

壓電薄膜感應器於懸臂樑實驗模態分析之有限元素模型驗證

王栢村

陳柏宏

陳榮亮

國立屏東科技大學

國立屏東科技大學

工業技術研究院 量測技術發展中心

機械工程技術系 教授 機械工程技術研究所 研究生

振動聲量研究室 副工程師

摘要

本文主要是利用有限元素分析軟體(ANSYS)對懸臂樑結構搭配壓電薄膜感應器做理論模型分析，模擬一陣列之方形壓電薄膜感應器黏貼在懸臂樑結構表面上，受點力激振之振動模態分析，並針對有限元素理論分析與實驗模態分析之自然頻率、振型及頻率響應函數等模態參數做驗證。在有限元素分析中懸臂樑結構使用三維立體元素(Solid45)，壓電薄膜使用三維耦合場立體元素(Solid5)，將壓電薄膜與懸臂樑之結構幾何模型耦合在一起，首先對此結構進行模態分析，求得結構之自然頻率與振型，其次再進行簡諧響應分析，進而擷取壓電薄膜之電壓輸出，求得結構之頻率響應函數，最後再經由有限元素分析與實驗模態分析之模態參數做比較。根據比較結果顯示，有限元素分析與實驗模態分析之自然頻率、振型與頻率響應函數結果相吻合。因此本文證明利用有限元素分析模擬壓電薄膜感應器之可行性，並且可以應用在其他複雜結構，將可從事壓電材料之振動模擬分析。

關鍵字：有限元素分析、懸臂樑、壓電薄膜感應器、模態分析、三維立體元素、三維耦合場立體元素、頻率響應函數、模態參數

一、前言

由於壓電(piezoelectric)材料具有體積小、質量輕及其壓電效應之特性，所謂壓電效應即壓電材料受高壓極化後，施加電場於材料，會使材料產生應變；相反的，當材料產生變形時，會使材料產生電壓差等特性，所以壓電材料非常適合做驅動器(actuator)及感應器(sensor)，而由於壓電薄膜(Polyvinylidene fluoride, PVDF)質薄出力較小比較適合做感應器 [1]。因此壓電薄膜應用在結構從事感應器之理論模式有 Hubbard [2] 應用壓電薄膜均佈參數模式(Distributed Parameter Model)於尤拉樑(Bernoulli-Euler Beam)結構上，推導出壓電薄膜驅動器及感應器均佈參數模式之控制理論，可應用於大型空間結構之主動振動控制設計。Lee and Moon [3] 及 Collins et al. [4] 發展出特定形狀壓電薄膜之感測器，可得到結構特定之模態，由於其特定形狀之壓電薄膜可明顯的得出模態之動態特徵，所以可以減少雜訊之干擾，可應用在量測與激振結構特定模態之控制。Galea et al. [5] 利用壓電薄膜感測器對螺絲所合成的結構作破壞偵測及追蹤，判斷結構及材料變化特性。

壓電材料之有限元素分析模式有，Allik and Hughes [6] 根據有限元素法推導出壓電振動模態之公式，此有限元素公式包含壓電與電彈(electroelastic)的效應，並以四面體有限元素之原理，應用在三維之電彈(electroelasticity)的問題上。Boucher et al. [7] 利用攝動方法(perturbation method)以數值計算方式，求得壓電轉換器之特徵模

態(eigenmode)，並以有限元素法利用三維立體壓電元素，討論 PZT4 壓電轉換器在不同尺寸下，壓電轉換器共振與反共振之頻率預測，以及聲音輻射之預測分析。Kunkel et al. [8] 應用有限元素法求得壓電晶片圓盤(disk)之自然振動模態，並探討圓盤直徑/厚度比值與振動模態之關係，串、並聯之響應函數與有效的機電耦合係數(electromechanical coupling coefficients)在每一個模態之關係，求出幾個模態之位移，並分析圓盤/厚度比值之最佳化(optimal)。Ha et al. [9] 利用有限元素法三維模型，推導出壓電晶片感測器與驅動器分佈在複合材料之分析模式，並由電腦程式分析壓電結構複合層之機電響應，經由實驗驗證有限元素分析與電腦模擬之結果，比較驗證結果顯示實驗與預測相當符合。除此之外，Kagawa and Yamabuchi [10]、Challande [11] 與 Tsuchiya and Kagawa [12] 針對壓電超音波轉換器(Ultrasonic transducer)或壓電變壓器(transformer)，從事有限元素之分析。

而壓電材料目前除廣泛的被應用在結構振動控制、噪音控制，也有應用在模態分析之領域上，Sun et al.[13]經由壓電材料的 electric admittance 推導出結構之頻率響應函數(Frequency Response Function, FRF)，並進行實驗分析，求得樑之動態參數，但並未確實瞭解其模態參數物理意義。Cole et al. [14]完成傳統結構及壓電片之模態測試，並由兩者之間的 pole-residue 之模態參數，去描述結構模態矩陣及其 electromechanical coupling (EMC)矩陣的關係。Norwood [15]分別應用衝擊錘與壓電薄膜(PVDF)做驅動器，以加速

