

## 不同鎖緊預力螺栓接合結構之模態特性

王栢村 黃立鑫

國立屏東科技大學機械工程學系  
屏東縣內埔鄉學府路 1 號

### 摘要

本文探討以有限元素分析法及實驗模態分析法分別對三種不等長雙平板搭接之單螺栓接合結構進行不同鎖緊預力之動態特性。首先應用有限元素分析法，使用平面元素搭配彈簧阻尼元素架構有限元素模型，進行模態分析；另外以衝擊錘搭配加速度計對該螺栓接合結構進行傳統實驗模態分析，以獲得實際結構之模態參數。其次就實驗模態分析所得之模態參數為基準，對有限元素分析模型進行模型驗證。分析與實驗結果顯示，螺栓接合結構之螺栓鎖緊預力與自然頻率呈正向關係，鎖緊預力充足之螺栓接合結構系統，自然頻率較高，顯示高剛性之結構特性。因此，螺栓接合結構系統動態特性，可以作為鑑定螺栓接合品質水準之方法。本文所建立之螺栓接合結構有限元素模型模型架構理念及其分析步驟，可供其他有接合界面問題之結構或類似結構之動態特性分析參考。

關鍵詞:螺栓接合結構, 有限元素分析, 實驗模態分析, 模態參數

### 一、前言

螺紋扣件大量使用於機械結構或鋼結構建築物中，如工具機的結構是由許多螺栓施以預力後使得各個接合構件連接成整體結構；橋樑、大樓、重機廠房等鋼結構建物，為得有優良的耐反覆衝擊應力之物理特性，也已大量採用高張力螺栓接合之形式[1]。在任何之螺栓接合結構中，構件勁度及接合部勁度是影響結構整體勁度的二個因素，其中構件勁度屬材料設計後選定，有一定之等級水準；接合部勁度則因受制於外在的接合狀態與施工誤差因素而變化，因而接合部勁度強弱對結構系統是一個決定性的性能指標[2]。因此，對於以螺栓接合之結構而言，檢測螺栓接合品質是一項極為重要的程序。

傳統上確認螺栓接合品質的方法，有扭力測試法與敲擊聽音法(以下簡稱敲擊法)。扭力測試法係使用扭力計進行螺帽鎖緊試驗而得知實際螺帽鎖緊預力，具有物理量化之基礎。敲擊法是以檢驗錘敲擊螺帽，藉由聲音響應與振動狀態，憑人身感官來評估螺栓接合之品質程度，恐有人為因素而影響評估結果之正確性[3]。然則敲擊法乃利用結構受衝擊力後之聲音與振動頻率響應以比較不同鎖緊預力結構之差異，具有系統輸入與輸出之物理關係，雖缺乏量化數據，仍有一定之參考價值。敲擊法之原理在於鎖緊的螺栓與所接合之結構物應合為一體，敲擊螺帽的音頻與振動頻率響應，應具有與敲擊結構物相近之振頻與音頻。當鎖緊預力小時，使得接觸面間之接觸應力也變小，敲擊時之振頻與音頻會有相對之相異頻率響應。因此，透由結構受衝擊力後之回音頻譜或振動頻率響應，應用實驗模態分析法求得實際結構之模態參數，瞭解螺栓接合結構之動態特性是本文主要動機與目的。

通常求解有關結構系統之動態特性問題，可以經由理論解析或實驗測試分析，求得系統之模態參數。理論解析方面，比較常用的方法是應用有限元素分析法或邊界元素法求解；實驗測試分析方面，則透過實驗模態分析方法求解。本文擬藉由典型之雙平板搭接之單螺栓接合結構，應用實驗模態分析(Experimental Modal Analysis, EMA)及有限元素分析(Finite Element Analysis, FEA)，求得不同鎖緊預力下螺栓接合結構之自然頻率、阻尼比與振型等模態參數。其目的在於探討螺栓鎖緊預力對雙平板搭接之單螺栓接合結構動態特性之影響，並建立一套完整分析程序，使有限元素法與模態實驗分析法能更靈活運用於螺栓接合結構分析上。

對於螺栓接合結構或有關接合界面之接觸應力分析及測試方法，國內外學者大多以有限元素分析法配合實驗模態分析法模擬接

合結構進行動態分析與討論，如宋等人[4]以單支不銹鋼螺栓夾持兩片鋁合金材料的方式，使用有限元素法所建立之有限元素模型，經模型驗證結果，能夠準確的預測單螺栓搭接樑的自然頻率、振型；紀和周[5]以樑元素及雙質塊架構有限元素模型，其以撓曲勁度代表螺栓接點之特性，驗證螺栓接點動態模式與特性；胡和陳[6]應用有限元素法以一層極薄的三維異向性材料來模擬螺栓接合界面元素，藉由改變界面元素之楊氏係數值做為調整自然頻率之方法，推估接觸勁度而得與實驗接近之自然頻率；Tsai and Chou[7]及 Yuan and Wu[8]皆是利用阻尼及勁度矩陣代表接點之動態特性，再由次結構與合成結構關係，導出鑑定接點動態特性；Esteban and Rogers[9]則以鋁材雙螺栓搭接自由樑結構，使用壓電片激振及量測自由樑結構自然頻率，同時使用彈簧-擋板(Spring-Dash)元素架構有限元素模型，進行模型驗證，證明包含接點之結構有接點能量消散及自然頻率較低之現象；Simmermacher et al.[10]就螺栓接合結構之螺栓鎖緊預力、接合面粗度、平整度、清潔狀態、接合材料等構面所影響之應變場預測模式為分析基礎，實驗顯示螺栓鎖緊預力愈大，所得之勁度也愈大；Yoshimura[11]以彈簧勁度及阻尼係數模擬碳鋼與質塊組合之自由樑結構螺栓接點，進行彈簧勁度與接觸壓力關係研究，結果顯示彈簧剪力勁度正比於平均接觸壓力。

### 二、問題定義與分析目標

#### 2.1 螺栓接合結構

為能獲得完整之螺栓接合結構動態特性資料及驗證一致性之物理特性與掌握實驗結果之有效性，本文使用之實驗模型規劃為 Type a、Type b、Type c 三種不同長度之雙平板搭接之單螺栓接合結構，進行標準鎖緊力矩為 84.3N-m (8.6kg-m) 之 20%、50% 與 100% 等三種不同鎖緊預力之結構系統動態特性測試[12]。三種螺栓接合結構圖及試件材料規格與基本物理性質定義如表 1 所示。其他所需截面積、面積慣性矩、截面高度等幾何物理性質可由表 1 資料換算而得。

#### 2.2 分析目標

本文透過三種不等長雙平板搭接之單螺栓接合結構在三種不同鎖緊預力下之動態分析結果，進行定量與定性分析檢定，目的是要探討不等長雙平板搭接之單螺栓接合結構之動態線性相關性，期能建立一個量化方法來驗證高張力螺栓接合品質水準。擬探討的項

