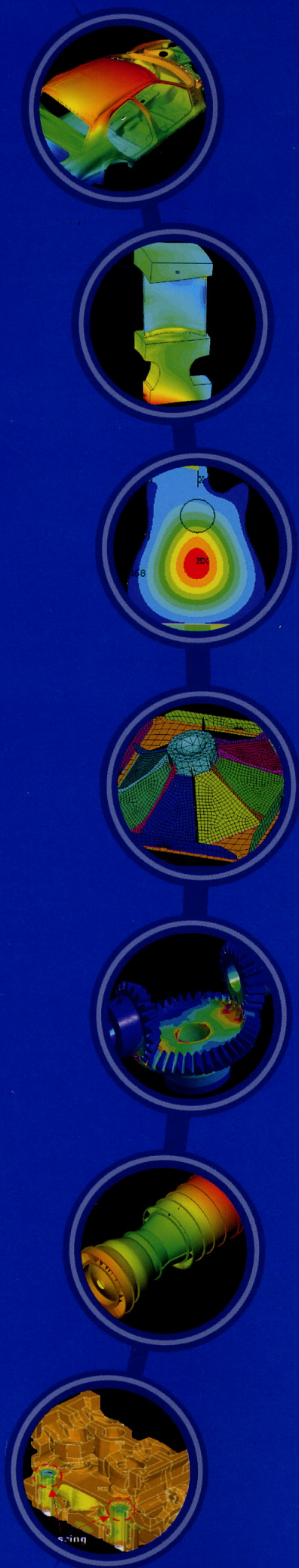


2003 TAIWAN ANSYS USER CONFERENCE



CADMEN

ANSYS 應用論文集

劍湖山王子渡假飯店

2003/11/16~18

主辦：

虎門科技股份有限公司

<http://www.cadmen.com>

吉他共鳴箱之振動特性分析

王栢村¹胡惠文²蘇敬翔³

¹國立屏東科技大學機械工程系教授

²國立屏東科技大學車輛工程系助理教授

³國立屏東科技大學車輛工程系研究生

摘要

本研究主要是以有限元素分析配合實驗模態分析，對吉他共鳴箱振動模態進行模型驗證，以了解吉他共鳴箱之振動特性。首先使用ANSYS分析軟體求得吉他之振動模態，再對吉他共鳴箱之後板進行實驗模態分析，求得頻率響應函數與模態參數，包含自然頻率、阻尼比、模態振型。最後依據實驗數值以田口法對有限元素模型之材料參數進行最佳化調整並且做模型驗證分析。本文經由有限元素分析與實驗模態分析完成模型之驗證，獲得共鳴箱後板之頻率響應函數與模態參數，了解共鳴箱之振動特性後，可作為進一步設計之依據。

關鍵詞: 共鳴箱、吉他、模態參數、振動特性、有限元素分析、實驗模態分析

1. 前言

從十四世紀的文藝復興時期，到現今的搖滾時代，吉他從一個樂器變為四個包括古典、弗拉門戈、鋼弦原聲和電吉他等。它們中的每一種都有自己音樂的特色並且發展出屬於自己的文化。雖如此，吉他仍需要有共鳴箱的設計且聲樂的散發主要是經由對弦線的擊打，使共鳴箱共振而產生共鳴，因此共鳴箱決定了音量與音色，所以共鳴箱的設計顯得十分重要。

關於吉他共鳴箱的研究設計，在國內外學者都有相關文獻可供參考。王[1]應用ANSYS之最佳化建立目標函數、設計變數與狀態函數進行材料參數之調整。Elejabarrieta et al.[2]是以實驗模態分析來求得共鳴箱的模態參數，並且在相同的邊界條件下，建立有限元素模型並做分析，最後將兩者做比較驗證。Caldersmith[3]則說明吉他的頻率響應取決於共鳴箱的前板與後板，而內部的樑與柱影響不大，另一方面決定於材料的材質與外型，厚度較薄、面積較大與材質較硬則有較高的頻率響應。French and Bissinger[4]認為共鳴箱內部樑與柱設計的不同，自然頻率也會跟著不同，雖然自然頻率不同但第1個模態振型都是相類似的，而第2個模態振型開始有不同的變化。Elejabarrieta et al.[5]探討空氣經由響孔流入共鳴箱，無內部支撐結構對模態的影響，進一步說明當增加內部的樑與柱，將使模態振型數目增加並且使Helmholtz mode的自然頻率降低。Ezcurra[6]利用有限元素法探討材料參數即蒲松比、密度、楊氏係數與剪力強度對共鳴箱之模態振型與自然頻率的影響。French and Bissinger[7]則對吉他的聲弦裝置做探討，說明動能的產生是因撥動弦，弦連接到吉他的琴頭與琴橋，使結構承受力的響應。Ricardo[8]針對三種不同材質製成的共鳴箱之前板的高頻區域做比較，認為在高頻或更

高頻區域的發散對共鳴箱的音色具有影響。

本研究先建立吉他(指包含琴頭與琴頭結構設計的共鳴箱)之有限元素模型並忽略共鳴箱內部的支撐結構，進行有限元素分析，再以實驗模態分析對共鳴箱後板進行量測，做為基準，進行楊氏係數與密度的調整，最後進行吉他的理論與實驗之比較驗證，並探討有無琴頭與琴頭之差異性。目的在於進行有限元素分析與實驗模態分析之驗證，並探討有無琴頭與琴頭結構設計對模態參數的影響。

2. 問題定義與分析目標

2-1. 問題定義

圖1為吉他之幾何模型，表1為吉他參數之定義情形，其中表1(a)為吉他結構尺寸，表1(b)為吉他材料參數定義。圖為依吉他之實際外形，忽略內部支撐結構繪製相似之幾何模型。表則說明吉他內各結構之預設材料參數。

2-2. 分析目標

1. 有限元素分析: 應用線性立體元素(solid45)架構吉他的理論有限元素模型，並進行有限元素分析求取吉他之模態振型與頻率響應函數。
2. 實驗模態分析: 對共鳴箱的後板進行模態測試(modal testing)，將實驗所求得之實驗頻率響應函數做曲線嵌合(curve fitting)，進一步求得模態參數，即自然頻率、阻尼比與模態振型，以做為參數調整之依據。
3. 田口法最佳化參數設計: 在未知材料參數的情況下，以實驗模態分析求得之數值為基準，應用ANSYS之最佳化來求取與實際結構較為接近之材

料參數，但共鳴箱的模態振型與自然頻率會受到琴頭與琴頸的影響而有所改變，因此需配合田口法最佳化來進行材料參數的調整。

4. 模型驗證：圖為2模型驗證流程圖。一般依實際結構情形，所建構之理論有限元素模型及分析，必須與實驗互相驗證，由於實驗模態分析所得之數值，為實際結構之情況，因此以實驗為基準，先進行收斂性分析，使其數值解趨於收斂值，再進行有限元素分析並與實驗模態分析做驗證，若不符合，則對結構的材料參數做適當調整，若仍有差異再對結構模型進行修改，並且在持續進行此驗證流程，直到吻合，則可進行後續之應用。