度計做為感應器對圓柱結構做實驗分析，求得結構之自然頻率，並與理論分析與有限元素數值分析分別在空氣中與水中做比較。Wang [16]分別推導出簡支樑之傳統轉換器與壓電轉換器四種組合，彼此之頻率響應函數與模態參數，其結果可應用在實驗模態分析上。Zhou et al. [17]利用阻抗基礎(Impedance-Based)發展出二維壓電片驅動器的驅動系統模式，並以板、薄殼和樑三種結構做實驗模態分析驗證。Wang and Wang [18]則再推導出懸臂樑之傳統轉換器與壓電轉換器四種組合，並以理論分析及理論結果配合軟體合成分析方法，進行壓電轉換器取代傳統轉換器之模態測試的可行性分析。Wang [19]再根據以上傳統轉換器與壓電轉換器四種組合為基礎，推導出任意外力激振及感測形式之頻率響應函數通式。Chen and Wang [20]嘗試用壓電薄膜取代傳統之加速度計作為感測器，並分別在樑與板結構上，以實驗與理論分析驗證其可行性，驗證的結果顯示，實驗分析驗證與理論分析之結果相吻合。

本文之有限元素分析(Finite Element Analysis, FEA)乃利用有限元素分析軟體(ANSYS)對懸臂樑(cantilever beam)結構搭配壓電薄膜感應器做理論模型分析，模擬一陣列之方形壓電薄膜感應器黏貼在懸臂樑結構表面上，受點力激振之振動模態分析。在有限元素分析中懸臂樑結構使用三維立體元素(Solid45)，壓電薄膜使用三維耦合場立體元素(Solid5)，將壓電薄膜與懸臂樑之結構幾何模型耦合在一起，首先對此結構進行模態分析(modal analysis)，求得結構之自然頻率(natural frequency)與振型(mode shape)，其中點力激振器與壓電片感測器之特徵函數可分別定義為位移振型及壓電薄膜兩端斜率差振型，針對懸臂樑而言，此壓電薄膜兩端之斜率差振型可證明與位移振型具有比例以及映射之關係。其次再進行簡諧響應分析(harmonic analysis)，進而擷取壓電薄膜之電壓輸出，求得結構之頻率響應函數。本文之實驗方法是以一陣列之方形壓電薄膜作為感應器配合衝擊錘作為驅動器，其實驗方式為固定衝擊錘作用位置，而量測陣列之壓電薄膜響應，因此經由訊號分析儀，可求得頻率響應函數矩陣中一系列之頻率響應函數及其關聯性函數(Coherence function)[21]，再將此一系列頻率響應函數經由曲線嵌合軟體，可求出結構之模態參數(modal parameter)，如自然頻率、阻尼比(damping ratio)、振型等。並藉此有限元素分析之結果與實驗所得之模態參數結果作比較，最後再對有限元素分析與實驗分析之振型求MAC(Modal Assurance Criterion)[22]，以分析有限元素與實驗振型之差異性。

本文之目的主要以有限元素分析方法對懸臂樑結構搭配壓電薄膜感應器做理論模型分析，並以實驗分析之結果驗證其正確性，根據比較結果顯示，有限元素分析與實驗模態分析之自然頻率、振型與頻率響應函數結果相吻合。因此本文證明利用有限元素分析模

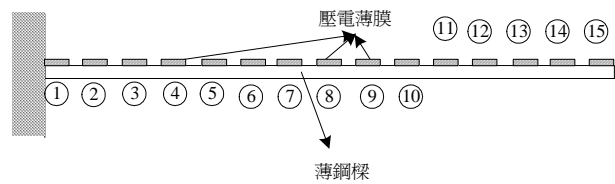
擬壓電薄膜感應器之可行性，並且可以應用在其他複雜結構，將可從事壓電材料之振動模擬分析。

二、有限元素分析

本文在有限元素分析中，分別對結構進行模態分析與簡諧分析，由模態分析可求得結構之自然頻率與振型，簡諧分析擷取壓電薄膜之電壓輸出，求得結構之頻率響應函數，由此求得結構有限元素分析之模態參數。

2.1 幾何模型

有限元素分析在前處理過程中，首先需建立結構幾何模型，包括結構之形狀與尺寸，元素的種類及自由度之選擇，材料性質及實際常數(real constant)之設定等。本文所分析之懸臂樑結構如圖一所示，在樑之結構上劃分成 15 個等分，並將壓電薄膜依序黏貼在樑結構之表面上，懸臂樑結構與壓電材料之尺寸與材料特性如表一及表二所示。



圖一、壓電材料樑模型圖

表一、樑結構之尺寸與材料性質

材料	鋼
長度 (L_b)	0.3 m
寬度 (b_b)	0.04 m
厚度 (t_b)	0.002 m
密度 (ρ_b)	8436 kg/m ³
楊氏係數 (E_b)	180.2 × 10 ⁹ N/m ²
浦松比 (ν_b)	0.322

表二、壓電材料之尺寸與材料性質

材料	壓電薄膜
長度 (L_p)	0.01 m
寬度 (b_p)	0.04 m
厚度 (t_p)	54×10^{-6} m
密度 (ρ_b)	1800 kg/m^3
楊氏係數 (E_b)	$2 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
蒲松比 (ν_b)	0.33
壓電場強度常數 (e_{31}, e_{32})	$54 \times 10^{-3} \text{ m/V}$
壓電薄膜之電容係數 (ϵ)	$132.81 \times 10^{-12} \text{ F/m}$