表 1、不等長雙平板搭接之單螺栓接合結構規格及物理性質

定義	規格描述	雙平板搭接之單螺栓接合結構圖
接板規格	Type a : $L1 \times L2 \times W \times H$ : 200×200×80×12.8 (mm) Type b : $L1 \times L2 \times W \times H$ : 200×300×80×12.8 (mm) Type c : $L1 \times L2 \times W \times H$ : 200×400×80×12.8 (mm)	
接板材質	ASME A36(等向均質材料) 蒲松比( $\nu$ )= 0.3 楊氏係數( $E$ )= $200 \times 10^9$ (N/m <sup>2</sup> ) 密度( $\rho$ )= 7850(g/m <sup>3</sup> )	
接板型式	搭接接合, 搭接長度( $B$ )=0.07(m) 單面摩擦, 摩擦係數( $\mu$ )= 0.45	
螺栓規格	JIS I186, F8T, M12×60(mm)	
鎖緊力矩	$T = 16.7\text{N}\cdot\text{m}$ (1.7 kg·m)(20%鎖緊)	
	$T = 42.2\text{N}\cdot\text{m}$ (4.3 kg·m)(50%鎖緊)	
	$T = 84.3\text{N}\cdot\text{m}$ (8.6 kg·m)(100%鎖緊, 鎖緊軸力: 3583kg)	

目包括：不同鎖緊程度對自然頻率的影響；不同鎖緊程度對頻率響應函數的影響。主要分析目標如下：

1. 應用有限元素法建立有限元素模型，求得結構自然頻率、模態振型、頻率響應函數。
2. 應用實驗模態分析法，求得實際結構自然頻率、阻尼比、模態振型。
3. 以實驗所得模態參數為基準，進行模型驗證，以確認有限元素模型之有效性。
4. 探討不等長及不同鎖緊預力下之雙平板搭接之單螺栓接合結構動態特性，以為未來螺栓接合結構品質測試之參考。

### 三、有限元素分析

#### 3.1 有限元素模型

本文採用 ANSYS 有限元素分析軟體分別進行模態分析與簡諧響應分析。模態分析用以求得螺栓接合結構之模態參數，簡諧響應分析則可求得結構之頻率響應函數。由於實驗用平板的長厚比  $L/H > 10$  ( $200/13 = 15.4$ )，符合薄樑理論假設，故採用二維平面元素 (PLANE42) 模擬平板；而以彈簧阻尼元素 (COMBIN14) 模擬接面之接觸效應，亦即以彈簧阻尼元素之彈簧常數 ( $K$ ) 代表螺栓鎖緊預力下之接合部勁度，架構三種不等長雙平板搭接之單螺栓接合結構有限元素模型，分別進行不同鎖緊預力下之模態分析與簡諧響應分析。進行有限元素分析過程，也利用 ANSYS 軟體系統之最佳化分析功能，進行模型修正，使得分析與實驗結果相吻合。

三種不等長雙平板搭接之單螺栓接合結構有限元素模型及其代表之結構示意圖，綜合如表 2 所示，分別說明如下：

1. 模型 a：係假設寬度方向呈均勻之等長 0.2m 雙平板搭接之單螺栓接合結構，而以平面元素 PLANE42 模擬雙平板結構。兩平板接合面以彈簧阻尼元素 COMBIN14 模擬，在完全鎖緊狀態下，令彈簧常數  $K = 3 \times 10^9$  (N/m)，並假設為無阻尼效應，令  $c = 0$ 。
2. 模型 b：同模型 a 之模擬方式，但結構為 0.2m × 0.3m 之不等長雙平板搭接之單螺栓接合結構。
3. 模型 c：同模型 a 之模擬方式，但結構為 0.2m × 0.4m 之不等長雙平板搭接之單螺栓接合結構。

表 2、不等長雙平板搭接之單螺栓接合結構有限元素模型示意圖及其對應之結構示意圖

本文使用之螺栓接合結構，為完全自由邊界，故所有模型均無須定義位移限制。簡諧響應分析時，為求得系統之輸出與輸入間之頻率響應函數，將各不等長雙平板搭接之單螺栓接合結構，依 4.1 節圖 3 所示之敲擊點，給予衝擊力 12.5N/m (由於平面元素係以單位厚度分析，故實際作用力 = 單位衝擊力 1N / 平板寬度 =  $1\text{N}/0.08\text{m} = 12.5\text{N/m}$ ) 及 0~5000Hz 頻率範圍，進行簡諧響應分析。又 COMBIN14 元素之二個節點不可重疊，因此必須定義接面間隙 [13]。各個有限元素模型均取同點 ( $i=1, j=1$ ) 及相異點 ( $i=12, j=1$ ;  $i=15, j=1$ ;  $i=18, j=1$ ) 即第 1 及各端點之敲擊點所得頻率響應函數圖形作說明。

進行不同鎖緊預力下之模態分析過程，使用之彈簧元素之彈簧常數值 ( $K$ ) 在完全鎖緊狀態下，令  $K = 3 \times 10^9$  (N/m)，另外也進行最佳化分析作比較，各種彈簧常數值，如表 3 所示。

#### 3.2 模型驗證

模型驗證旨在對所建構之有限元素模型之分析結果與實驗結果作比較，以評估所建構之有限元素模型之有效性。如若分析與實驗結果不相吻合，則須局部修正有限元素模型之參數，進行模型修整 [14]。修正方式係以實驗所得之自然頻率為基準，調整模型之彈簧常數值  $K$ ，使得分析與實驗結果之自然頻率相對誤差平方值呈最小。螺栓接合結構有限元素模型驗證流程如圖 1 所示。

本文應用 ANSYS 軟體之最佳化分析功能，建立最佳化分析問題，如下：

$$\text{目標函數： } F = \sum_{r=1}^n \left( \frac{f_r - \hat{f}_r}{\hat{f}_r} \right)^2 \quad (1)$$

設計變數：  $K$

其中， $f_r$  及  $\hat{f}_r$  分別代表 FEA 及 EMA 所得之自然頻率， $K$  為彈簧常數值。此最佳化分析目標，在求得設計變數  $K$ ，使得分析與實驗之自然頻率相對誤差平方值最小，也就是以最小平方誤差理念，使分析與實驗之自然頻率相吻合，即可驗證有限元素模型模擬實際結構之有效性。

模型代號	使用元素	有限元素模型示意圖	對應結構示意圖
a	PLANE42 COMBIN14		
b	PLANE42 COMBIN14		
c	PLANE42 COMBIN14		

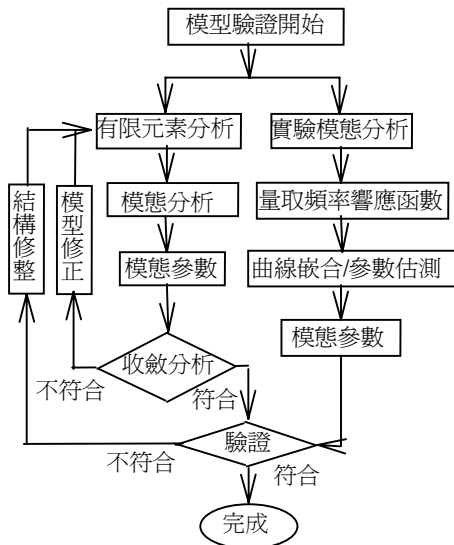


圖1、螺絲接合結構有限元素模型驗證流程图

#### 四、實驗模態分析

就螺絲接合結構而言，由於鎖緊預力對螺絲初始應變的不同，對該結構所產生之頻率響應函數及模態參數也就有所差異。本文就 Type a、Type b、Type c 三種不同長度之雙平板搭接之單螺絲接合結構，進行標準鎖緊力矩 84.3N·m (8.6kg·m) 之 20%、50% 與 100% 等三種不同鎖緊預力下之結構系統動態特性測試。透過實驗模態分析過程，求得不同鎖緊預力下的不等長雙平板搭接之單螺絲接合結構之頻率響應函數、關聯性函數，並將頻率響應函數進行曲線嵌合而得自然頻率、阻尼比與模態振型，以瞭解變動預力下螺絲接合結構之動態特性，並作為有限元素模型驗證參考。