3.有限元素分析

圖3為吉他之有限元素模型示意圖，其中圖3(a)為單獨共鳴箱之元素分割情形，圖3(b)為吉他之元素分割情形。本研究採用ANSYS分析軟體，在元素上採用立體元素(solid45)分別對有無琴頸與琴頸結構設計的共鳴箱進行模態分析與簡諧分析。模態分析可求得結構之模態參數，簡諧分析則可獲得頻率響應函數。Caldersmith[3]指出共鳴箱在進行模態分析時，模態振型與自然頻率取決於前板與後板。因此本研究在無拘束的情況下，求取共鳴箱的正向彎曲特性。當共鳴箱上增加琴頸與琴頸的設計時，模態振型與自然頻率則受到琴頸與琴頸的影響而有所變化，因此為了更能符合實際結構量測的情形，將吉他(指包含琴頸與琴頸結構設計的共鳴箱)做進一步分析探討。

4.實驗模態分析

4-1.量測點規劃

圖4為量測點分割情形。由於只探討共鳴箱後板的振動特性，因此只對後板進行量測，在共鳴箱的後板上共規劃成126點，點與點的距離為40mm，不足間距的點則在外圍輪廓內增加點的規劃，再以衝擊槌為驅動器，加速度計為感測器，進行預測試。經由預測試得知衝擊槌敲擊共鳴箱後板左下方附近的點，能夠完全得到實驗頻率響應函數，因此以第51點當固定敲擊點，一次移動三個加速度計，獲得三組頻率響應函數，並在每一次移動時，敲擊三次做平均以獲得較好的量測品質，當加速度計與衝擊槌在同點時，則盡量將加速度計放置在固定點的周圍進行同點量測。

4-2.儀器架構與實驗步驟

Elejabarrieta[2,5]指出共鳴箱在進行實驗模態分析時，其量測頻率約在1KHz以下時，可獲得較好的實驗品質。因此本研究將Siglab(訊號分析儀)設定頻寬為0~1KHz，解析頻率1.25Hz，為了減少訊號的洩漏，

實驗的衝擊槌不加任何window加權函數，而在每個加速度感測器則必須加Exponential為0.1的加權函數。實驗方式則為固定衝擊槌的敲擊位置，移動加速度計，由於加速度計與點力都為位移振型，所以實驗量得為位移振型。

實驗架構情形如圖5(a)與圖5(b)所示。表2為所使用實驗儀器名稱。先將衝擊槌用導線接於訊號分析儀之輸出模組並將不同的加速度計分別接於不同的輸出模組，再經由SigLab將所量得訊號輸入到電腦。利用衝擊槌對共鳴箱之後板結構產生激振，並以加速度計做為感測器，來量測後板結構之響應訊號，再將所量得訊號傳輸到頻譜分析儀，進行快速傅立葉轉換，求得共鳴箱之實驗頻率響應函數與關聯性函數，最後將所得到的每組實驗頻率響應函數經由Me'Scope，去做曲線嵌合，以獲得共鳴箱結構之模態參數，包含自然頻率、阻尼比與模態振型。

5.最佳化參數設計分析

在本研究中，由於吉他為前板與後板、側板與琴頭與琴頸所構成，因此具有三組不同材料參數包含楊氏係數、密度與蒲松比，共有九項變數極為複雜。Ezcurra[6]指出對共鳴箱的模態振型與自然頻率影響最大的為楊氏係數、密度次之、蒲松比則影響不大。因此本研究以楊氏係數做為前板與後板、側板與琴頭與琴頸這三組結構的設計變數，並將影響次之的密度做為為吉他整體結構的設計變數。由於沒有這把吉他的材料參數，因此只能參考Elejabarrieta[2]的材料參數做為本研究的基礎，再以實驗數據為基準逐步進行收斂，以獲得概略數據並作ANSYS之最佳化。但由於共鳴箱增加了琴頸與琴頸的設計時，將使得模態振型的位置與數量變為混亂，因此須配合田口法做分析，使其達到最佳化之目標。在此將前板與後板的楊氏係數、側板的楊氏係數、琴頭與琴頸的楊氏係數與吉他的密度做為四組設計變數。

表3為因子水準配置表，目的在使得有限元素解趨近於實驗所求得之自然頻率與模態振型，以完成模型驗證。方法為將最終的最佳化後所得之四個理想的自然頻率與實驗所得之四個信心水準較高的自然頻率做比較，並將相對誤差量的平方和定義為目標函數，其目標函數計算式如下：

$$\text{目標函數: } OBJ = \sum_{r=1}^N \left(\frac{f_r - \hat{f}_r}{\hat{f}_r} \times 100\% \right)^2 \quad (1)$$

其中， $N=4$ ，代表四個理想的自然頻率與四個實驗的自然頻率， f_r 及 \hat{f}_r 代表吉他的有限元素分析與實驗模態分析之相對應模態的自然頻率。此最佳化目標，在求得設計變數，使得有限元素分析與實驗之自然頻率

相對誤差平方值最小，即為分析結構之自然頻率與實際結構之自然頻率更為吻合。

6. 結果與討論

6-1. 最佳化參數設計

Elejabarrieta[5]指出有限元素分析產生第1個模態振型的自然頻率會受到缺少內部支撐結構設計的影響。在此本研究並未建構內部支撐結構之有限元素模型與分析，因此第1個模態振型的自然頻率並未納入考慮做為目標函數 f_1 ，而(1,2)mode的自然頻率也有可能受缺乏內部支撐結構的影響，所以也不以考慮。採用信心水準最高的(1,3)mode與(3,1)mode的自然頻率做為目標函數並進行最佳化。

表4為最佳化後之結果及實驗與理論相對應之誤差。其中表4(a)為對應模態的頻率誤差值，表4(b)為最佳化所得之材料參數。經由表4得知在相同模態振型下，有限元素分析與實驗模態分析的自然頻率誤差極小，且都有正負值出現並且OBJ在10左右，代表有限元素模型與實際結構之振動特性相當吻合。

經由對吉他進行材料參數最佳化分析，可歸納如下：

1. 吉他雖為非等向性材料(anisotropic)，但在振動模態分析上，使用等向性材料(isotropic)，來模擬為非等向性性質的吉他具其可行性。
2. 在有限元素分析時，增加琴頸與琴頭的結構，材料參數會產生微小的改變，使得模態振型出現的數量產生變化，無此結構設計，則模態振型的數量不變。

6-2. 吉他與單獨共鳴箱之有限元素比較

本節在探討吉他(指包含琴頸與琴頭結構設計的共鳴箱)與單獨共鳴箱(指無琴頸與琴頭結構設計的共鳴箱)之頻率響應函數與模態參數之差異性。由於一般對共鳴箱進行實驗模態分析時，為了保持結構的完整，必須將琴頸與琴頭對共鳴箱產生的效應列入考慮，因此在進行有限元素分析時，對於共鳴箱增加了琴頸與琴頭結構設計所造成模態分析與簡諧分析之差異性，是值得做探討的。本實驗是對共鳴箱後板之z方向進行量測，其頻率量測範圍為0~1KHz。因此在有限元素分析時，對有無琴頸與琴頭設計的共鳴箱之z方向分別做分析與探討，其中分別有rigid body mode與flexible body mode。編號方式，在吉他(指包含琴頸與琴頭結構設計的共鳴箱)以英文單字GR代表吉他整體的剛體模態而GF代表吉他整體的彎曲模態振型，在單獨共鳴箱(指無琴頸與琴頭結構設計的共鳴箱)則以BR代表共鳴箱的剛體模態而BF代表共鳴箱的彎曲模態， Δ 表示有限元素分析之模態振型不易判斷。

