

## 碳纖維高爾夫球桿材料機械性質探討

王栢村 洪研庭 劉文全

國立屏東科技大學 機械系

屏東縣內埔鄉學府路 1 號

### 摘要

本文結合有限元素分析與實驗模態分析對碳纖維高爾夫球桿進行模型驗證，並求得其等效材料機械性質，包括楊氏係數及蒲松比。首先以三維立體元素建構球桿之有限元素模型，進行模態分析求得球桿於自由邊界條件之自然頻率及模態振型，並進行簡諧響應分析可得頻率響應函數。此外，也對球桿進行傳統實驗模態測試，以衝擊錘為驅動器、加速度計為感測器，實驗量測得一組頻率響應函數，再以曲線嵌合軟體擷取球桿之模態參數，亦即自然頻率、阻尼比及模態振型。以實驗所得之球桿自然頻率為基準進行最佳化分析，以求得球桿之楊氏係數及蒲松比，使有限元素分析與實驗量測之模態參數相吻合，即可驗證球桿之分析模型。未來可應用於含球頭高爾夫球桿之應力或振動特性之應用分析。

關鍵詞：有限元素分析、實驗模態分析、模型驗證、楊氏係數、蒲松比、模態參數

### 一、前言

隨著國民生活品質的提升，閒暇時的休閒活動也相對的被大眾所重視。以往被一般民眾所認定為高等級的休閒運動—高爾夫球，亦隨著潮流的趨勢變得更普及化，幾乎成為人人皆可從事的休閒運動。因此，在市場的需求下，各家廠牌的高爾夫球桿紛紛出籠；由於消費者的選擇眾多，業者也不得不球桿的品質上加以改良，使其對使用者而言更具舒適度，而求得消費者的青睞。高爾夫球桿材質的演進由先前的鐵桿、鋁桿到現在大部份以碳纖維為主的階段，主要是因為碳纖維此種材料具有高強度、高韌性、重量輕等特性，故非常適合運用在高爾夫球桿的材質上。不過對於碳纖維材質在打擊時的受力情形並沒有詳細的參考資料來做探討，所以碳纖維桿的品質特性頗具有研究之價值。

球桿振動之特性分析與設計之考量已逐漸受到學術單位及製造廠商所重視，國內外皆有相關之文獻可做探討。王和黃[2]高爾夫球桿振動模態參數之測定，本文以 ANSYS 分析軟體架構三種有限元素模型進行模態分析(modal analysis)分別求取其模態參數，並與實驗模態分析所量得之模態參數做比對，然後進行有限元素模型之修正。探討其不同模型之適應性，同時亦進行簡諧分析(harmonic analysis)求取頻率響應函數再與實驗模態分析所求得之頻率響應函數進行比對驗證。經由兩種分析比較各種結果顯示，有限元素分析模型可視為此高爾夫球桿之實驗模型。王和吳[3]應用實驗模態分析於高爾夫球頭素料之材料性質測定，將材料試片模擬成懸臂樑的形式，以實驗模態分析的方法求得材料之自然頻率，再配合半點能量法與阻尼比修正的方法，進而比對實驗模態分析與有限元素分析所求得之自然頻率以得到材料的楊氏係數。Hwang and Chang [4] 分

別對鋁材與碳纖維/環氧樹脂複合材做實驗；對鋁材的實驗是用以比較邊界條件在完全 free 的情況下與一端固定的情況下，分別得到的彈性係數的差別大小，結果顯示在越接近固定端的位置，兩種邊界條件所分別得到的彈性係數值的差異越大；而對碳纖維/環氧樹脂複合材的實驗是用以比較不同尺寸、內部堆疊關聯性的情況下，分別對彈性係數的求取有何影響，由結果顯示，以上兩種不同的情況，對所得的彈性係數值並無影響。Hocknell et al.[5]利用非接觸式雷射振動儀及電子光束干涉技術求得空心高爾夫球頭之振動模態特性，藉以驗證有限元素分析分析所得之結果正確性。pelz [6]建立一個其專屬的資料庫和能改善分析的碳纖維桿有限元素模型，以使將來在進行此類實驗時能有一個數學上的依據以做印證與改進。