三種雙平板搭接之單螺絲接合結構衝擊實驗所需之儀器與實驗架構及實體照片如圖 2(a)、(b) 所示。試體部份，首先依圖 3 所示，將三種雙平板搭接之單螺絲接合結構試體依所需鎖緊力矩施加預力後，分別將試體分割為 12、15、18 個分割點，然後以橡皮繩吊掛於橫桿上，使成自由樑結構(Free-Free Beam)[15]。儀器部份，使用衝擊錘、加速度計、頻譜分析儀等以專用導線連接，並將加速度計以蜂膠黏貼於試體第一點上作為感測器，最後聯結曲線嵌合軟體組成實驗架構。實驗所使用之實驗儀器及型號如表 4 所示。

實驗時以衝擊錘於 Z 方向施加點力於自由邊界狀態之螺絲接合結構各個敲擊點上激振試體，透過置於平板上之加速度計感應器

表 3、螺絲接合結構有限元素模型接觸應力參數值

尺寸(m) L1 * L2	20% 鎖緊彈簧 常數值(N/m)	50% 鎖緊彈簧 常數值(N/m)	100% 鎖緊彈簧 常數值(N/m)	備註
0.2*0.2	$5 \times 10^8$	$1.5 \times 10^9$	$3 \times 10^9$	預設值
0.2*0.3	$5 \times 10^8$	$1.5 \times 10^9$	$3 \times 10^9$	預設值
0.2*0.4	$5 \times 10^8$	$1.5 \times 10^9$	$3 \times 10^9$	預設值
0.2*0.2	$4.71 \times 10^8$	$9.10 \times 10^8$	$1.54 \times 10^9$	最佳化值
0.2*0.3	$3.53 \times 10^8$	$7.71 \times 10^8$	$1.27 \times 10^9$	最佳化值
0.2*0.4	$2.20 \times 10^8$	$4.20 \times 10^8$	$6.90 \times 10^8$	最佳化值

表 4、衝擊實驗使用儀器一覽表

儀器名稱	型號	靈敏度
雙頻道頻譜分析儀	SIGLAB	
衝擊錘	PCB SN10052	2.15mu/N
加速度計	PCB352A10	9.86mv/g

，量測螺絲接合結構承受衝擊力後之響應，並利用訊號分析儀 (SIGLAB) 對輸入之訊號作快速傅立葉轉換(FFT)求得結構之頻率響應函數，再將頻率響應函數經由曲線嵌合軟體(ME'scope VES)處理，進而求得結構之自然頻率、阻尼比與模態振型。

#### 4.1 實驗方法、步驟

實驗方式則選擇外力型為衝擊力，以加速度計作為感測器，搭配以鋼質衝擊錘作為驅動器之轉換器組合，並且選擇移動衝擊錘固定加速度計作為擷取振動訊號之方式，對螺絲接合結構進行模態分析與簡諧分析。實驗方法步驟如下：

1. 將 Type a、Type b、Type c 三種不等長雙平板搭接之單螺絲接合結構長度分別定義為 12、15 及 18 個敲擊點，三種形式之螺絲接合結構衝擊實驗之敲擊點及量測點示意圖，如圖 3 所示。
2. 將螺絲接合結構試體以尼龍繩懸掛於橫桿上，使成自由樑結構型式。將加速度計(PCB 352A10)以蜂膠黏貼於各個螺絲接合結構第一點上作為感測器，以鋼質衝擊錘作為驅動器。
3. 將衝擊錘(PCB SN10052)與加速度計以導線接於頻譜分析儀之輸入模組，完成實驗裝置如圖 2 所示。
4. 在 PC 螢幕調整輸入畫面，依實驗設計設定訊號輸入模式，頻寬設定 5000Hz，平均計算次數為 3 次，對於衝擊錘所選擇之加權函

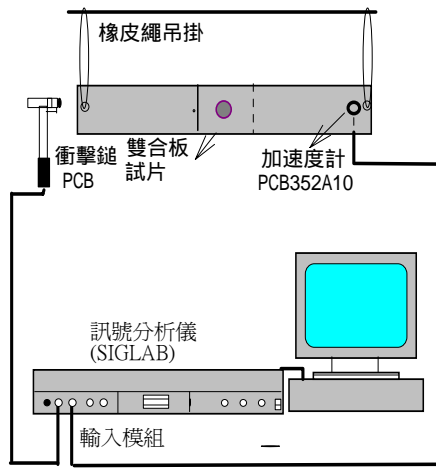


圖 2(a)、雙平板搭接之單螺栓接合結構實驗架構概念圖



圖 2(b)、雙平板搭接之單螺栓接合結構實驗架構照片

數為暫態加權函數，而加速度計所選擇之加權函數為指數加權函數。

5. 以鋼質衝擊鎚於厚度方向(Z 方向)施加點力於螺栓接合結構各個敲擊點上，激振結構。敲擊時應避免二次敲擊情況發生。
- 6 利用頻譜分析儀對輸入之訊號作快速傅立葉轉換所測得之頻率響應函數，再以單自由度法(SDOF)作曲線嵌合，而得結構之自然頻率、阻尼比及模態振型。

## 五、結果與討論

### 5.1 模態分析

模態分析可得多組自然頻率和振型，由於低頻模態自然頻率對系統共振影響較大，是值得探討的範圍，本文選擇 0~5000Hz 頻率範圍之自然頻率作比較。

#### 5.1.1 自然頻率

表 5 為三種不同有限元素模型實驗所得之各階模態自然頻率，表 6(a)~6(c)為三種不同有限元素模型最佳化分析與實驗所得之各階模態自然頻率及誤差比較表。圖 4(a)~4(c)為三種不同有限元素模型最佳化分析所得不同鎖緊預力下之各階模態頻率圖形。圖 5 為三種不同有限元素模型最佳化分析所得各階模態頻率與接觸應力值關係圖形。

各種不同有限元素模型模態分析所得自然頻率結果，綜合討論如下：

1. Type a，分析與實驗所得自然頻率誤差，只有第四模態誤差在 6.0~9.4%外，其他誤差呈正負變動在 3.6%以內，全誤差在 1%以下。
2. Type b，分析與實驗所得自然頻率誤差，只有在第五模態誤差在

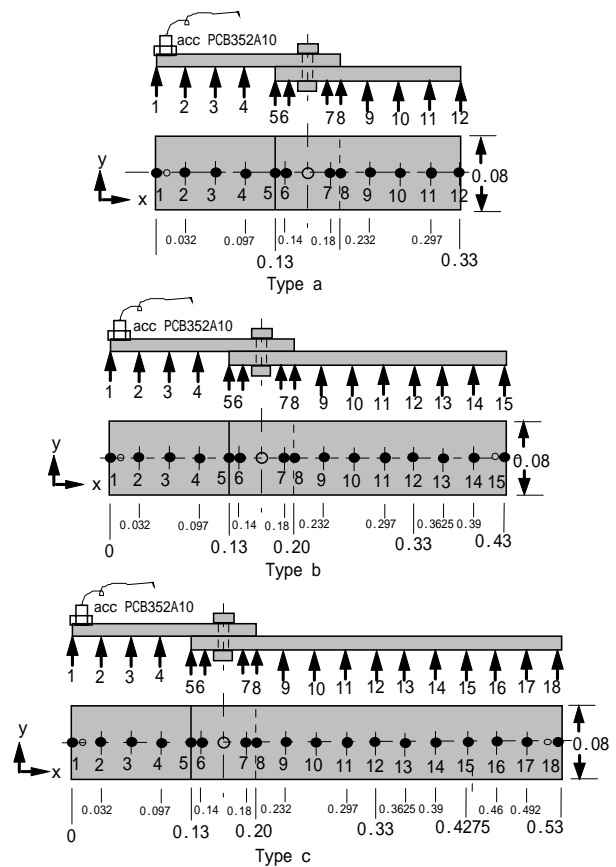


圖 3、不等長雙平板搭接之單螺栓接合結構敲擊點及量測點

5.4~11.1%外，其他誤差呈正負變動在 3.1%以內，全誤差在 1.4%以下。

3. Type c，分析與實驗所得自然頻率誤差，在第二、五、六、七模態誤差在 5.5~10.9%外，其他誤差呈正負變動 4.9%以內，最佳化分析全誤差在 2.2%以下。
4. 由表 5、表 6(a)~6(c)及圖 4(a)~4(c)與圖 5 可知，三種不同長度之螺栓接合結構在三種不同鎖緊預力下之模態自然頻率，隨螺栓鎖緊預力增加皆呈線性變化趨勢，且頻率愈高愈明顯。