由於壓電材料有機電轉換之特性，所以壓電方程式通常包含有機械項及介電項，在機械項有應力(T)與應變(S)兩個參數，介電項有電場(E)與電位移(D)兩個參數，因此根據此四個參數可搭配出不同形式之壓電方程式。本文所使用之壓電方程式型態為 e 型態，其壓電方程式為：

$$T_p = c_{pq}^E S_q - e_{kp} E_k \quad (1)$$

其中， $p = q = 6, i = k = 3$ (2)

$$D_i = e_{iq} S_q + \epsilon_{ik}^S E_k \quad (3)$$

其中， c^E 表示當壓電場為定值時所量測得到之剛性常數 (elastic constant)、 e 為壓電應變常數 (piezoelectric stress constant)、 ϵ^S 表示當應變定值時所量測得到之介電常數。由此可知，要從事壓電材料之有限元素分析，需具備以上之基本參數。根據一般壓電材料之特性，壓電材料剛性常數矩陣表示形式如下：

$$[s] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & c_{66} & 0 & 0 \\ & & & & c_{44} & 0 \\ & \text{Symmetric} & & & & c_{55} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中， $s_{66} = \frac{c_{11} - c_{12}}{2}, c_{11} = c_{22}$ (5)

$c_{44} = c_{55}, c_{13} = c_{23}$ (6)

壓電應變常數矩陣為：

$$[e] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{32} \\ 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & e_{24} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中， $d_{31} = d_{32}, d_{24} = d_{15}$ (8)

介電常數矩陣為：

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (9)$$

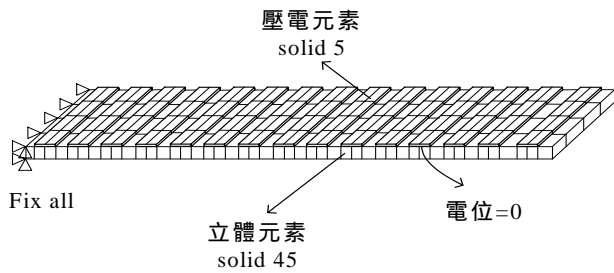
其中， $\epsilon_{11} = \epsilon_{22}$ (10)

根據以上之矩陣形式，可將(1)、(3)式之壓電方程式表示成如下，其相關之材料常數如表二。

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{31} \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{31} \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{33} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(c_{11}-c_{12})}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 & -e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & -e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \epsilon_{15} & \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \epsilon_{15} & 0 & 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

2.2 理念有限元素模型

圖二為理念有限元素模型，元素之種類如表三所示，懸臂樑結構使用三維立體元素(Solid45)，每個元素共有 8 個節點(node)，每個節點有三個自由度 UX, UY, UZ，壓電薄膜則是使用三維耦合場立體元素(Solid5)，每個元素亦有 8 個節點，每個節點有四個自由度 UX, UY, UZ, VOLT，利用此兩種元素將壓電薄膜與懸臂樑之結構幾何模型耦合在一起，建立有限元素分析之幾何模型。在模型元素分割(mesh)方面，長度方向以 60 等分分割，寬度以 4 等分分割，厚度以 1 等分分割。



圖二、理論有限元素模型示意圖

表三、元素型式之節點數與自由度

元素型式	元素形狀	節點數	自由度
Solid 45	三維線性立方體	8	UX, UY, UZ
Solid 5	三維耦合場立方體	8	UX, UY, UZ, VOLT for KEYOPT(1)=3

2.2 邊界條件

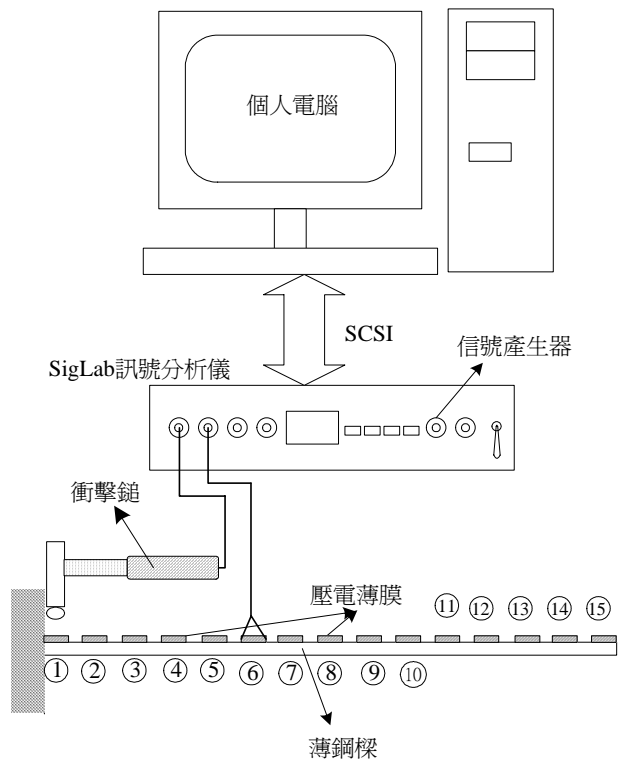
邊界條件之設定包括位移限制與外力負載，由於本文所探討之分析方法有模態分析與簡諧響應分析，所以在模態分析上僅需設定位移限制，包括將懸臂樑結構固定端節點之所有方向的自由度拘束住，以及拘束壓電薄膜表面節點之電壓自由度，以就是將壓電薄膜兩端之電壓做開回路(open circuit)之動作，表示無外力負載。其次簡諧分析之位移限制，亦需將懸臂樑結構固定端節點之所有方向的自由度拘束住，除此之外需有外力之負載，此外力形式設定大小為 1N，作用在第一個壓電薄膜之位置上。