本文是藉由實驗模態分析與 ANSYS 所求得的模態參數來作模型驗證，進而以實驗之自然頻率對照 ANSYS 最佳化分析所得的自然頻率以求得材料之楊氏係數及蒲松比。

### 二、問題定義及分析目標

#### 1.問題定義：

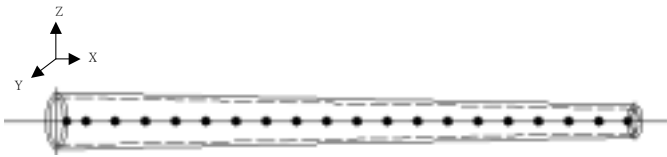
高爾夫球桿之尺寸如表一。本文所用的高爾夫球桿是碳纖維材質為一錐形中空的球桿如圖一。

#### 2.分析目標：

以有限元素分析進行模態分析求取模態參數，並與實驗模態分析所量得球桿之模態參數進行比較驗證，包括自然頻率、振型、阻尼比，確定有限元素分析模型之正確性，並由 ANSYS 最佳化分析求得碳纖維球桿之材料性質。

表一、高爾夫球桿材料性質

材質	碳纖維
總長 L(mm)	1145
桿最大外徑 D1(mm)	15.54
最大內徑 d1(mm)	12.94
桿最小外徑 D2(mm)	9.44
桿最小內徑 d2(mm)	4.08
桿重(g)	82.5
桿密度(kg/m <sup>3</sup> )	1545.7



圖一、碳纖維桿示意圖

### 三、分析方法及步驟

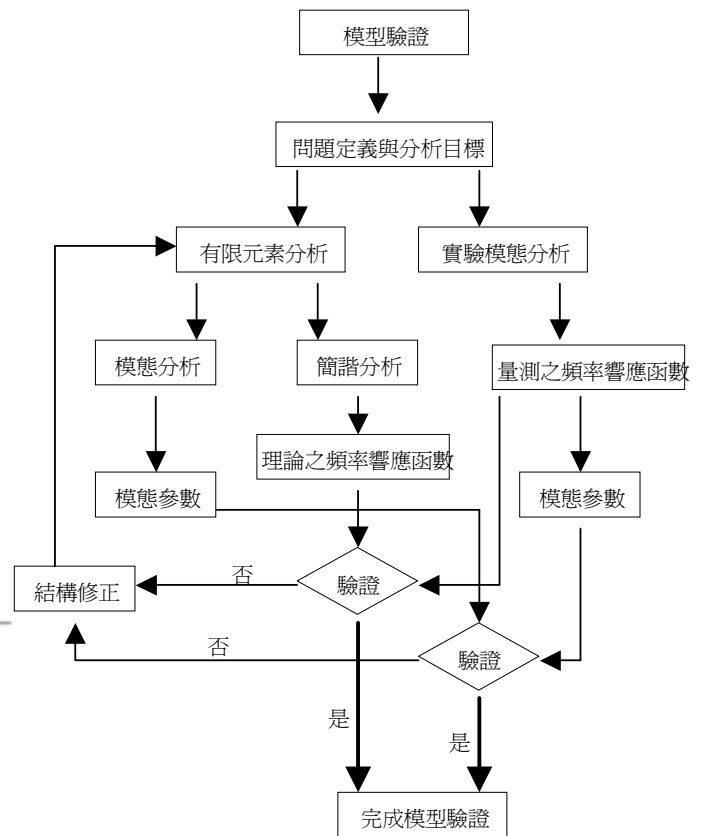
整體流程如圖二，首先利用有限元素分析軟體以立體元素架構碳纖維桿的有限元素模型，以進行有限元素分析，求得其模態參數，並對真實碳纖維球桿進行實驗模態分析，以求得球桿頻率響應函數及模態參數：包括自然頻率、阻尼及模態振型，然後以實驗求得的數據為主，對理論分析的有限元素模型進行修整，以確認有限元素模型之正確性，之後再進行簡諧分析求取理論頻率響應函數，並與實驗模態分析求得的頻率響應函數進行比較驗證，最後得到一個能代表實際結構之有限元素模型。