#### 5.1.2 模態振型

由於自然頻率與模態振型係成對出現，故於前述自然頻率比較時係以對應之模態特性進行比較。本章探討之 Type a、Type b、Type c 三種不同長度之雙平板搭接之單螺栓接合結構各振型圖，可觀察到各模型之分析與實驗所得模態振型形狀均相似，且均能符合自由樑結構之基本振型，故僅整理模型 Type b 在 100%鎖緊狀態下之分析與實驗模態振型  $\phi_n$  與 Type c 在 100%鎖緊之實驗所得之前四個模態振型圖，如圖 6 與圖 7 所示。

除了由模態振型圖直接觀察外，亦可由模態保證指標(Modal Assurance Criterion, MAC)來衡量分析與實驗所得結果之正確性 [16]。其定義如下：

$$MAC(\{\phi_x\}, \{\phi_p\}) = \frac{|\{\phi_x\}^T \{\phi_p\}|^2}{(\{\phi_x\}^T \{\phi_x\})^* (\{\phi_p\}^T \{\phi_p\})^*} \quad (2)$$

其中， $\{\phi_x\}$ 與 $\{\phi_p\}$ 分別代表實驗與分析(理論)模態振型，\*表共軛複數。Type a 考慮前四個模態，故可得 4×4 之 MAC 矩陣；Type b 可得 5×5 之 MAC 矩陣；Type c 可得 7×7 之 MAC 矩陣，本文僅列

表5、不同鎖緊預力之不等長雙平板搭接結構實驗所得自然頻率

結果		EMA 自然頻率值						
模型別		Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6	Mode 7
a	a-20	574	1570	2960	4150			
	a-50	595	1570	3090	4360			
	a-100	608	1580	3170	4440			
b	b-20	345	931	1790	2920	3750		
	b-50	357	954	1820	3060	4010		
	b-100	361	965	1820	3120	4090		
c	c-20	239	627	1240	1980	3000	3650	4410
	c-50	241	641	1250	2000	3070	3880	4630
	c-100	242	646	1260	2000	3100	3940	4700

表6(a)、Type a最佳化分析與實驗之前四個模態自然頻率及誤差

Type a FEA 與 EMA 自然頻率值與相對誤差率									
模型代號	a-20			a-50			a-100		
K (N/m)	4.71e8			9.10e8			1.54e9		
	EMA	FEA	差%	EMA	FEA	差%	EMA	FEA	差%
Mode 1	574	562	-2.0	595	578	-2.9	608	586	-3.6
Mode 2	1570	1574	0.3	1570	1583	0.9	1580	1590	0.75
Mode 3	2960	2886	-2.5	3090	3013	-2.5	3170	3076	-3.0
Mode 4	4150	4538	9.4	4360	4631	6.2	4440	4707	6.0
全誤差			0.98			0.54			0.59

表6(b)、Type b最佳化分析與實驗之前五個模態自然頻率及誤差

Type b FEA 與 EMA 自然頻率值與相對誤差率									
模型代號	b-20			b-50			b-100		
K (N/m)	3.53e8			7.71e8			1.27e9		
	EMA	FEA	差%	EMA	FEA	差%	EMA	FEA	差%
Mode 1	345	340	-1.4	357	348	-2.5	361	351	-2.87
Mode 2	931	918	-1.3	954	937	-1.7	965	945	-2.1
Mode 3	1790	1811	1.2	1820	1827	0.4	1820	1836	0.9
Mode 4	2920	2830	-3.1	3060	2972	-2.9	3120	3025	-3.0
Mode 5	3750	4165	11.1	4010	4254	6.1	4090	4309	5.4
全誤差			1.38			0.55			0.51

表6(c)、Type c最佳化分析與實驗之前七個模態自然頻率及誤差

Type c FEA 與 EMA 自然頻率值與相對誤差率									
模型代號	c-20			c-50			c-100		
K (N/m)	2.2e8			4.2e8			6.9e8		
	EMA	FEA	差%	EMA	FEA	差%	EMA	FEA	差%
Mode 1	239	229.2	-4.1	241	232.8	-3.4	242	234.3	-3.2
Mode 2	627	587.5	-6.3	641	605.7	-5.5	646	614.3	-4.9
Mode 3	1240	1212	-2.3	1250	1223	-2.1	1260	1230	-2.4
Mode 4	1980	1946	-1.7	2000	1978	-1.1	2000	1993	-0.3
Mode 5	3000	2729	-9.0	3070	2873	-6.4	3100	2943	-5.0
Mode 6	3650	3869	6.0	3880	3956	2.1	3940	4012	1.8
Mode 7	4410	4675	6.0	4630	5112	10.6	4700	5211	10.9
全誤差			2.18			2.01			1.87