三、實驗分析

實驗分析之部分乃利用實驗模態分析，對壓電材料樑進行模態測試，求得結構之模態參數，包括自然頻率、阻尼比及模態振型。實驗儀器示意圖如圖三(a)所示，壓電材料樑實體照片如圖三(b)。以衝擊錘為驅動器經由導線接於頻譜分析儀之頻道 1，壓電薄膜為感測器以導線接於頻譜分析儀之頻道 2，透過 SibLab 頻譜分析儀接收輸入訊號及響應訊號，並經由 SCSI 介面將訊號分析儀與個人電腦連接。

其實驗之動作原理為，用衝擊錘作驅動器對簡支板結構激振，以壓電薄膜作感應器，量取結構之響應訊號，經由電荷放大器將訊號傳入頻譜分析儀，由頻譜分析儀對輸入之訊號作快速傅立葉轉換，求得壓電樑結構之頻率響應函數，最後再將所得之頻率響應函數透過 ME'scopeVES 軟體[23]進行曲線嵌合(curve-fitting)的分析，即可求得簡支板之模態參數，即自然頻率、阻尼比、振型等。

由於本實驗主要觀察結構之前四個模態，所以在樑之橫方向劃分為 15 個點來分析，並依序給予編號，如圖二所示，衝擊錘固定作用在樑上之第 1 點作激振，依序量得每一個壓電薄膜之響應，即可得到 15 組頻率響應函數，然而在實驗過程中為防止訊號有洩漏(Leakage)之情形發生，必須加加權函數(Weighting function)以減少訊號之洩漏，因此本實驗在點力驅動與壓電薄膜感應上分別施加短暫(Transient)與指數(Exponential)加權函數。其次再將 15 組頻率響應函數傳入 ME'scopeVES 軟體求作曲線嵌合，以求取懸臂樑之模態參數。



(a)實驗儀器架構示意圖



(b)壓電材料樑實體照片

圖三、實驗儀器架構圖

表四、實驗儀器一覽表

儀器名稱	型號
頻譜分析	SigLab 20-42
衝擊鎚	PCB 086C03
壓電薄膜	40 μm bi-axially stretched
曲線嵌合軟體	ME'scopeVES

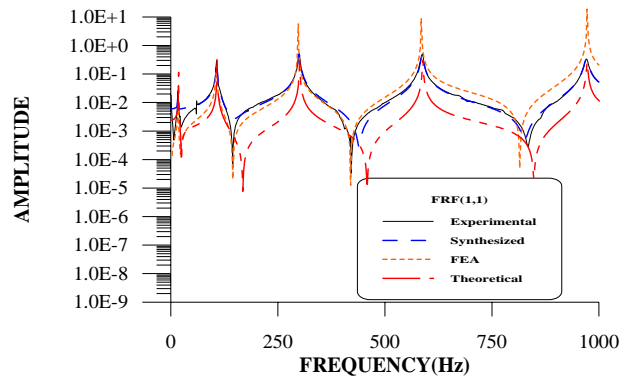
四、結果與討論

4.1 頻率響應函數驗證

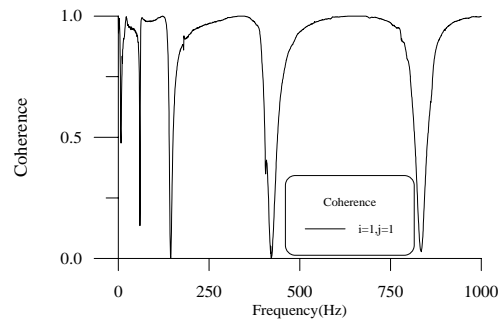
圖四及圖六分別為 $i=1, j=1$ 及 $i=15, j=1$ 之頻率響應函數， $i=j$ 代表衝擊鎚輸入與壓電薄膜量測位置均在第 1 點，所得稱為同點(point FRF)之頻率響應函數，可看出各共振點間均有一反共振點，而 $i \neq j$ 時，則稱為轉移頻率響應函數(transfer FRF)。首先由實驗與實驗合成(synthesized)之頻率響應函數結果顯示，其實驗與合成之曲線相當吻合，表示曲線嵌合之正確性。除此之外，實驗之頻率響應亦有一般電力輸出頻率 60Hz 之影響，主要是因為壓電薄膜具有高阻抗之特性，容易受到一般電力之輸出頻率所影響而導致，由於此 60Hz 訊號離結構之共振頻率約大於 40Hz 以上，所以對結構共振點之頻率響應函數應不會有影響。