#### 1.有限元素分析：

- 首先在 ANSYS 架構球桿有限元素模型，將球桿區分為 19 段。所使用元素形式為線性立體元素(SOLID45)如圖三。
- 結構之分割在球桿部份為 19 等份共 20 點，位移限制採用球桿兩端皆為 free-free 的方式，負荷在 20 點中第四點的位置。進行模態分析求取模態參數，並將分析所得結果與實驗模態分析所得結果作比較，以求得到一個和實際狀況互相符合的有限元素模型，並得到其材料性質包含： $E_x$ 、 $\nu_{xy}$ 、 $G_{xy}$ 。

#### 2.實驗模態分析：

- 本文的實驗架構情形如圖四所示，首先將衝擊錘用導線接於訊號分析儀之 Channel A，其次再將加速度計用導線經過電荷放大器接於訊號分析儀之 Channel B，再透過 IEE-488 介面將訊號分析儀與個人電腦相連接。
- 實驗的動作原理為，利用衝擊錘對高爾夫球桿激振，利用加速



圖二、碳纖維桿模型驗證之流程



圖三、有限元素模型分割圖

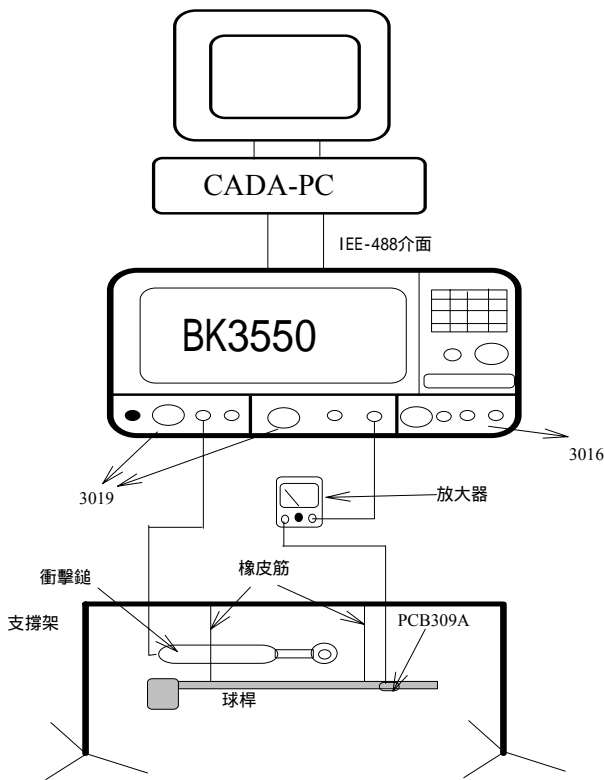
度計作感測器，量取結構之響應訊號，經過電壓放大器將訊號傳入雙頻道訊號分析儀，由訊號分析儀對輸入之訊號作快速傅立葉轉換，求得球桿的頻率響應函數和關聯連性函數。

- 最後再將所得到的頻率響應函數傳入 CADA-PC 軟體作曲線拟合(curve fitting)工作，則可得到球桿模態參數。本實驗所使用之實驗儀器及其型號如表二。
- 實驗過程中，首先須完成 BK 3550 訊號分析儀設定，頻寬設為 0~800Hz，解析條數為 800 條，本實驗驅動器因使用衝擊錘，所以加 Transient 加權函數，在感測器之加速度響應加 Exponential 加權函數。
- 實驗模態分析之方式是固定衝擊錘擊的位置移動加速度計。以固定敲擊在球桿等份劃分的 20 個測試點中的第 4 點如圖五所示，而移動加速度計在球桿上的每一測試點，由量測出的響應

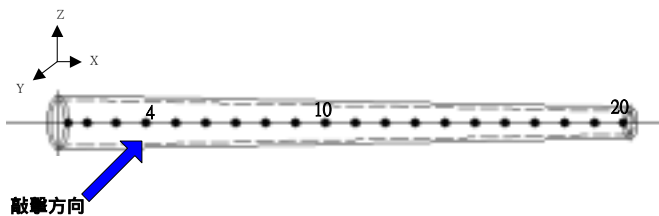
經由訊號放大器傳入訊號分析儀作分析，即可得到 20 組頻率響應函數，將之傳入 CADA-PC 軟體作曲線嵌合，以求取球桿的模態參數。分別對 Y 平面進行完整之模態測試。