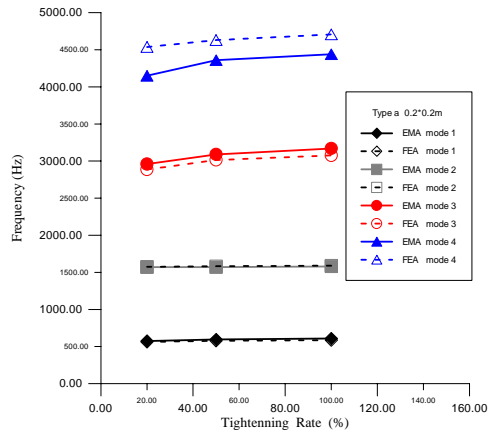


圖4(a)、Type a不同鎖緊預力最佳化分析所得各階模態頻率圖

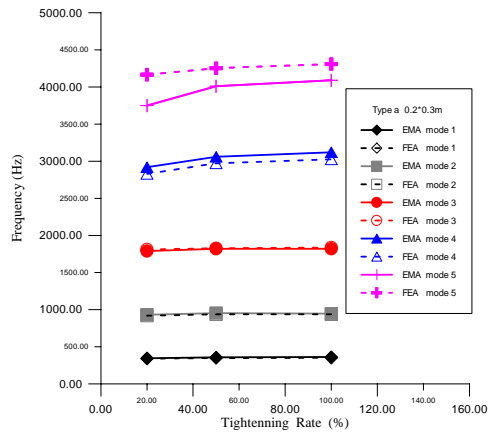


圖4(b)、Type b不同鎖緊預力最佳化分析所得各階模態頻率圖

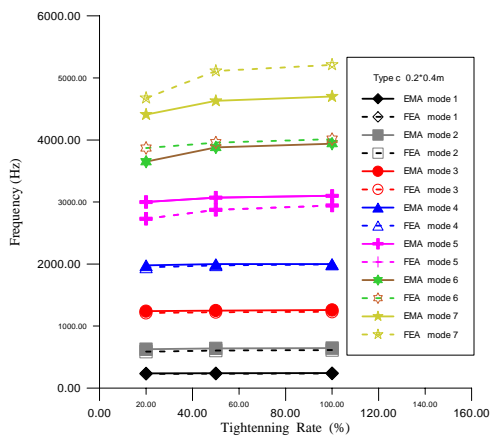


圖4(c)、Type c不同鎖緊預力最佳化分析所得各階模態頻率圖

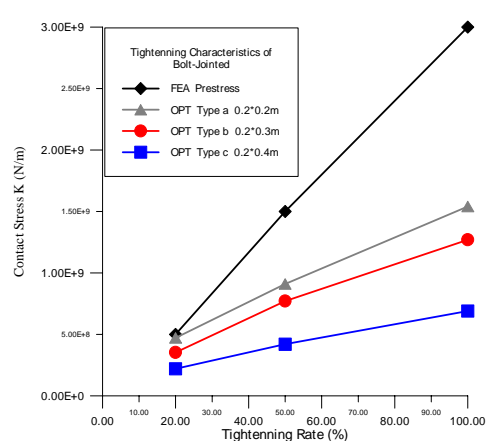
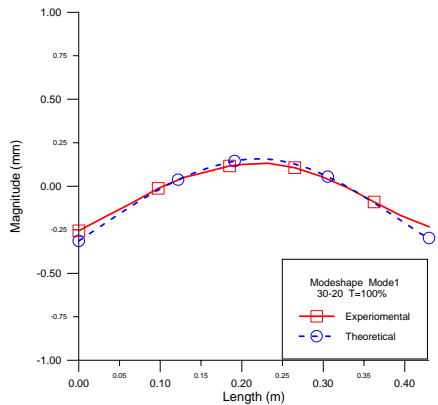
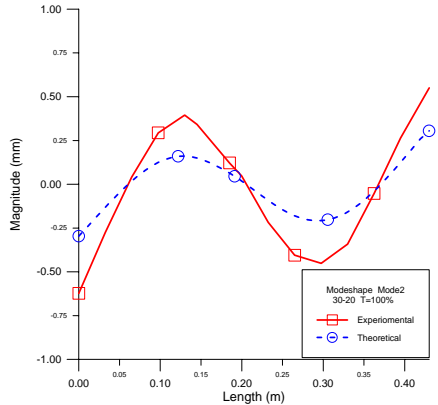


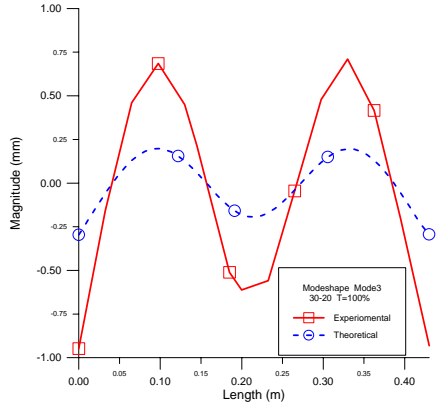
圖5.不等長不同鎖緊預力螺栓結構最佳化分析頻率與接觸應力關係



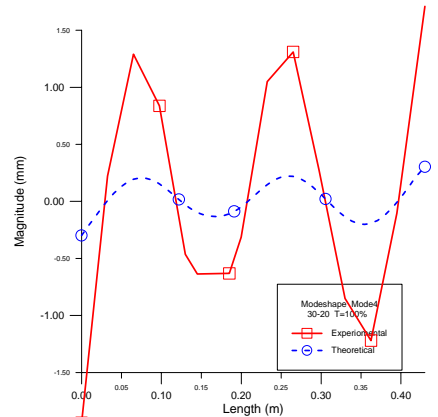
(a) Type b 100% mode 1



(b) Type b 100% mode 2



(c) Type b 100% mode 3



(d) Type b 100% mode 4

圖 6 · Type b 100% 鎖緊之分析與實驗模態振型圖

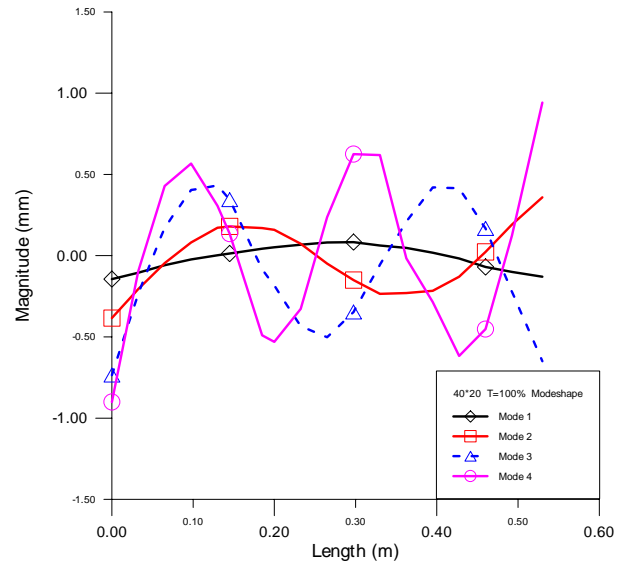


圖 7 · Type c 100% 鎖緊之實驗模態振型圖(mode 1-4)

表 7. 分析與實驗模態振型之模態保證指標 (MAC)

(a) Type a 20% 鎖緊 (MAC)

實驗 \ 分析	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
Mode 1	<a href="#">0.99155</a>	0.00247	0.20212	0.00006
Mode 2	0.00230	<a href="#">0.99485</a>	0.00147	0.12180
Mode 3	0.09361	0.00783	<a href="#">0.89934</a>	0.01760
Mode 4	0.00547	0.07159	0.00981	<a href="#">0.86564</a>

(b) Type a 100% 鎖緊 (MAC)

實驗 \ 分析	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
Mode 1	<a href="#">0.99674</a>	0.00081	0.17045	0.00014
Mode 2	0.00090	<a href="#">0.98457</a>	0.00726	0.08009
Mode 3	0.12512	0.00149	<a href="#">0.97730</a>	0.00277
Mode 4	0.00023	0.08132	0.00981	<a href="#">0.96606</a>

(c) Type b 100% 鎖緊 (MAC)

實驗 \ 分析	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
Mode 1	<a href="#">0.97272</a>	0.00041	0.15386	0.00043
Mode 2	0.00176	<a href="#">0.99000</a>	0.00012	0.07573
Mode 3	0.09919	0.00177	<a href="#">0.97386</a>	0.00980
Mode 4	0.00120	0.08516	0.00149	<a href="#">0.96482</a>

(d) Type c 20% 鎖緊 (MAC)

實驗 \ 分析	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
Mode 1	<a href="#">0.99639</a>	0.00001	0.04793	0.00043
Mode 2	0.00044	<a href="#">0.98971</a>	0.00053	0.07282
Mode 3	0.02984	0.00011	<a href="#">0.98826</a>	0.01004
Mode 4	0.00524	0.05908	0.00041	<a href="#">0.99100</a>

(e) Type c 100% 鎖緊 (MAC)

實驗 \ 分析	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
Mode 1	<a href="#">0.98932</a>	0.00020	0.04335	0.00291
Mode 2	0.00028	<a href="#">0.99693</a>	0.00000	0.07356
Mode 3	0.04485	0.00085	<a href="#">0.98444</a>	0.00700
Mode 4	0.00005	0.11418	0.00671	<a href="#">0.92726</a>