6-2-1. 模態振型之探討

經由表5為FEA的吉他與單獨共鳴箱之模態振型對應表討論如下：

1. GF及BF，分別代表吉他與單獨共鳴箱之彈性模態，吉他由於包含琴頸與琴頭的振動特性，故其模態較單獨共鳴箱多，如GF1~GF3，GF6，GF8，GF10，GF17等，所辨識之模態特性亦如表6所示，舉例說明如下：
 - GF1為吉他本體第1個z方向彎曲模態以1st z-bending表示，餘此類推如GF3以2nd z-bending表示，GF6則以3rd z-bending表示，GF17則以4th z-bending表示等。
 - GF2為吉他本體第1個y方向彎曲模態以1st y-bending表示，餘此類推如GF8以2nd y-bending表示等。
 - GF10為琴頸與琴頭之x方向扭轉以1st x-torsion表示等。
2. 吉他與單獨共鳴箱相互對應之模態，如在GF4=125.54Hz，BF=125.54Hz，琴頸與琴頭無變形，呈現平板(1,1)mode之特性，GF4≈BF1幾乎相等，亦即琴頸與琴頭對共鳴箱之模態並無顯著影響，其他相互對應之模態，自然頻率值也都很相近，直到高頻率模態，才有幾Hz之差異，如GF37=868.19Hz，BF26=862.8Hz。
3. 共鳴箱之模態特性，概略以平板模態特性(i,j)表示，i及j分別代表x方向之變形狀態及y方向之變形狀態，在模態對應如GF4=BF1=(1,1)mode、GF7=BF3=(1,2)mode、GF11=BF5=(2,1)mode、GF13=BF7=(1,3)mode、GF15=BF9=(2,2)mode、GF18=BF11=(3,1)mode等。
4. GF25~GF44與BF17~BF33，分別代表吉他與單獨共鳴箱的模態，由於變得很不規則，很難去判別，但GF與BF的模態都還是有相互對應的情形，如GF26~GF30與BF17~BF21其頻率範圍為680.47Hz~750.07Hz與679.14Hz~749.29Hz、GF32~GF35與BF22~BF25其頻率範圍為775.66Hz~824.75Hz與774.16Hz~837.73Hz，以及GF37~GF44與BF26~BF33其頻率範圍為從868.19Hz~999.87Hz與862.8Hz~995.57Hz。

6-2-2. 自然頻率之比較

表6為吉他及單獨共鳴箱的自然頻率，模態對應如表5所示，討論如下：

1. GR1~GR6與BR1~BR6都為rigid mode，其頻率為0Hz。
2. 在單獨共鳴箱無對應模態的吉他模態，如GF1為1st z-bending、GF2為1st y-bending、GF3為2nd z-bending、GF6為3rd z-bending、GF8為2nd y-bending、GF10為1st x-torsion等。
3. 在單獨共鳴箱與吉他的模態相互對應中，可觀察

對應模態之間的誤差都在 $\pm 1\%$ 以下，而GF35及BF25則誤差1.57%。

由以上討論可知，吉他(指包含琴頸與琴頭結構設計的共鳴箱)與單獨共鳴箱(指無琴頸與琴頭結構設計的共鳴箱)之模態特性，歸納如下：

1. Rigid body mode之特性相同。
2. 吉他的flexible body mode有兩種特性：
 - 吉他本體模態
 - 共鳴箱模態
3. 吉他本體模態，係指琴頸與琴頭對共鳴箱之效應，有x-torsion、y-bending與z-bending的模態特性，一般而言，此類型模態，琴頸與琴頭的變形，遠大於共鳴箱變形。
4. 由共鳴箱模態，可發現有琴頸與琴頭時，對自然頻率及模態振型之影響不大，在低頻500Hz以下，幾乎無影響，在500~1000Hz之間則有5~15Hz之差異，所以就共鳴箱之設計，忽略琴頸與琴頭效應當屬合理。
5. 共鳴箱在低頻時，側板bending的現象不明顯，頻率越高時，bending越劇烈，此現象在無琴頸與琴頭結構的共鳴箱也有出現，由此得知此為共鳴箱本身所造成。

6-3. 模型驗證

本節在探討吉他共鳴箱之後板的實驗與理論之比較結果，包含頻率響應函數與模態參數(自然頻率、阻尼比及模態振型)，並且也對理論的單獨共鳴箱之後板與實驗結果做比較。在這實驗求得的模態以EM做簡稱，由於在相同模態下，單獨共鳴箱之有限元素分析求得的自然頻率與吉他之有限元素分析求得的自然頻率都有對應的情形，因此以符號#表示單獨共鳴箱與吉他吻合的模態振型，粗體字表示在進行最佳化所選擇的目標函數。

6-3-1. 頻率響應函數之驗證

由於吉他的結構複雜，在進行有限元素分析時，其簡諧分析，不易執行，因此只進行實驗頻率響應函數與合成頻率響應函數的驗證，圖6(a)、(b)為實驗頻率響應函數曲線與合成頻率響應函數曲線，其中輸入點與輸出點分別以(i,j)表示，分別探討(51,5)及(51,110)的頻率響應函數，此種頻率響應函數稱為轉移頻率響應函數(trans FRF)。在關聯性函數方面，圖7的(a)及(b)分別為(51,5)及(51,110)的關聯性函數，經由圖6及圖7所示，探討如下：

1. 0Hz~550Hz之間，實驗頻率響應函數曲線與合成頻率響應函數曲線相當吻合，且關聯性函數值曲線在共振點的值都趨近於1，反共振點處則趨近於0。
2. 550Hz~1KHz之間，實驗頻率響應函數曲線略高於合成頻率響應函數曲線並出現不明確峰值，且在

實驗頻率響應函數曲線末端有出現抖動情形，而關聯性函數則均有明顯的共振點與反共振點，但在末端亦出現抖動情形。

整體而言，0Hz~550Hz實驗品質相當良好，550Hz~1KHz，則由於使用塑膠衝擊槌導致實驗頻率響應函數峰質不明確與位移計動態範圍不足及雜訊並使得實驗頻率響應函數曲線末端出現抖動情形。

6-3-2. 模態振型之驗證

經由表7為吉他的理論與實驗之模態振型對應表討論如下：

1. GF與EM分別代表吉他的理論與實驗之彈性模態，其中在理論的0Hz~525Hz的模態與實驗的0Hz~514Hz，大部分均相當吻合，如GF2=EM1=1st y-bending mode、GF3=EM3=2nd z-bending mode、GF4=EM3=(1,1)mode、GF7=EM5=(1,2)mode、GF13=EM8=(1,3)mode、GF18=EM12=(3,1)mode、GF20=EM14(1,4)mode。
2. 在理論的0Hz~525Hz與實驗的0Hz~514Hz，因該出現對應的模態，如(2,1)mode及(2,2)mode，並沒有出現對應的模態。
3. 在理論的526~1KHz與實驗的515Hz~1KHz，則只有少部分模態相互對應，如GF24=EM15、GF27=EM16、GF34=EM17、GF41=EM18。
4. 在吉他的理論與實驗之對應模態中，除了吉他的整體模態，GF2=EM1=1st y-bending mode、GF3=EM3=2nd z-bending mode與單獨共鳴箱的模態無對應之外，其餘模態在單獨共鳴箱的模態亦與吉他的理論與實驗之模態對應。