其次，由理論分析、有限元素分析與實驗之結果比較顯示，在同點之頻率響應函數中，理論分析之頻率響應函數曲線除反共振點(peak value)較低外，其餘均和實驗所得之曲線有良好之吻合性，在有限元素分析中除共振點與反共振點之峰值比較尖外，其餘之圖形結果大致上相當吻合，主要可能因素為實驗之結構阻尼所造成；其次在轉移頻率響應函數中，在低頻處之理論與實驗之頻率響應函數比較不佳外，在共振點處均有良好之吻合性，在有限元素與實驗比對在低頻處不佳，在共振點處之峰值亦有比較不協調之情形發生，初步判斷為訊號分析儀動態範圍不足所造成，但實驗結果整體而言其共振點均有出現，因此實驗分析之結果與理論分析有良好之吻合，至於有限元素分析結果大致還算吻合。

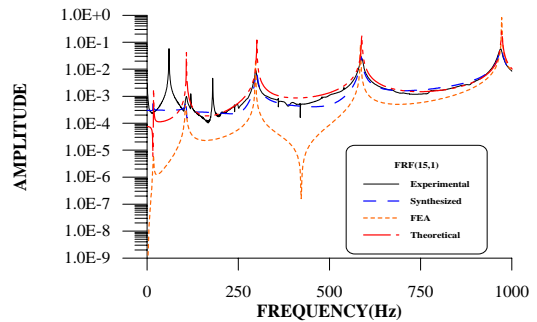
圖五及圖七為對應圖四及圖六之關連性函數，由此圖可以看出在有反共振點出現的附近其關聯性函數值較低，主要是因為在反共振點附近響應小，而導致關聯性函數偏低，其次在轉移頻率響應函數低頻也比較差外，除此之外關聯性函數大致上皆趨近於 1，證明了實驗之頻率響應函數具有相當之可信度。



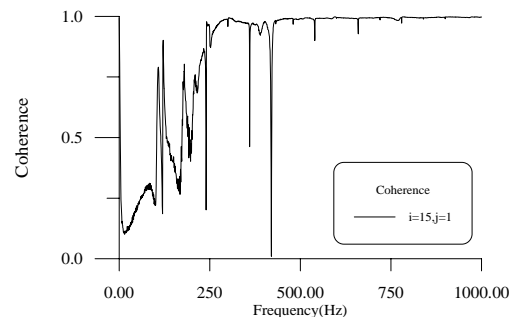
圖四、 $i=1, j=1$ 之頻率響應函數比較圖



圖五、 $i=1, j=1$ 之關連性函數



圖六、 $i=15, j=1$ 頻率響應函數比較圖



圖七、 $i=15, j=1$ 之關連性函數

表五、有限元素與實驗分析之自然頻率比較表

自然頻率(Hz)	第一模態	第二模態	第三模態	第四模態
實驗分析	16.6	107	300	587
有限元素分析	16.92	106.01	297.52	585.54
誤差	1.94%	-0.93%	-0.83%	-0.25%
理論分析	17.089	107.097	299.877	587.642
誤差%	-2.861%	0.091%	-0.041%	0.109%

表六、實驗所得之阻尼比修正值

阻尼比	實驗值(%)	修正值(%)
ξ_1	1.77	0.390
ξ_2	0.732	0.518
ξ_3	0.575	0.499
ξ_4	0.373	0.324

4.2 自然頻率之驗證

表五為實驗分析、理論分析及有限元素分析所得之前4個模態自然頻率比較，可以看出，有限元素分析所得之自然頻率誤差除第1模態誤差在2%為最大外，其餘誤差值均在1%以內。理論分析中可以見得誤差最大值為-2.86%，其餘誤差值均在0.15%以內，是由於理論分析中未考慮壓電薄膜之質量效應，所以修正樑之楊氏係數所得，因此，前4個模態之自然頻率誤差均在可接受範圍。

4.3 阻尼比之驗證

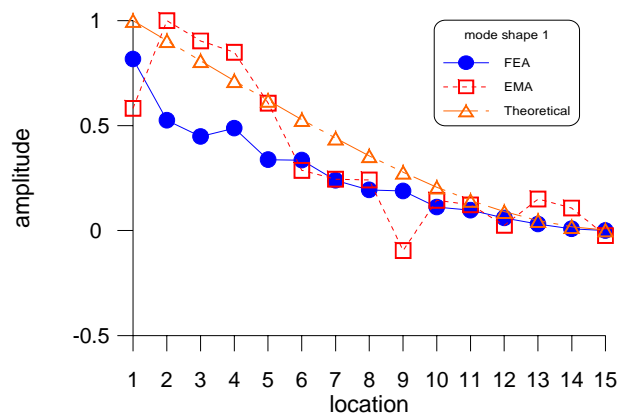
表六為實驗所得之阻尼比，由表中可以得知阻尼比介於0.3%-0.52%間，比一般鋼材之阻尼比0.1%較高，其原因為壓電薄膜和鋼樑間之膠合面之影響，才會有較高之阻尼比效應產生。