表二、使用之儀器一覽表

儀器名稱	型號
雙頻道訊號分析儀	BK 3550
衝擊槌	BK 8202
加速度計	PCB 309A
加速度計之電荷放大器	PCB 480E09
曲線嵌何軟體	LMS CADA-PC



圖四、實驗架構圖



圖五、高爾夫球桿敲擊方向示意圖

3.最佳化分析：

利用有限元素分析中的最佳化分析來驗證所求得的材料性質是否相互符合，或利用最佳化分析來求取最佳可行的材料性質以應用作為球桿實際製造時改進的一種參考依據，其設定條件為：

$$\text{目標函數： } \Phi = \sum_{n=1}^4 \left[ \frac{(f_i - \hat{f}_i)}{\hat{f}_i} \right]^2 \quad (1)$$

$\hat{f}_i$  = 實驗所得之自然頻率

$f_i$  = 有限元素分析所得之自然頻率

設計變數：楊氏係數值  $E_x$ 、 $\nu_{xy}$

四、結果與討論

1.模型驗證之結果：

a. 自然頻率之比較：

對碳纖維球桿 Y 平面所得之實驗模態分析及有限元素分析之頻率比較如表三所示。由表三可觀察出其誤差約-2.95~2.59%，故所建立之有限元素模型可代表實際結構之模型。

在最佳化分析方面，以實驗模態分析所得之自然頻率作為依據，經由 ANSYS 最佳化分析所得的自然頻率做比對，在表三的數據顯現其誤差值極小，因此就可得高爾夫球桿之材料性質。

b. 阻尼比：

實驗模態分析所得碳纖維高爾夫球桿之阻尼比如表四所示。

c. 模態振型之比較：

圖六為 EMA 與 FEA 模態振型之比較，三角形所形成的曲線為實驗模態分析，圓形所形成的曲線為有限元素分析。由圖六可觀察出其模態振型大致相同，因此理論與實驗為模態振型特性之節點及形狀相當吻合。

d. MSF 與 MAC 之比較：

表五、表六分別為理論振型與實驗振型之 MSF 與理論振型與實驗振型之 MAC。由表五、表六可觀察出 MSF、MAC 矩陣之對角線值皆大於 0.9 以上，顯示理論與實驗之相關性高，相當地吻合。

e. 頻率響應函數(FRF)圖形與關聯性函數 (Coherence)圖形之對照：

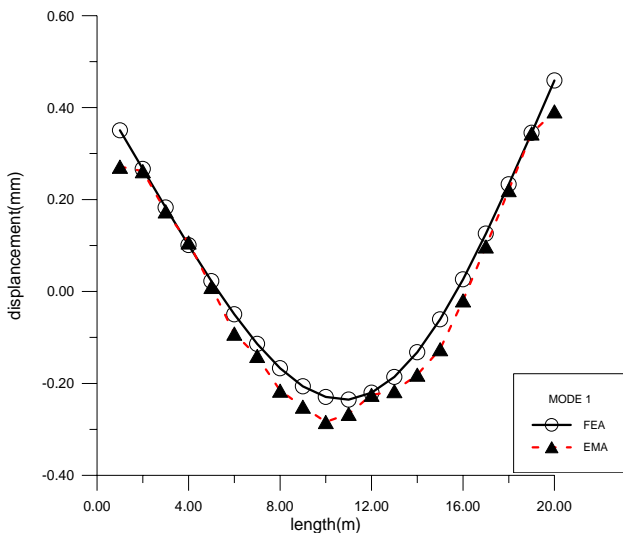
從高爾夫球桿 20 點中取量測點第 1、4、10 及 20 點，如圖七(a)、(b)、(c)、(d)所示。在完成實驗模態分析與有限元素分析所得之模態振型後，由頻率響應函數圖形的比對結果顯示都相當地吻合，因此有限元素模型可以模擬實際之球桿，利用此有限元素模型可進行其他球桿的研究分析。