6-3-3. 自然頻率之驗證

由表8吉他之理論與實驗的自然頻率與模態對應如表7所示討論如下：

1. 在吉他本體之對應模態，如GF2與EM1對應，自然頻率分別為67.9Hz與61.2Hz、GF3與EM2對應，自然頻率分別為83.22Hz與90Hz。
2. 在共鳴箱的第1個(1,1) mode，可發現其理論的自然頻率較實驗的自然頻率高，自然頻率分別為GF4=125.54Hz與EM1=104Hz。
3. 在較低頻時，理論與實驗之對應模態的自然頻率，其理論值均較實驗值低，如同為(1,1)mode，其GF5=160.15Hz<EM2=184Hz以及(1,2)mode，GF7=237.19Hz<EM4=260Hz。
4. 在低頻時，有些模態不夠明確，如(2,1)mode可能是EM7=322Hz、(2,2)mode可能是EM10=436Hz、EM11=468Hz。
5. 在理論的GF13~GF41與實驗的EM8~EM18，所出現的對應模態，均相當吻合，誤差在 $\pm 4\%$ 以下。

由以上討論可知，吉他之實驗與理論的模態特性及單獨共鳴箱的模態特性的綜合比較，歸納如下：

1. 由實驗與理論驗證，得知吉他的flexible body mode特性。
2. 第1個(1,1)mode的自然頻率，理論值高於實驗值。
3. 第2個(1,1)mode與(1,2)mode，理論值低於實驗值。
4. 實驗的(2,1)mode及(2,2)mode的振型不夠明確。
5. 由吉他之實驗與理論的模態特性驗證得知，在0~300Hz的模態振型，其實驗值與理論值誤差均較大約為±13%，而第1個(1,1)mode甚至有20Hz的誤差其原因可能是缺乏內部支撐結構所造成，在300Hz~1KHz之間則誤差在±4%以下。

6-3-4. 阻尼比之驗證

表9為阻尼比修正結果。由於在理論分析無法求得阻尼比，然而實驗過程中在位移計加上了加權函數，導致曲線嵌和所得到之阻尼比偏高，因此需加以修正，以符合實際之阻尼比。由修正結果表9得知，除了EM4、EM7、EM13與EM15之外，大致符合結構之阻尼比隨模態數增加而減少的現象。

7. 結論

本研究成功的以有限元素分析配合實驗模態分析，對吉他共鳴箱振動模態進行模型驗證，得到以下幾點結論：

1. 在實驗頻率響應函數曲線，所出現的前幾個峰值，為吉他本體的模態，然而無琴頸與琴頭結構設計的共鳴箱則無此現象。
2. 實驗頻率響應函數曲線，所出現的許多不明顯的峰值，是由於琴頸與共鳴箱相互影響所產生的，明顯的峰值，則為共鳴箱主要的模態振型。
3. 理論出現的第一個(1,1)mode與實驗的對應，但其自然頻率則明顯偏高，因此與學者Elejabarrieta[2,5]穩合，再跟無琴頸與琴頭結構的共鳴箱比對得知，琴頸與琴頭結構，並不會影響第一個(1,1)mode的自然頻率。
4. 實驗模態分析的(2,1)mode及(2,2)mode的振型不夠明確，原因可能為實驗固定敲擊點，在後板的標與柱上。
5. 共鳴箱的模態振型在1kHz附近都還有振型出現，表示振型在更高頻區域，都有可能出現。

8. 參考文獻

1. 王栢村，2001，電腦輔助工程與應用之實務與應用，全華科技圖書，第10-1-10-19頁。
2. Elejabarrieta, M. J., A. Ezcurra, and C. Santamaria,

2002, "Coupled Modes of the Resonance Box of the Guitar," *Acoustical Society of America*, Vol. 111, No. 5, pp. 2283-2292.

3. Caldersmith, G., 1994, "Designing a Guitar Family," *Applied Acoustics*, Vol. 46, pp. 3-17.
4. French, M., and G. Bissinger, 2001, "Testing of Acoustic Musical Instruments: Part 3. The Mechanics of Guitars," *Experimental Techniques*, Vol. 25, No. 1, pp. 45-48.
5. Elejabarrieta, M. J., C. Santamaria, and A. Ezcurra, 2002, "Air Cavity Modes in the Resonance Box of the Guitar: The Effect of the Sound Hole," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 252, No. 3, pp. 584-590.
6. Ezcurra, A., 1996, "Influence of the Material Constants on the Low Frequency Modes of a Free Guitar Plate," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 194, No. 4, pp. 640-644.
7. French, M., and Bissinger, G., 2001, "Testing of Acoustic Stringed Musical Instruments-an Introduction," *Experimental Techniques*, Vol. 25, No. 1, pp. 40-43.
8. Ricardo, R.B., 2002, "Vibration Measurement in the Classical Guitar," *Applied Acoustics*, Vol. 62, pp. 311-322.

Analysis of Vibration Characteristics for the Resonance Box of a Guitar

Bor-Tsuen Wang, Huiwen Hu, Jing-Shiang Su

National Pingtung University of Science and Technology

Abstract

This paper presents the use of finite element analysis (FEA) and experimental modal analysis (EMA) to perform model verification of the resonance box of a guitar. The finite element model of the guitar is first constructed and solved by ANSYS software to determine the structural modal parameters. The EMA is also carried out to measure the FRFs and so forth to obtain the modal parameters, including natural frequencies, and damping ratios, and mode shapes. The Taguchi method is also employed to optimally determine the material parameters to validate the finite element model. Both FRFs and modal parameters obtained from FEA and EMA, respectively, are compared and shown reasonable agreement. The vibration characteristics of guitar can be realized and useful for further design consideration.

Keyword: resonance box, guitar, modal parameters vibration characteristics, finite element, analysis, experimental modal analysis.

表1. 吉他參數之定義情形
(a) 吉他結構之尺寸定義

定義	規格描述	備註
吉他規格	$L \times B \times H = 1.04 \times 0.405 \times 0.102(m)$	
共鳴箱規格	共鳴箱長度 $l_0 = 0.5(m)$	
	響孔直徑 $2r = 0.1(m)$	
	板厚度 $t = 0.004(m)$	
琴頭與琴頭規格	琴頭長度 $l_1 = 0.38(m)$	概略尺寸
	琴頭長度 $l_2 = 0.17(m)$	
	琴頭與琴頭厚度 $h_0 = 0.02(m)$	

(b) 吉他結構之材料參數定義

定義	預設材料參數	備註
前板與後板	楊氏係數 $(E) = 1.4 \times 10^{10} (N/m^2)$	等向性材料
	蒲松比 $(\nu) = 0.3$	
	密度 $(\rho) = 1500 (Kg/m^3)$	
側板	楊氏係數 $(E) = 9 \times 10^9 (N/m^2)$	等向性材料
	蒲松比 $(\nu) = 0.3$	
	密度 $(\rho) = 1500 (Kg/m^3)$	
琴頭與琴頭	楊氏係數 $(E) = 3 \times 10^9 (N/m^2)$	等向性材料
	蒲松比 $(\nu) = 0.3$	
	密度 $(\rho) = 1500 (Kg/m^3)$	

表2. 使用儀器表

儀器名稱	型號
訊號分析儀	Model-20 SigLab
衝擊錘	086C03
加速度計(A)	PCB 352B10 Sensitivity:9.76 mv/g
加速度計(B)	PCB 352B10 Sensitivity:9.86 mv/g
加速度計(C)	PCB 352B10 Sensitivity:10.26 mv/g

表3. 因子水準配置表

因子	說明	水準一	水準二	水準三
A	前板與後板 楊氏係數	1.3×10^{10}	1.4×10^{10}	1.5×10^{10}
B	側板 楊氏係數	8×10^9	9×10^9	1×10^{10}
C	琴頭與琴頭 楊氏係數	1×10^9	2×10^9	3×10^9
D	吉他密度	1400	1500	1600