4.4 振型之驗證

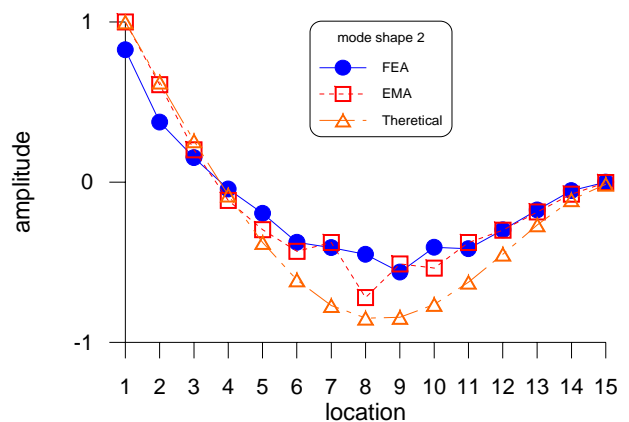
圖六(a)-(d)為前四個模態理論分析、有限元素分析與實驗分析振型之比較圖形，在此需注意的是，此模態振型實際物理意義為壓電材料樑之兩端斜率模態振型差，亦即壓電薄膜之電壓輸出[20]。由圖六(a)-(d)可觀察得知，顯然第一個模態除低頻部分點有比較差，主要是訊號分析儀動態範圍不足所導致，其餘三個模態大致上都相當吻合，所以整體而言，實驗振型之節點皆與有限元素分析及理論分析振型之節點都能相吻合。

有限元素與實驗分析振型之MAC及MSF矩陣如表七及表八

所示，實際上MAC會介於0與1之間，MSF之虛數部係來自阻尼效應，使得實驗振型為複數振型，一般而言若實驗與理論振型有良好相關性，則MAC、MSF數值會大於0.9；而若MAC、MSF數值低於0.05，則代表實驗與理論間之振型毫無相關性。由表七(a)及表八(a)為有限元素與實驗分析之MAC及MSF之結果顯示，除第一模態為0.74外，其餘三個模態比對均為0.87以上，非對角線元素亦均小於0.05，主要是由於第一個模態振型本身比較差，導致其他模態與第一個模態之MAC會比較差些，根據以上之分析顯示，實驗上除了第一個模態外，其他模態皆具有相當之正確性，整體模態比例上關係除第一模態因部分點之影響有較差結果外，其餘模態比例有其良好一致性。表七(b)及表八(b)為有限元素與理論分析之MAC與MSF之結果顯示，對角線元素均在0.95以上，非對角線元素亦均小於0.05，結果顯示其模態振型之正交性及一致性。表七(c)及表八(c)為理論分析與實驗分析之MAC與MSF之結果顯示，對角線元素均在0.9以上，非對角線元素亦均小於0.05，結果顯示除第一模態之部分點導致有0.88外，其餘模態振型比對均在0.9以上，顯示模態振型之正交性及一致性。

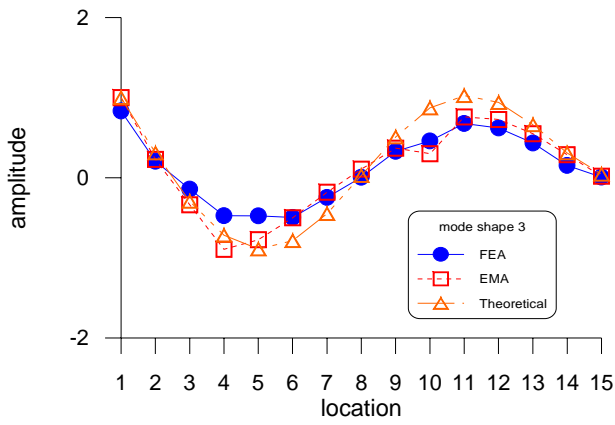


(a)第一模態

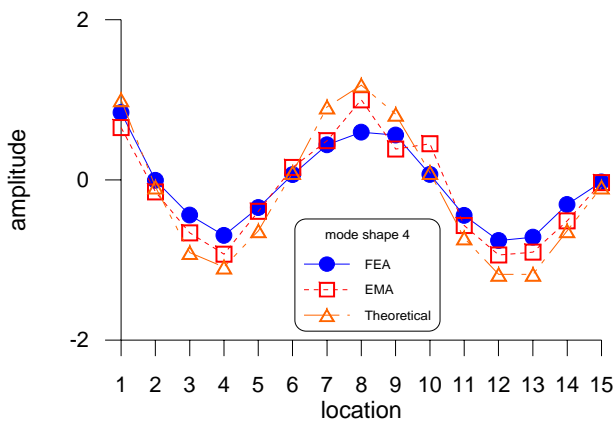


(b)第二模態

圖六、理論與實驗振型比較圖



(c)第三模態



(d)第四模態

圖六、理論與實驗振型比較圖(續)

(c)理論與實驗分析

Mode	1	2	3	4
1	0.88982	0.00229	0.01054	0.06464
2	0.01784	0.92607	0.00934	0.00281
3	0.00241	0.00372	0.90850	0.01226
4	0.00488	0.00498	0.00647	0.91477