表三、EAM 與 FEA 自然頻率(Hz)之比較

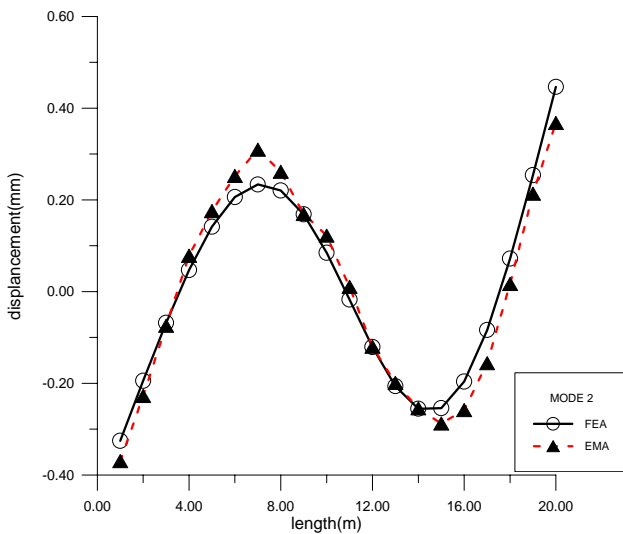
模態數	EMA	FEA	誤差值%
Mode 1	84.002	81.52	-2.95
Mode 2	229.001	224.81	-1.83
Mode 3	448.001	446.71	-0.29
Mode 4	736.433	755.52	2.59

表四、碳纖維高爾夫球桿之阻尼比

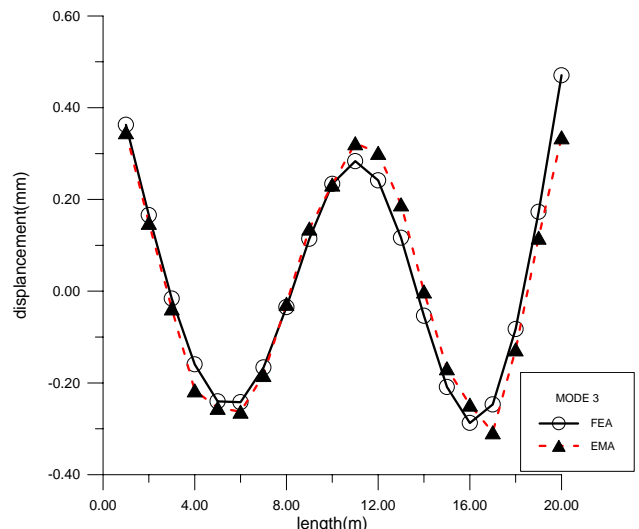
模態數	實驗組尼比 $\zeta$ (%)	修正後阻尼比 $\zeta$ (%)
Mode 1	0.71	0.136
Mode 2	0.30	0.089
Mode 3	0.20	0.092
Mode 4	0.26	0.194