表4. 最佳化結果與誤差
(a) 對應模態的頻率誤差值


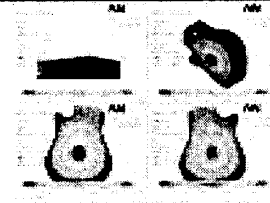
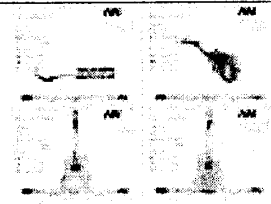
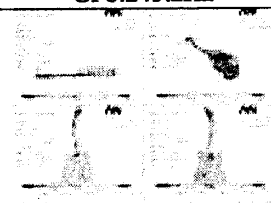
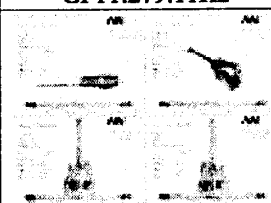
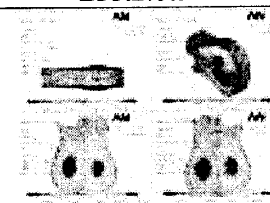
mode	FEA (Hz)	EMA (Hz)	error (%)
(1,3)	367.59	376	2.2893
(1,3)	388.04	390	0.5043
(3,1)	486.37	482	-0.8984
(3,1)	515	505	-1.9368
OBJ			10.053

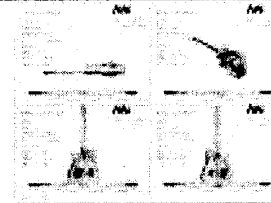
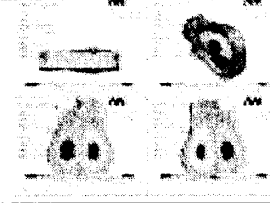
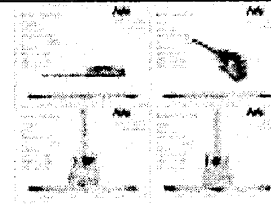
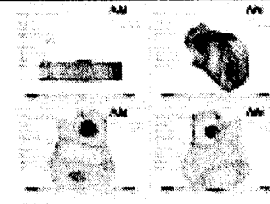
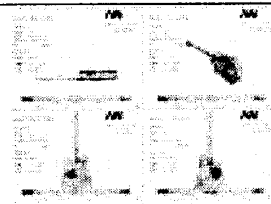
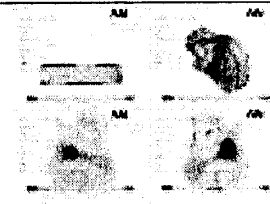
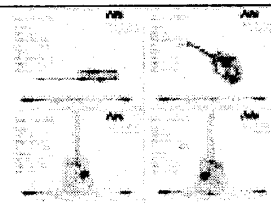

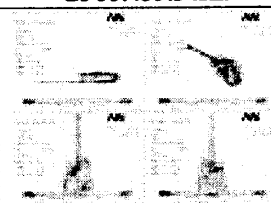
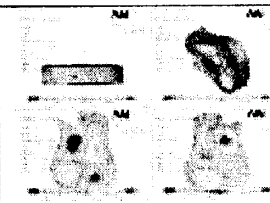
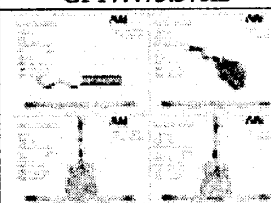
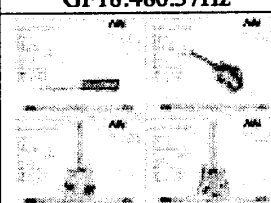
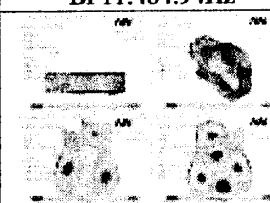
(b) 最佳化求得之材料參數

定義	材料參數
前板與後板	楊氏係數 $(E) = 1.43 \times 10^{10} (N/m^2)$
側板	楊氏係數 $(E) = 8.05 \times 10^9 (N/m^2)$
琴頭與琴頭	楊氏係數 $(E) = 4.35 \times 10^9 (N/m^2)$
吉他	密度 $(\rho) = 1600.3 (Kg/m^3)$

表5. 吉他與單獨共鳴箱之模態振型對應表

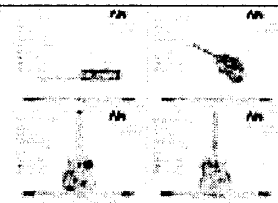
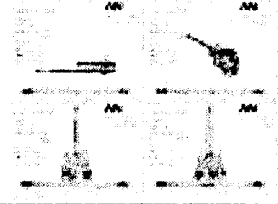
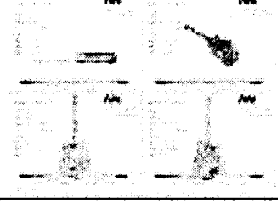
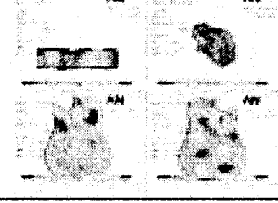
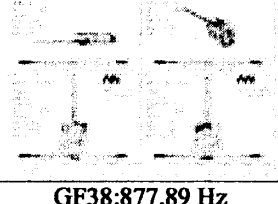
吉他之模態振型	共鳴箱之模態振型
GR1:18.542Hz	
	無對應模態
GR2:67.9Hz	
	無對應模態
GF3:83.22Hz	
	無對應模態
GR4:125.54Hz	BF1:125.54Hz

吉他之模態振型	共鳴箱之模態振型 (續)
GR5:160.15Hz	BF2:160.83Hz
	
GF6:234.46Hz	
	無對應模態
GF7:237.19Hz	BF3:236.8Hz
	
GF8:245.2Hz	
	無對應模態
GF9:261.8Hz	
	
GF10:268.88Hz	
	無對應模態
GF11:279.11Hz	BF5:279.1Hz
	

吉他之模態振型	共鳴箱之模態振型 (續)
GF12:309Hz	BF6:308.84Hz
	
GF13:367.59Hz	BF7:366.82Hz
	
GF14:388.04Hz	BF8:387.79Hz
	
GF15:430.53Hz	BF9:430.34Hz
	
GF16:435.34Hz	BF10:435.59Hz
	
GF17:473.37Hz	
	無對應模態
GF18:486.37Hz	BF11:484.94Hz
	

吉他之模態振型	共鳴箱之模態振型 (續)
GF19:515Hz 	BF12:512.92Hz
GF20:525.23Hz 	BF13:525.61Hz
GF21:557.38Hz 	BF14:558.61Hz
GF22:580.7Hz 	無對應模態
GF23:612.28Hz 	BF15:612.46Hz
GF24:629.05Hz 	BF16:629.55Hz
GF25:644.3Hz 	無對應模態

吉他之模態振型	共鳴箱之模態振型 (續)
GF26:680.47Hz 	BF17:679.14Hz
GF27:690.14Hz 	BF18:684.77Hz
GF28:723.09Hz 	BF19:717.96Hz
GF29:736.29Hz 	BF20:734.05Hz
GF30:750.07Hz 	BF21:749.29 Hz
GF31:754.5 Hz 	無對應模態
GF32:755.66 Hz 	BF22:774.16 Hz