表 8、不等長雙平板不同鎖緊預力之單螺栓接合結構阻尼比

模型/模態數		實驗阻尼比(%)			修正阻尼比(%)		
		20%	50%	100%	20%	50%	100%
a	Mode 1	0.201	0.214	0.217	0.109	0.126	0.131
	Mode 2	0.128	0.131	0.091	0.095	0.098	0.058
	Mode 3	0.226	0.197	0.210	0.208	0.180	0.194
	Mode 4	0.302	0.191	0.224	0.289	0.179	0.212
b	Mode 1	0.275	0.282	0.249	0.124	0.136	0.104
	Mode 2	0.116	0.124	0.119	0.060	0.069	0.065
	Mode 3	0.116	0.096	0.086	0.087	0.067	0.057
	Mode 4	0.207	0.177	0.17	0.189	0.160	0.153
	Mode 5	0.291	0.158	0.147	0.277	0.145	0.134
c	Mode 1	0.294	0.298	0.279	0.076	0.081	0.063
	Mode 2	0.147	0.15	0.145	0.064	0.069	0.064
	Mode 3	0.089	0.087	0.097	0.047	0.045	0.056
	Mode 4	0.097	0.123	0.086	0.071	0.097	0.060
	Mode 5	0.148	0.121	0.13	0.131	0.104	0.113
	Mode 6	0.279	0.138	0.123	0.265	0.124	0.110
	Mode 7	0.162	0.107	0.078	0.150	0.096	0.067

出 Type a、Type b、Type c 之部份分析所得之模態振型與實驗所得之模態振型之 MAC 矩陣如表 7(a)~(e)所示。綜合討論如下：

1. 由表 7(a)~7(e)可觀察得知，所有對角線元素之 MAC 值均介於 0.86~0.99 之間，顯示分析與實驗模態振型有很好的比例關係。
2. 非對角線元素之 MAC 值，除了(1,3),(3,1)及(2,4),(4,2)外，均在 0.08 以下，顯示模態振型的正交性關係吻合模態振型之基本特性。
3. (1,3),(3,1)及(2,4),(4,2)之 MAC 值，約在 0.03~0.20 之間，未如預期趨近於 0，乃因如圖 3 所示螺栓接合結構試體之螺栓位置，正好為 Type a 第一及第三模態振型之最大值位置，而為第二及第四模態振型之節點(nodal point)；也為 Type b 第二及第三模態振型之節點；也為 Type c 第一、第二及第四模態振型之節點。所以可以確定各個模型之分析結果與實驗結果相當吻合。

### 5.1.3 阻尼比

阻尼比與結構之材料、尺寸形狀、螺栓接合效應相關。阻尼比對於結構之影響，在於阻尼比愈大代表結構消散能量之能力愈高，亦即當質量(M)與彈簧力(K)一定之條件下，激振頻率等於共振頻率時，阻尼比愈大振幅愈小。由於螺栓接合結構之接點非完全剛性，故阻尼比會比一般鋼材為高，若鎖緊預力不足時，則會加大阻尼力，使得共振頻率處之振幅變小，因此，量測螺栓接合結構之阻尼比也可作為衡量有無正常鎖緊之參考指標。由於實驗量測頻率響應時，衝擊錘與加速度計已分別加入暫態加權函數(Transient Window)與指數加權函數(Exponential Window)效應，所以加速度計所測得之訊號會有加重阻尼之效果，因此實驗所得之阻尼比必須加以修正[17]。

Type a、Type b、Type c 三種不同長度之雙平板搭接之單螺栓接合結構，在三種不同鎖緊預力下之阻尼比及修正後之阻尼比如表 8 所示。圖 8 為 Type c 模型之不同鎖緊率模態阻尼比趨勢圖。圖 9 為三種模型之不同鎖緊率模態阻尼比平均值趨勢圖。表 8 顯示各個模態之阻尼比，大體還介在一般鋼材之 0.1~0.5%，而且結構之阻尼比在 20%與 100%鎖緊之狀態下，除 Type a 外，大體也隨著鎖緊預力增加而減少，呈現阻尼比因螺栓接點剛性變化之現象。

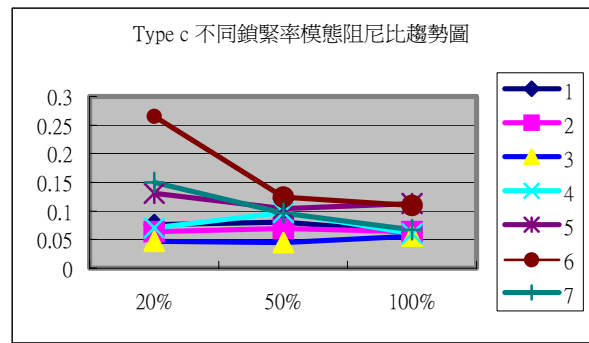


圖 8、Type c 不同鎖緊率模態阻尼比趨勢圖

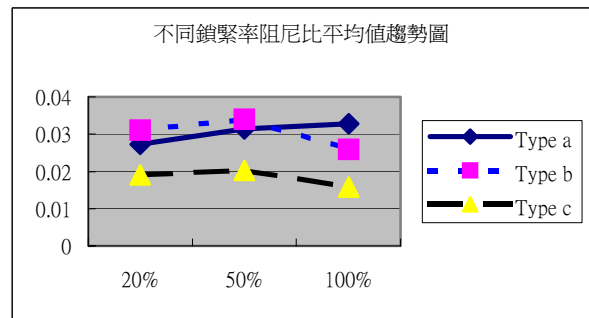


圖 9、Type a、b、c 不同鎖緊率模態阻尼比平均值趨勢圖

### 5.2 簡諧分析

簡諧響應分析乃在求得系統之輸出與輸入間之頻率響應函數，目的在了解系統之特性。

本文採取固定偵測點移動衝擊點擷取振動訊號之方式，將三種不等長雙平板搭接之單螺栓接合結構分別定義 12、15、18 個分割點，給予衝擊力 12.5N/m(詳 3.1 節說明)及 0~5000Hz 頻率範圍，進行簡諧響應分析。三種雙平板搭接之單螺栓接合結構在不同鎖緊預力下之分析與實驗之同點頻率響應函數與轉移頻率響應函數圖形及對應之關聯性函數圖形大都具相同特徵，僅整理部份圖形說明討論。各個有限元素模型均取兩端點(第 1 及第 12、15、18)之敲擊點所得頻率響應函數圖形作說明。圖 10~12 為 Type a、Type b 及 Type c 在 100%鎖緊之有限元素分析與實驗所得各階模態之頻率響應函數圖形。圖 13 為 Type a 三種不同鎖緊預力之實驗 FRF 圖形；圖 14 為 Type a 三種不同鎖緊預力之分析 FRF 圖形。

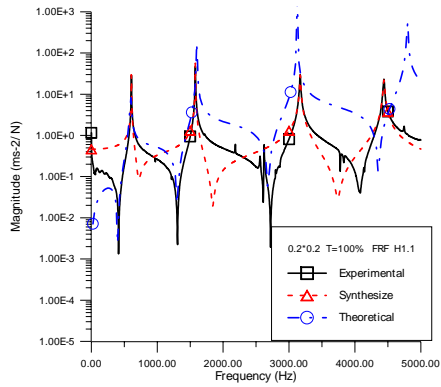
實驗所得頻率響應函數對應之關聯性函數值( $\gamma^2$ )為信號輸入與輸出之交叉能量頻譜密度函數(Cross Spectrum)與自身能量頻譜密度函數(Auto Spectrum)之比，可作為結構頻率響應分析品質之指標，其值愈趨近於 1 為愈佳[18]。其定義如下：

$$\gamma^2 = \frac{G_{fa}(\omega)G_{af}(\omega)}{G_{aa}(\omega)G_{ff}(\omega)} \quad (3)$$