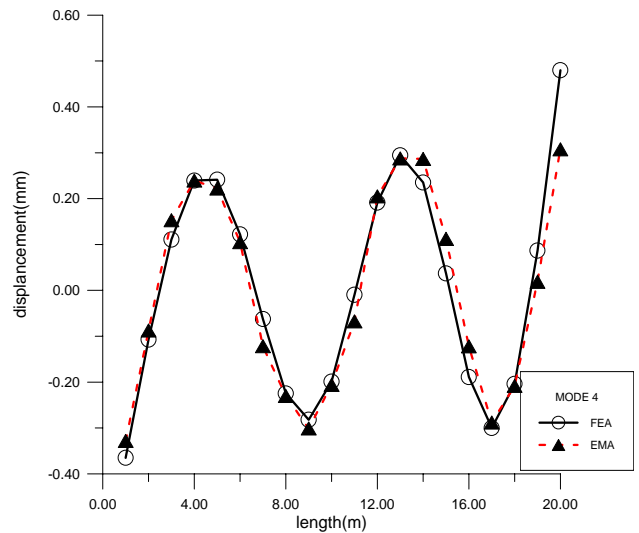
(a) 第一個模態振型



(b) 第二個模態振型



(c) 第三個模態振型



(d) 第四個模態振型

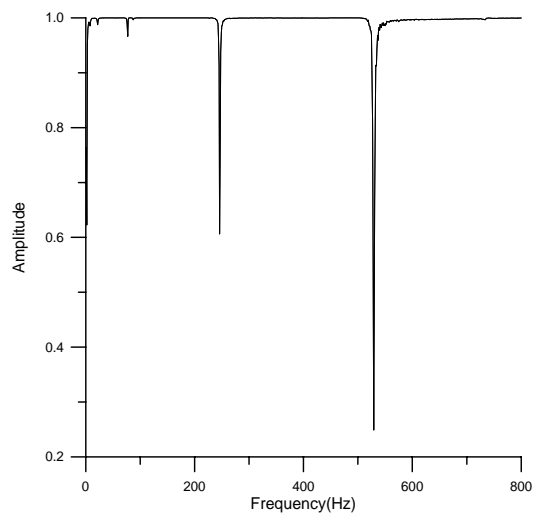
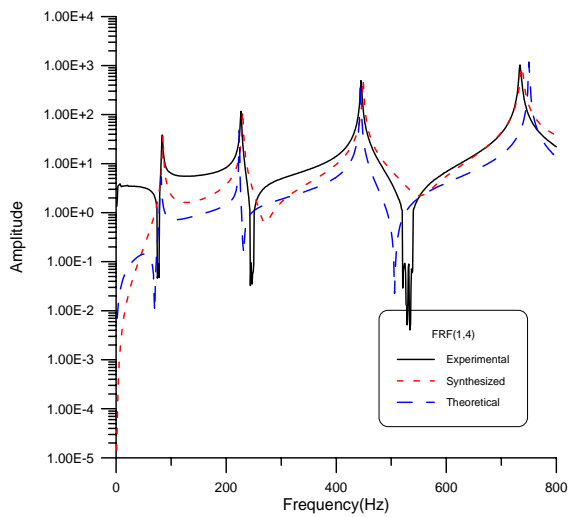
圖六、EMA 與 FEA 模態振型之比較圖

表五、理論振型與實驗振型之 MSF

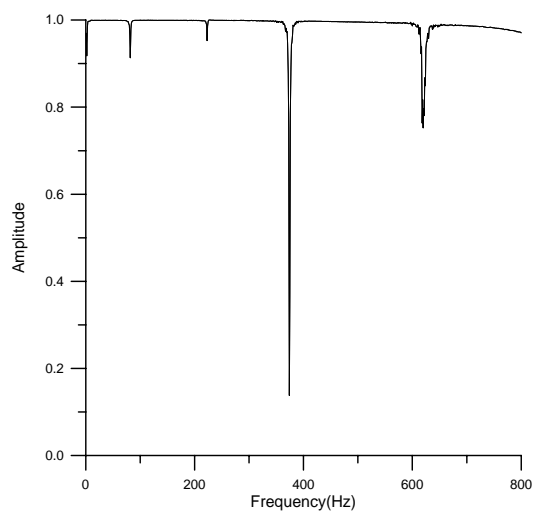
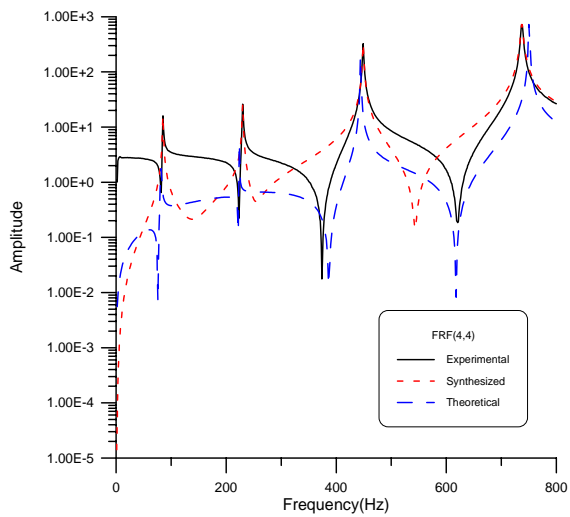
	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
Mode 1	-0.957-i0.0618	-0.1281+i0.008	-0.1657+i0.092	-0.0869-i0.016
Mode 2	0.0148+i0.0114	-0.9695-i0.077	-0.0468-i0.021	-0.222-i0.0897
Mode 3	0.0373+i0.0400	-0.042-i0.0004	0.969+i0.0815	0.790+i0.01091
Mode 4	-0.0076+i0.016	-0.0226-i0.084	0.01098+i0.023	-0.930+i0.2233