吉他之模態振型	共鳴箱之模態振型 (續)
GF33:809.65 Hz	BF23:811.28 Hz
	
GF34:814.23 Hz	BF24:812.75 Hz
	
GF35:824.75 Hz	BF25:837.73 Hz
	
GF36:847.59 Hz	無對應模態
	
GF37:868.19 Hz	BF26:862.8 Hz
	
GF38:877.89 Hz	BF27:876.66 Hz
	
GF39:927.46 Hz	BF28:925.43 Hz
	

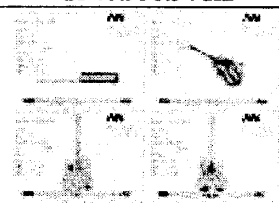
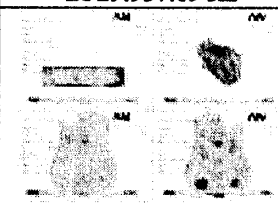
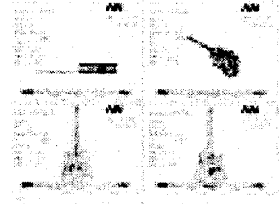
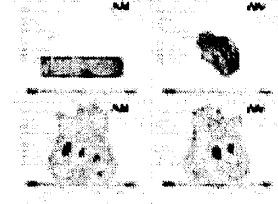
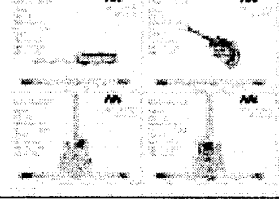
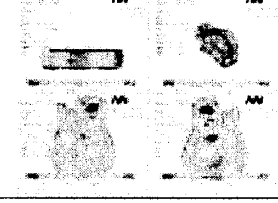
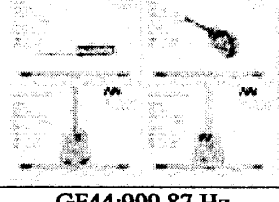
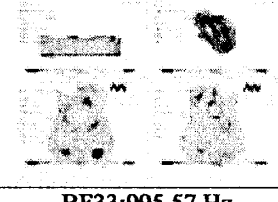
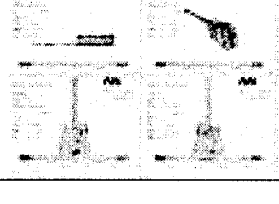

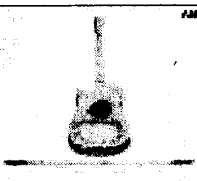
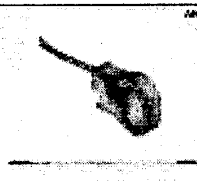
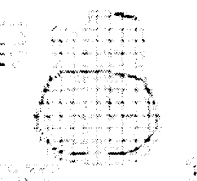
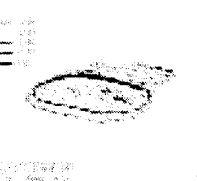
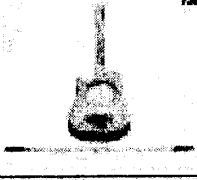

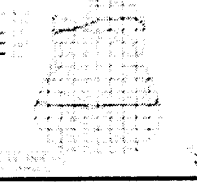
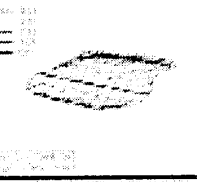
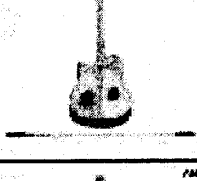
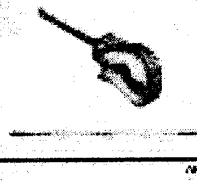
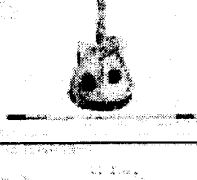

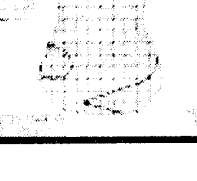
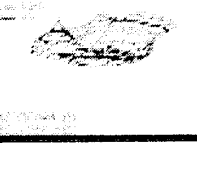
吉他之模態振型	共鳴箱之模態振型 (續)
GF40:938.54 Hz	BF29:937.69 Hz
	
GF41:951.29 Hz	BF30:949.83 Hz
	
GF42:963.17 Hz	BF31:962.69 Hz
	
GF43:975.45 Hz	BF32:968.66 Hz
	
GF44:999.87 Hz	BF33:995.57 Hz
	

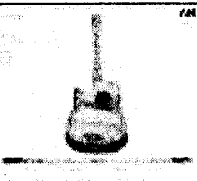
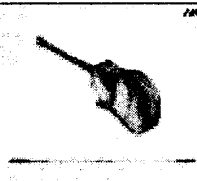
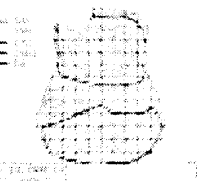
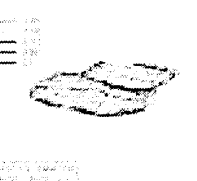
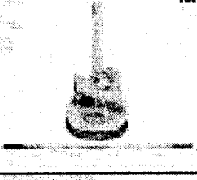

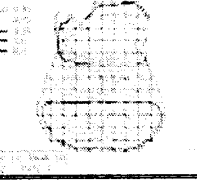
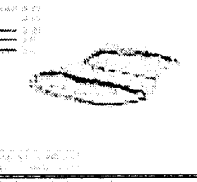
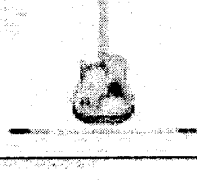
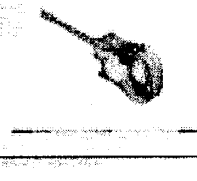
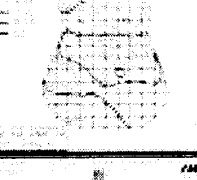
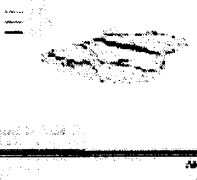
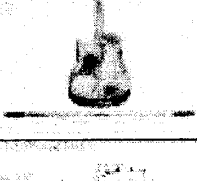

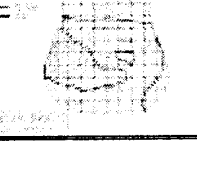
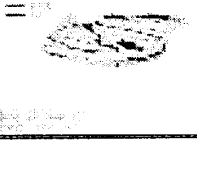
表6. 吉他與單獨共鳴箱之自然頻率對應表

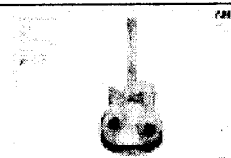


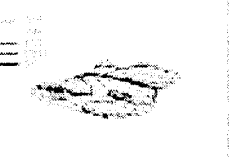
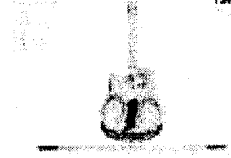

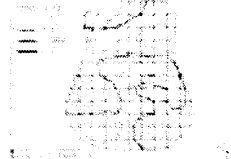

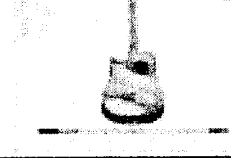
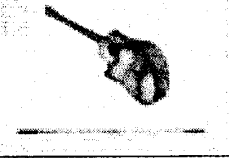
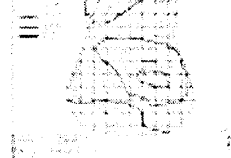
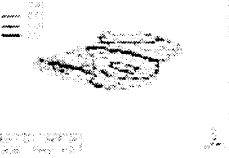