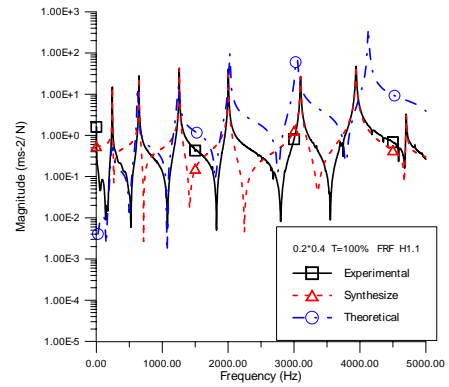
其中， $G_{fa}(\omega)$ 與 $G_{af}(\omega)$ 為信號輸入與輸出之交叉能量頻譜密度函數， $G_{ff}(\omega)$ 及 $G_{aa}(\omega)$ 為信號輸入及輸出之自身能量頻譜密度函數。圖 15 為 Type a 模型 20%鎖緊之實驗所得頻率響應函數對應之關聯性函數圖形。

由各模型之分析與實驗之同點頻率響應函數(Point FRF,  $H_{1,1}$ )，及轉移頻率響應函數(Transfer FRF,  $H_{1,12}$ ,  $H_{1,15}$ ,  $H_{1,18}$ )圖形及對應之關聯性函數圖形所顯示之現象，綜合討論如下：

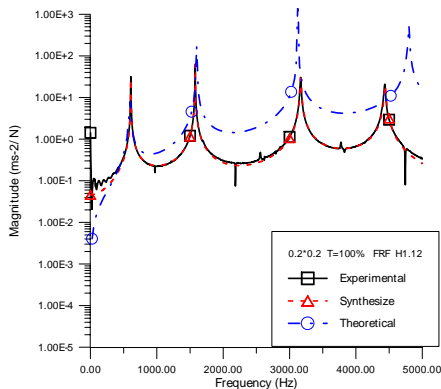
1. 三種雙平板搭接之單螺栓接合結構在不同鎖緊預力下之分析與實驗之同點頻率響應函數與轉移頻率響應函數圖形曲線形態相同，均有明顯的共振尖峰點。Type a 實驗所得 FRF 圖形有四個共振尖峰點，分別介於 574~608Hz、1570~1580Hz、2960~3170Hz、



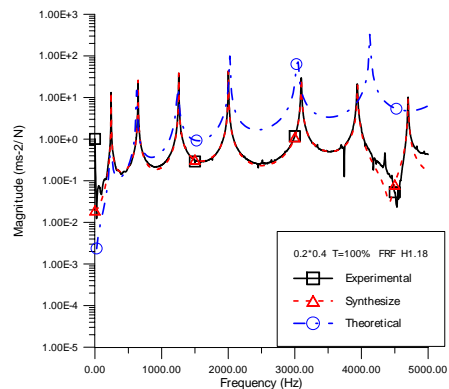
(a)同點(i=1,j=1) 100%鎖緊之 FRF 圖形



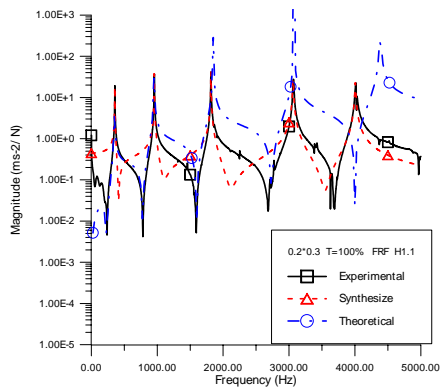
(a)同點(i=1,j=1) 100%鎖緊之 FRF 圖形



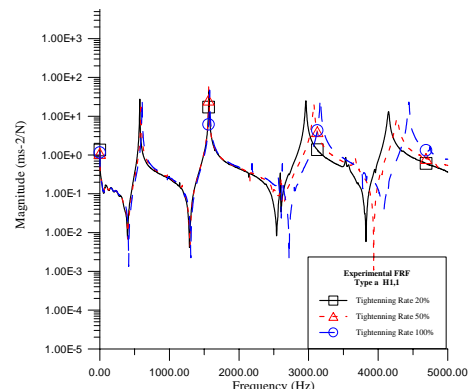
(b)相異點(i=12,j=1) 100%鎖緊之 FRF 圖形  
圖 10、Type a 100%鎖緊之 FRF 圖形



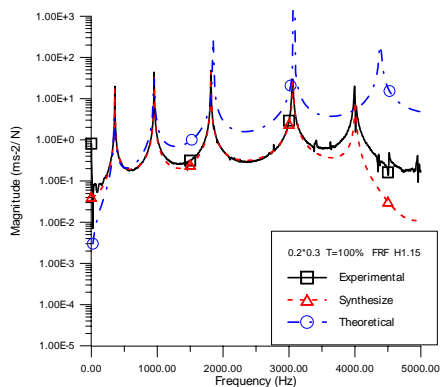
(b)相異點(i=18,j=1) 100%鎖緊之 FRF 圖形  
圖 12、Type c 100%鎖緊之 FRF 圖形