表六、理論振型與實驗振型之 MAC

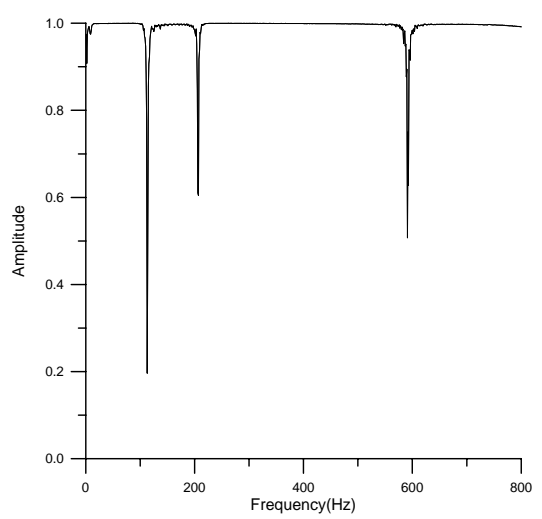
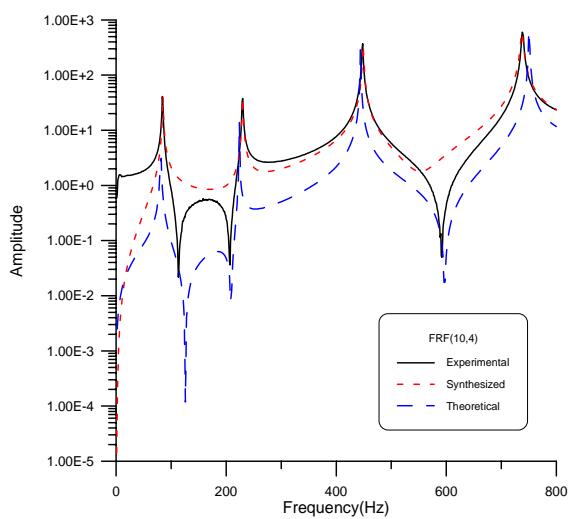
	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
Mode 1	0.92111	0.016504	0.035945	0.0078252
Mode 2	0.00035064	0.94601	0.0026359	0.057769
Mode 3	0.0029982	0.001805	0.94612	0.0063659
Mode 4	0.00033668	0.0076466	0.0006828	0.91644



(a)  $i=1, j=4$  (輸出點：第 1 點，輸入點：第 4 點)

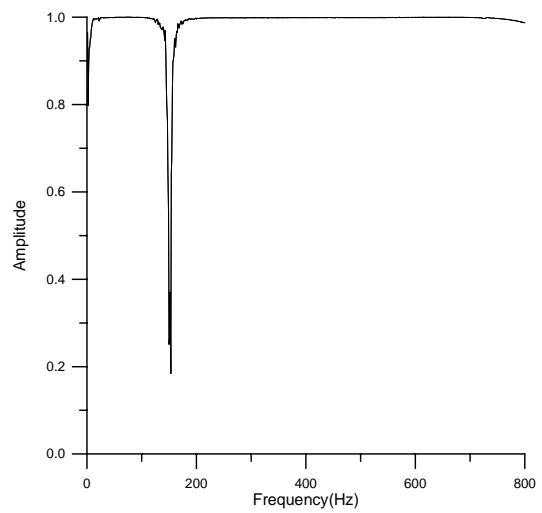
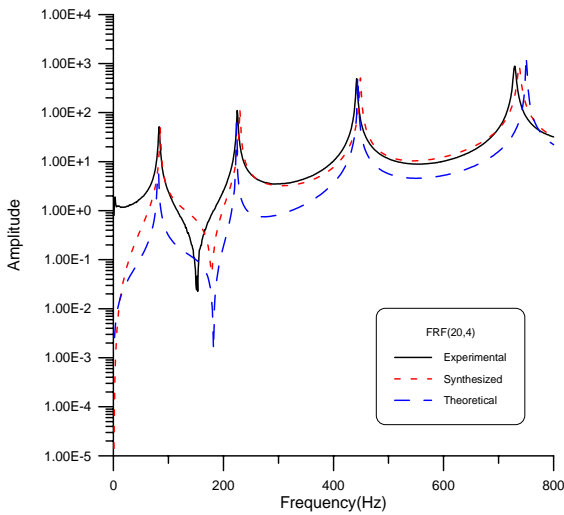