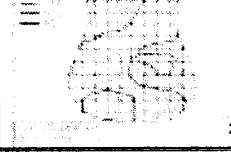

吉他			共鳴箱			誤差 %
編號	Hz	mode	編號	Hz	mode	
GR1	0	rigid	BR1	0	rigid	0
GR2	0	rigid	BR2	0	rigid	0
GR3	0	rigid	BR3	0	rigid	0
GR4	0	rigid	BR4	0	rigid	0
GR5	0	rigid	BR5	0	rigid	0
GR6	0	rigid	BR6	0	rigid	0
GF1	18.542	1 st z-bending				
GF2	67.9	1 st y-bending				
GF3	83.22	2 nd z-bending				
GF4	125.54	(1,1)	BF1	125.54	(1,1)	0
GF5	160.15	(1,1)	BF2	160.83	(1,1)	-0.42
GF6	234.46	3 rd z-bending				
GF7	237.19	(1,2)	BF3	236.8	(1,2)	0.16
GF8	245.2	2 nd y-bending				
GF9	261.4	(1,2)	BF4	259.77	(1,2)	0.62
GF10	268.88	1 st x-torsion				
GF11	279.11	(2,1)	BF5	279.09	(2,1)	0
GF12	309	(2,1)	BF6	308.84	(2,1)	0
GF13	367.59	(1,3)	BF7	366.8	(1,3)	0
GF14	388.04	(1,3)	BF8	387.79	(1,3)	0
GF15	430.53	(2,2)	BF9	430.34	(2,2)	0
GF16	435.34	(2,2)	BF10	435.59	(2,2)	0
GF17	473.37	4 th z-bending				
GF18	486.37	(3,1)	BF11	484.94	(3,1)	0
GF19	515	(3,1)	BF12	512.92	(3,1)	0.4
GF20	525.23	(1,4)	BF13	525.61	(1,4)	0
GF21	557.38	(1,4)	BF14	558.61	(1,4)	-0.22
GF22	580.7	Δ				
GF23	612.28	(2,3)	BF15	612.46	(2,3)	0
GF24	629.05	(2,3)	BF16	629.55	(2,3)	0
GF25	644.3	Δ				
GF26	680.47	Δ	BF17	679.14	Δ	0.16
GF27	690.14	Δ	BF18	684.77	Δ	0.78
GF28	723.09	Δ	BF19	717.96	Δ	0.71
GF29	736.29	Δ	BF20	734.05	Δ	0.14
GF30	750.07	Δ	BF21	749.29	Δ	0.1
GF31	754.5	Δ				
GF32	775.66	Δ	BF22	774.16	Δ	0.2
GF33	809.65	Δ	BF23	811.28	Δ	-0.2
GF34	814.12	Δ	BF24	812.75	Δ	0.12
GF35	824.75	Δ	BF25	837.73	Δ	1.57
GF36	847.59	Δ				
GF37	868.19	Δ	BF26	862.8	Δ	0.6
GF38	877.89	Δ	BF27	876.66	Δ	0.14
GF39	927.46	Δ	BF28	925.43	Δ	0.22
GF40	938.54	Δ	BF29	937.69	Δ	0.1
GF41	951.29	Δ	BF30	949.83	Δ	0.15
GF42	963.17	Δ	BF31	962.69	Δ	0
GF43	975.45	Δ	BF32	968.66	Δ	0.7
GF44	999.87	Δ	BF33	995.57	Δ	0.43

表7. 吉他之實驗與理論振型比較

編號 (Hz)	振型之正視圖	振型之3D視圖
GF2: 67.9		
EM1: 61.2		
GF3: 83.22		
EM2: 90		
#GF4: 125.54		
EM3: 104		
#GF5: 160.15		
EM4: 184		

編號 (Hz)	振型之正視圖	振型之3D視圖 (續)
#GF7: 237.19		
EM5: 260		
#GF9: 261.8		
EM6: 302		
#GF11: 279.11		
#GF12: 309		
EM7: 322		

編號 (Hz)	振型之正視圖	振型之3D視圖 (續)
#GF13: 367.59		
EM8: 376		
#GF14: 388.04		
EM9: 390		
#GF15: 430.53		
EM10: 436		
#GF16: 435.34		
EM11: 468		

編號 (Hz)	振型之正視圖	振型之3D視圖(續)
#GF18: 486.37		
EM12: 482		
#GF19: 515		
EM13: 505		
#GF20: 525.23		
EM14: 514		
#GF24: 629.05		
EM15: 636		

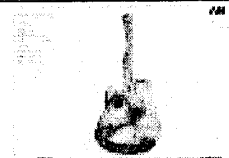



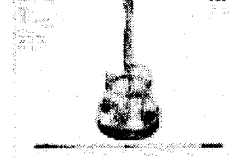
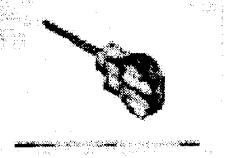
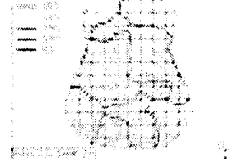

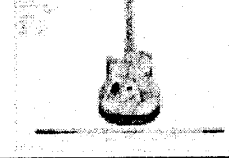

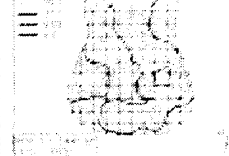

編號 (Hz)	振型之正視圖	振型之3D視圖(續)
#GF27: 690.14		
EM16: 679		
#GF34: 814.12		
EM17: 844		
#GF41: 951.29		
EM18: 921		

表8. 吉他之理論與實驗的自然頻率對照表

吉他之有限元素分析			吉他之實驗模態分析			誤差 %
編號	Hz	mode	編號	Hz	mode	
GF1	18.542	1 st z-bending				
GF2	67.9	1 st y-bending	EM1	61.2	1 st y-bending	-10.94
GF3	83.22	2 nd z-bending	EM2	90	2 nd z-bending	7.53
#GF4	125.54	(1,1)	EM3	104	(1,1)	-20.71
#GF5	160.15	(1,1)	EM4	184	(1,1)	12.57
GF6	234.46	3 rd z-bending				
#GF7	237.19	(1,2)	EM5	260	(1,2)	8.77
GF8	245.2	2 nd y-bending				
#GF9	261.4	(1,2)	EM6	302	(1,2)	13.44
GF10	268.88	1 st x-torsion				
#GF11	279.11	(2,1)				
#GF12	309	(2,1)	EM7	322		
#GF13	367.59	(1,3)	EM8	376	(1,3)	2.23
#GF14	388.04	(1,3)	EM9	390	(1,3)	0.5
#GF15	430.53	(2,2)	EM10	436		
#GF16	435.34	(2,2)	EM11	468		
GF17	473.37	4 th z-bending				
#GF18	486.37	(3,1)	EM12	482	(3,1)	-0.9
#GF19	514.5	(3,1)	EM13	505	(3,1)	-1.97
#GF20	525.23	(1,4)	EM14	514	(1,4)	-2.18
#GF21	557.38	(1,4)				
GF22	580.7	Δ				
#GF23	612.28	(2,3)				
#GF24	629.05	(2,3)	EM15	636	(2,3)	1.1
GF25	644.29	Δ				
#GF26	680.47	Δ				
#GF27	690.14	Δ	EM16	679		-1.62
#GF28	723.09	Δ				
#GF29	736.29	Δ				
#GF30	750.07	Δ				
GF31	754.5	Δ				
#GF32	775.66	Δ				
#GF33	809.65	Δ				
#GF34	814.12	Δ	EM17	844		3.54
#GF35	824.75	Δ				
GF36	847.59	Δ				
#GF37	868.19	Δ				
#GF38	877.89	Δ				
#GF39	927.46	Δ				
#GF40	938.54	Δ				
#GF41	951.29	Δ	EM18	921		-3.28