表八、模態振型之 MSF 比對

(a)有限元素與實驗分析

Mode	1	2	3	4
1	-0.4685+i0.7258	-0.0996+i0.1081	-0.0594-i0.1177	-0.0149-i0.2307
2	-0.1958+i0.0669	-0.8907+i0.3834	-0.1459+i0.0664	-0.1444+i0.0739
3	-0.0411+i0.0535	-0.0868+i0.0522	-0.9593+i0.0850	-0.1599+i0.0403
4	0.0334+i0.0337	-0.0411-i0.0546	0.0224+i0.0737	-0.9362+i0.0120

(b)有限元素與理論分析

Mode	1	2	3	4
1	0.98635	0.06364	0.05815	0.01786
2	-0.08581	-0.98578	-0.02227	-0.06102
3	-0.07468	-0.04235	-0.98901	0.00443
4	-0.05022	-0.07749	-0.02890	-0.98508

表七、模態振型之 MAC 比對

(a)有限元素與實驗分析

Mode	1	2	3	4
1	0.74727	0.02117	0.01756	0.05388
2	0.04233	0.94018	0.02506	0.02582
3	0.00445	0.01009	0.9277	0.02669
4	0.00229	0.00466	0.00597	0.8775

(b)有限元素與理論分析

Mode	1	2	3	4
1	0.97289	0.00405	0.00338	0.00031
2	0.00736	0.97177	0.00049	0.00372
3	0.00557	0.00179	0.97815	0.00002
4	0.00252	0.00600	0.00083	0.97038

(c)理論與實驗分析

Mode	1	2	3	4
1	-0.6657+i0.6683	-0.0351+i0.0324	0.0428-i0.0933	0.1764+i0.1830
2	-0.1291+i0.0342	-0.8819+i0.3850	-0.0867+i0.0427	-0.0461+i0.0261
3	0.0312+i0.0379	-0.0457+i0.0403	-0.9501+i0.0759	-0.1062+i0.0312
4	0.0648+i0.0261	0.0397-i0.0582	0.0270+i0.0757	-0.9564+i0.0069

五、結論

本文主要是以有限元素分析模擬壓電薄膜作為感應器從事實驗模態分析之可行性，並以懸臂樑結構作有限元素分析與實驗分析，根據有限元素分析與實驗分析所得出結果，如頻率響應函數、關聯性函數及模態參數等，可以歸類出以下幾個結論：

1. 實驗之頻率響應亦有一般電力輸出頻率 60Hz 之影響，由於此 60Hz 訊號離結構之共振頻率約大於 40Hz 以上，所以對結構共振點之頻率響應函數應不會有影響。其次，在同點之頻率響應函數中，有限元素分析之共振點與反共振點之峰值比較尖，可能因素為實驗之結構阻尼所造成；其次在轉移頻率響應函數

中，在低頻的處有比較不協調之情形發生，初步判斷為訊號分析儀動態範圍不足所造成，但實驗結果整體而言其共振點均有出現，因此實驗分析之結果與有限元素分析結果大致還算吻合。

2. 關連性函數在有反共振點出現的附近其關聯性函數值較低，其次在轉移頻率響應函數低頻也比較差外，除此之外關聯性函數大致上皆趨近於 1，證明了實驗之頻率響應函數具有相當之可信度。
3. 有限元素分析所得之自然頻率誤差除第 1 模態誤差在 2% 為最大外，其餘誤差值均在 1% 以內。因此前 4 個模態之自然頻率誤差均在合理之範圍內。
4. 有限元素分析與理論分析所得之模態振型比對而言，在有限元素分析中之振型電壓輸出為平均值，因此，與理論分析進行比對時，最大有 3% 之誤差產生。
5. 實驗所得之阻尼比 0.3%-0.52% 間，比一般鋼材之阻尼比 0.1% 較高，其原因為壓電薄膜和鋼樑間之膠合面之影響，才會有較高之阻尼比效應產生。
6. 實驗之第一個模態振型除低頻部分點有比較差，主要是訊號分析儀動態範圍不足所導致，其餘三個模態大致上都相當吻合。有限元素與實驗分析之 MAC 之結果顯示，除第一模態為 0.74 外，其餘三個模態比對均為 0.87 以上，非對角線元素亦均小於 0.05。所以整體而言，實驗振型與有限元素分析振型都能相吻合。