(b)  $i=4, j=4$  (輸出點：第 4 點，輸入點：第 4 點)



(c)  $i=10, j=4$  (輸出點：第 10 點，輸入點：第 4 點)

圖七、頻率響應函數與關聯性函數之圖形



(d)  $i=20, j=4$  (輸出點：第 20 點，輸入點：第 4 點)

圖七、頻率響應函數與關連性函數之圖形 (續)

2. 球桿材料性質最佳化分析之結果：

以實驗模態分析所得之自然頻率作為依據，經由 ANSYS 最佳化分析所得的頻率做比對，所求得的  $E_x$ 、 $\nu_{xy}$ 、 $G_{xy}$  值如表七。

五、結論與建議

本文以有限元素分析及實驗模態分析對高爾夫球碳纖維桿進行模型驗證，並求得其球桿之材料性質，主要結論如下：

1. 由於碳纖維高爾夫球桿為複合材料，但因本文是以等向性材料做分析並無法完全吻合實際物體，必須以非等向性材料分析才能得到較正確的材料性質。
2. 本文只對球桿做分析，未來可應用於含球頭高爾夫球桿之應力或振動特性之其他應用分析。

六、致謝

感謝大田精密鑄造公司提供高爾夫球桿及相關資訊，使得本實驗得以順利完成。

表七、最佳化分析所得之  $E_x$ 、 $\nu_{xy}$ 、 $G_{xy}$  值

$E_x$	60.875E9 ( $N/m^2$ )
$\nu_{xy}$	0.30554
$G_{xy}$	0.233E11

七、參考文獻

1. 璩春暉，蔡鋒儒，劉建志，2002，「高爾夫球木桿振動品質特性分析」，2002 年國立屏東科技大學論文集，國立屏東科技大學機械工程系，第 12-1~12-11 頁。
2. 王栢村，黃瑞光，1999，「高爾夫球桿振動模態參數之測定」，中華民國力學學會第二十三屆全國力學會議論文集，新竹市，第 457-464 頁。
3. 王栢村，趙志燁，吳建德，1999，「應用實驗模態分析於高爾夫球頭素料之材料性質測定」，中華民國振動與噪音工程學會第七屆學術研討會論文集，第 68-72 頁。
4. Hwang, S. F., and Chang, C. S., 2000, "Determination of Elastic Constants of Materials by Vibration Testing," *Composite Structures*, Vol. 49, pp. 183-190.
5. Hocknell, A., Mitchell, S. R., Jones, R., and Rothberg, S. J., 1998, "Hollow Golf Club Head Modal Characteristics: Determination and Impact Application," *Journal of Transportation Engineering*, Vol. 38 pp. 173-180.
6. Pelz, D., 1990, "Science Equipment Development and Standard," *Proceedings of the First World Scientific Congress of Golf 9-13<sup>th</sup>*, pp. 264-269.

## **Determination of Mechanical Properties for the Golf**

### **Club Shaft**

Bor-Tsuen Wang Yan-Ting Hong Wen-Chuan Liu

Department of mechanical engineering

National Pingtung University of Science and Technology

### **Abstract**

This paper presents the model verification of FRP golf shaft by both the finite element analysis (FEA) and experimental modal analysis (EMA). The mechanical properties, i.e. Young's modulus and Poisson ratio, of the golf shaft can then be determined. First, the finite element model of the golf shaft is constructed by 3-D solid elements. Both modal analysis and harmonic response analysis are performed, respectively; therefore, modal parameter and frequency response function (FRF) can be obtained. Conventional experimental modal testing is then performed. A series of FRF's can be measured and processed to extract the modal parameters, including natural frequencies, damping ratios and mode shapes. Based on the experimentally determined natural frequencies, optimum analysis is also performed to predict the Young's modulus and Poisson ratio such that both analytical and experimental modal parameters agree well. The analytical model of the golf shaft can thus be validated and utilized for other analysis.