表9. 阻尼比修正結果

編號	自然頻率(Hz)	實驗阻尼(%)	修正阻尼(%)
EM1	61.2	2.72	1.97
EM2	90	2.1	1.59
EM3	104	2.74	2.33
EM4	184	0.61	0.357
EM5	260	2.04	1.86
EM6	302	1.19	1.04
EM7	322	0.815	0.67
EM8	376	1.48	1.36
EM9	390	1.14	1.02
EM10	436	0.627	0.52
EM11	468	0.354	0.26

(續)	自然頻率(Hz)	實驗阻尼(%)	修正阻尼(%)
EM12	482	0.73	0.63
EM13	505	0.0918	0.001
EM14	514	0.46	0.37
EM15	636	0.17	0.093
EM16	679	0.26	0.187
EM17	844	0.2	0.146
EM18	921	0.0221	-0.03



圖1. 吉他結構之示意圖

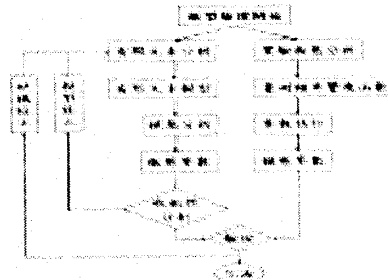
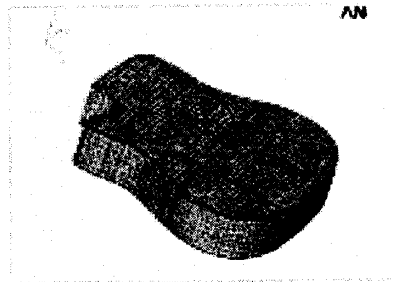
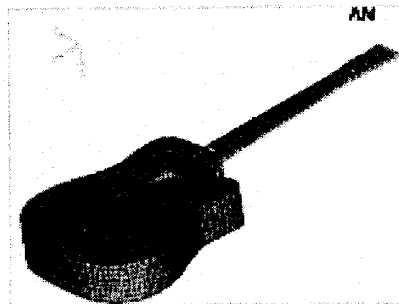


圖2. 模型驗證流程圖



(a) 單獨共鳴箱之元素分割情形



(b) 吉他之元素分割情形
圖3. 有限元素模型示意圖

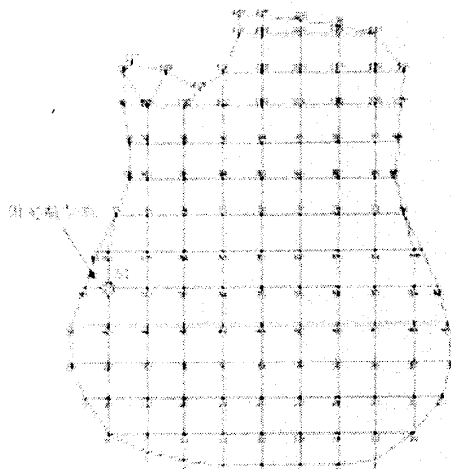
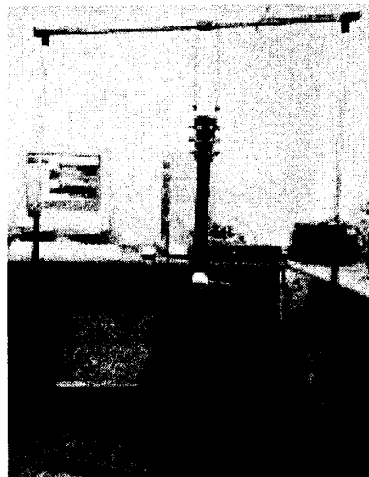
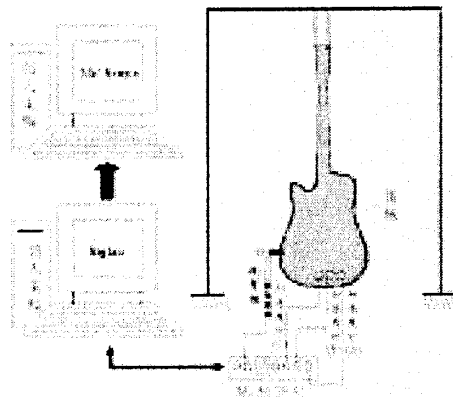


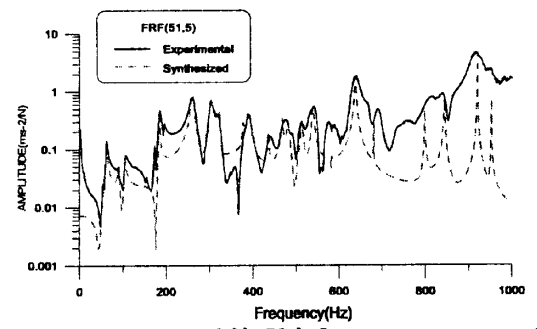
圖4.量測點規劃情形



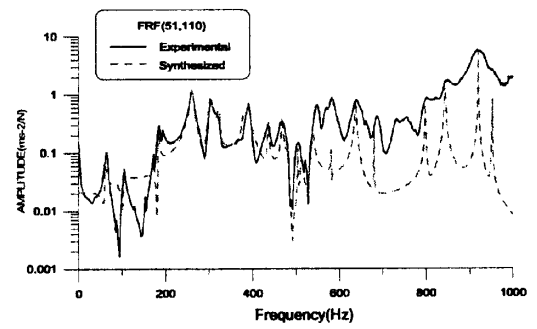
(a) 吉他實際架設情形



(b) 儀器架構圖
圖5.實驗設備架構圖

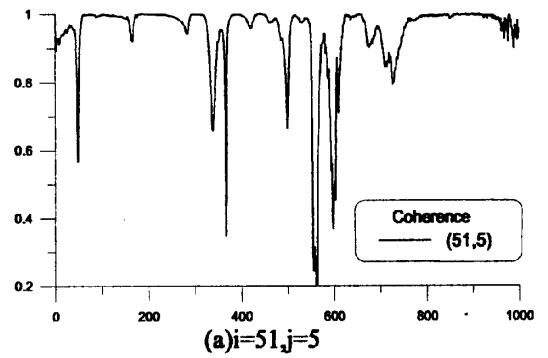


(a) $i=51, j=5$

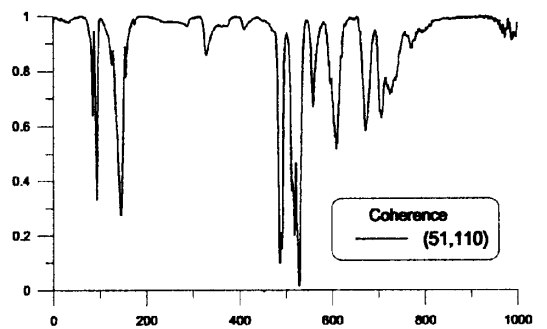


(b) $i=51, j=110$

圖6.實驗與實驗合成之頻率響應函數曲線



(a) $i=51, j=5$



(b) $i=51, j=110$

圖7.關聯性函數