根據以上之有限元素與實驗分析結果都能相吻合，因此本文證明可利用有限元素分析模擬壓電薄膜感應器，並且可以應用在其複雜結構，將可從事壓電材料之振動模擬分析。

六、參考文獻

1. Plump, J. M., Hubbard, J. E., and Bailey, t., 1987, "Nonlinear Control of a Distributed System: Simulation and Experimental Results," *Journal of Dynamic System, Measurement, and Control*, Vol. 109, pp. 133-139.
2. Hubbard, J. E., 1987, "Distributed Sensors and Actuators for Vibration Control in Elastic Components," *Noise-Con 87*, Vol. pp. 407-412.
3. Lee, C. K. and Moon, F. C., 1990, "Modal Sensors/Actuators," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 57, pp. 434-441.
4. Collins, S. A., Padilla, C. E., Notestine, R. J., von Flotow, A. H., Schmitz, E., and Ramey, M., 1992, "Design, Manufacture, and Application to Space Robotics of Distributed Piezoelectric Film Sensors," *Journal of Guidance Control*, Vol. 15, pp. 396-403.
5. Galea, S. C., Chiu, W. K., and Paul, J. J., 1993, "Use of Piezoelectric Films in Detecting and Monitoring Damage in Composites," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 4, pp. 330-336.
6. Allik, H., and Hughes, T. J. R., 1970, "Finite Element Method for Piezoelectric Vibration," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 2, pp. 151-157.
7. Boucher, D., Lagier, M., and Maerfeld, C., 1981, "Computation of the Vibrational Modes for Piezoelectric Array Transducers using a Mixed Finite Element-Perturbation Method," *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, Vol. Su-28, No. 5, pp. 318-330.
8. Kunkel, H. A., Locke, S., and Pikeroen, B., 1990, "Finite-Element Analysis of Vibrational Modes in Piezoelectric Ceramic Disks," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 37, No. 4, pp. 316-328.
9. Ha, S. K., Keilers, C., and Chang, F. K., 1992, "Finite Element Analysis of Composite Structures Containing Distributed Piezoceramic Sensors and Actuators," *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 3, pp. 772-780.
10. Kagawa, Y., and Yamabuchi, T., 1979, "Finite Element Simulation of a Composite Piezoelectric Ultrasonic Transducer," *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, Vol. Su-26, No. 2, pp. 81-88.
11. Challande, C., 1990, "Optimizing Ultrasonic Transducers Based on Piezoelectric Composites Using a Finite-Element Method," *IEEE Transducers on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 37, No. 2, pp.135-140.
12. Tsuchiya, T., and Kagawa, Y., 2001, "Finite Element Simulation of Piezoelectric Transducers," *IEEE Transducers on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 48, No. 4, pp.872-878.
13. Sun, F. P., Liang, C., and Rogers, C. A., 1994, "Experimental Modal Testing Using Piezoceramic Patches as Collocated Sensor-Actuators," *Proceedings of the 1994 SEM Spring Conference and Exhibits*, pp. 871-879.
14. Cole, D. G., Saunders, W. R., and Robertshaw, H. H., 1994, "The Dynamic Analysis of Piezostructures in Relation to Modal Analysis," *Proc. 12th Int. Modal Anal. Conf.*, pp. 521-527.

15. Norwood, C., 1995, "The Weasurement of Natural Frequencies and Mode Shapes of Submerged Cylinders Using PVDF Strip Excitation," *Proceedings of Inter-Noise 95*, pp. 1337-1340.
16. Wang, B. T., 1996, "Characterization of Transfer Functions for Piezoceramic and Conventional Transducers," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 7, pp. 390-398.
17. Im, S., and Atluri, S. N., 1989, "Effects of a Piezo-Actuator on a Finitely Deformed Beam Subjected to General Loading," *AIAA Journal*, Vol. 27, No. 12, pp. 1801-1807.
18. Wang, B. T., and Wang, C. C., 1997, "Feasibility Analysis of Using Piezoceramic Transducers for Cantilever Beam Modal Testing," *Smart. Mater. Struct.*, Vol. 6, pp. 1-11.
19. Wang, B. T., 1998, "Structural Modal Testing with Various Actuators and Sensors," *Mechanical System and Signal Processing*, Vol. 12, No. 5, pp. 627-639.
20. Chen R. L., and Wang, B. T., 2002, "The Use of PVDF Films as Sensors for the Experimental Modal Analysis of Structures," The 10th National Conference on the Society of Sound and Vibration, Taipei, R. O. C., pp.263-273.
21. Park, Y., 1994, "Improved Estimation of Frequency Response Function," *Modal Analysis:the International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 9, No. 2, pp. 99-110.
22. Heylen, W., and Janter, T., 1990, "Extensions of the Modal Assurance Criterion," *Transactions of the ASME*, Vol. 112, pp. 468-472.
23. Vibrant Technology Inc., 2001, *ME'ScopeVES Operatiing Manual*.

Finite Element Model Verification for the Use of
Piezoelectric Sensor in Structural Modal Analysis

Bor-Tsuen Wang, Po-Hung Chen
Department of Mechanical Engineering
National Pingtung University of Science and Technology

Rong-Liang Chen
Center for Measurement Standards
Industrial Technology Research Institute

ABSTRACT

This paper presents the theoretical modal analysis for the use of PVDF sensor in structural modal testing via finite element analysis (FEA) software, ANSYS. A series of rectangular PVDF films are adhered on the surface of cantilever beam as sensors, while the point impact force is applied as the actuator for experimental modal analysis (EMA). Modal parameters, i.e. natural frequencies, damping ratios and mode shapes, determined from both FEA and EMA are validated. In FEA, the beam structure is modeled by 3D solid element, and the PVDF films are modeled by 3D coupled field piezoelectric element. Both modal analysis and harmonic response analysis are performed to obtain the structural modal parameters and frequency response functions, respectively. Results show that both FEA and EMA results agree well. Therefore, the simulation of PVDF films for vibration analysis in FEA can be verified and easily extended to other complex structures that may contain piezoelectric materials.