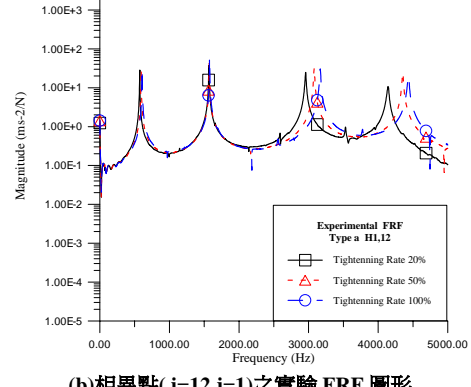
(a)同點(i=1,j=1) 100%鎖緊之 FRF 圖形



(a)同點(i=1,j=1)之實驗 FRF 圖形

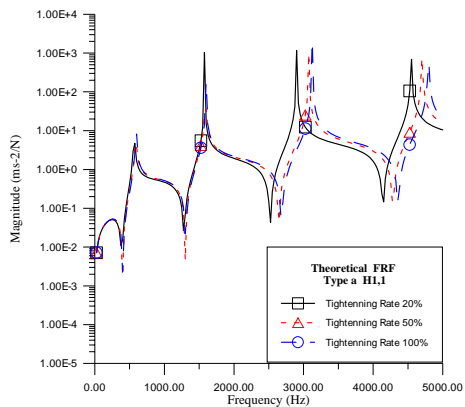


(b)相異點(i=15,j=1) 100%鎖緊之 FRF 圖形  
圖 11、Type b 100%鎖緊之 FRF 圖形

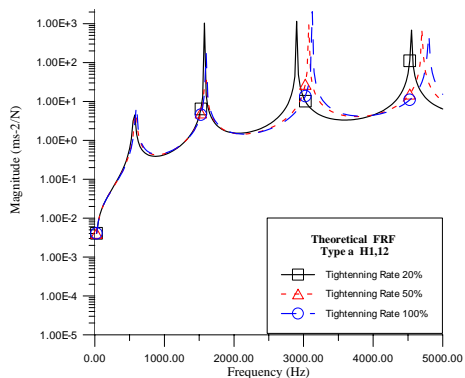


(b)相異點(i=12,j=1)之實驗 FRF 圖形  
圖 13、Type a 三種不同鎖緊預力之實驗 FRF 圖形



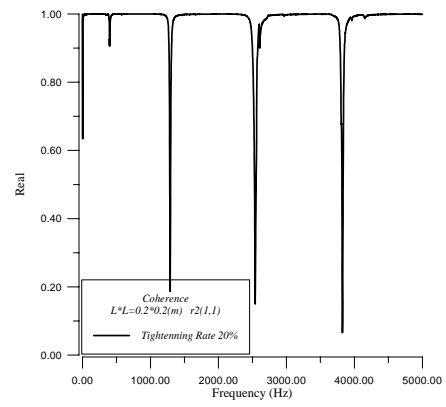


(a)同點(i=1,j=1)之分析 FRF 圖形

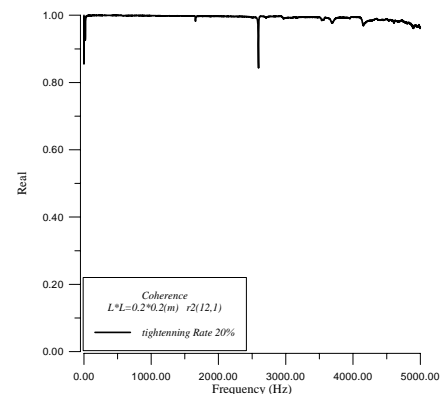


(b)相異點(i=12,j=1)之分析 FRF 圖形

圖 14、Type a 三種不同鎖緊預力之分析 FRF 圖形



(a)同點(i=1,j=1)關聯性函數圖形



(b)相異點(i=12,j=1)關聯性函數圖形

圖 15、Type a 20%鎖緊之關聯性函數圖形

4150~4440Hz 之間。Type b 模型有五個共振尖峰點，分別介於 345~361Hz、931~956Hz、1790~1820Hz、2920~3120Hz、3750~4090Hz 之間。Type c 模型有七個共振尖峰點，分別介於 239~242Hz、627~646Hz、1240~1260Hz、1980~2000Hz、3000~3100Hz、3650~3940Hz、4410~4700Hz 之間。

- 同點頻率響應函數圖形之分析與實驗之頻率響應函數曲線，每二共振點間有一個明顯反共振點，符合同點頻率響應函數之特徵。
- 轉移頻率響應函數圖形之分析與實驗之頻率響應函數曲線，各個共振點間沒有反共振點，符合轉移頻率響應函數之特徵。
- 同點頻率響應函數對應之關聯性函數值，除反共振點外皆趨近於 1；轉移頻率響應函數對應之關聯性函數值也都接近於 1，且無反共振點值。顯示信號輸入與輸出間有良好之線性關係。

簡諧響應分析結果，各種模型均可得合理之頻率響應分析結果，而且各模型之同點頻率響應函數或轉移頻率響應函數均有相同特徵，所對應之關聯性函數值也接近於 1，顯示分析與實驗之頻率響應函數曲線有一定程度吻合。

### 5.3 定性評估

經由三種不等長雙平板搭接之單螺栓接合結構在 100%、50%、20% 三種不同鎖緊預力下之有限元素分析與實驗所得各階模態參數及頻率響應函數與關聯性函數圖形比較，各種模型之模態自然頻率變化與代表接觸應力之彈簧常數值(K)成正相關關係。模態分析與簡諧分析之評估結果說明如表 9 所示。

### 5.4 結果討論

三種不等長不同鎖緊預力之螺栓接合結構衝擊實驗與分析結果，就問題定義明確性、分析目標合宜性、分析過程明確性、分析結果合理性等，作一綜合討論。

表 9、Type a、Type b、Type c 之分析與實驗定性評估結果

模型代號	模態分析		簡諧分析	備註
	$\omega_n$	$\phi_n$	$H_{ij}$	
a	可	好	好	
b	好	好	好	
c	好	好	好	

#### 1. 問題定義明確性

由本文之問題定義而至分析與實驗之過程，能獲致合理之不同鎖緊預力之螺栓接合結構衝擊實驗所得分析與實驗結果，證明問題定義明確。

#### 2. 分析目標合宜性

在本文所設定之問題定義下，三種不同長度之螺栓接合結構在三種不同鎖緊預力下之分析與實驗之過程，均能符合預期，明顯反應螺栓接合結構的特性。

#### 3. 分析過程明確性

在有限元素分析與實驗模態分析之過程，分別對三種不同長度之螺栓接合結構在三種不同鎖緊預力下之分析與實驗之過程，皆明確說明分析與實驗之儀器、方法、程序及相關事項，可以為相關問題分析與實驗作業參考。

#### 4. 分析結果合理性

由預設 K 值所得三種不同螺栓接合結構不同鎖緊預力所得自然頻率及最佳化分析所得自然頻率與實驗自然頻率可知，各模型均有定性關係。

模態分析與簡諧響應分析結果，各種模型均可得合理之模態參數與頻率響應分析結果，所對應之關聯性函數值也都接近於 1，定

性分析結果顯示分析與實驗結果符合預期。

## 六、結論

本文應用有限元素分析法及傳統實驗模態分析法，針對三種不等長雙平板搭接之單螺栓接合結構在三種不同鎖緊狀態下之動態特性進行比較，得到下列結論：

1. 模態分析與簡諧響應分析結果，螺栓接合結構模態自然頻率，皆隨螺栓鎖緊預力增加而增加之線性變化趨勢，且頻率愈高愈明顯，因此，模態自然頻率可作為衡量螺栓有無正常鎖緊之指標。
2. 螺栓接合結構之阻尼比，大體也隨著鎖緊預力增加而減少，呈現阻尼比隨螺栓接點剛性增加而減少之現象，阻尼比也可作為衡量有無正常鎖緊之參考指標。
3. 對於一個螺栓接合結構系統，鎖緊預力是影響螺栓接合結構動態特性之重要因素，鎖緊預力充足之螺栓接合結構系統，其自然頻率高，阻尼比小，能夠顯示出高剛性之結構特性。因此，透由結構的自然頻率與頻率響應函數特性驗證或預測螺栓鎖緊預力是否符合目標值是可行的方式。

本文所建立之螺栓接合結構有限元素模型架構理念及其動態特性分析步驟與方法，可供螺栓接合結構共通之分析模式或其他有接合界面之結構或類似結構之動態特性分析參考，所架構之理念有限元素模型，可擴充至合成結構使用。

## 七、參考文獻

1. 黃立鑫，陳正煒，1999，「鋼結構工程高張力螺栓磨擦接合程序與工法」，*技術與訓練*，第 24 卷，第 3 期，第 120-139 頁。
2. 財團法人精密機械研究發展中心，1998，「工具機結構間、接合面之淨剛性」，*技術通報*，第 54 期，第 1-25 頁。
3. 黃立鑫，1994，「檢驗鎚敲擊法應用於鋼結構物高強度螺栓磨擦接合螺栓鎖緊程度之檢測方法」，*技術與訓練*，第 19 卷，第 4 期，第 169-172 頁。
4. 宋佩瑄，楊宗文，陽正德，1996，「單螺栓結構動態模擬之研究」，*中華民國第 20 屆全國力學會議論文集*，第 84-91 頁。
5. 紀世宗，周元昉，1991，「螺栓接點動態模式與特性之研究」，*中國機械工程學會第八屆學術研討會論文集*，第 1597-1604 頁。
6. 胡興億，陳定宇，2000，「螺栓接合界面勁度與阻尼之實驗驗證」，*中華民國力學學會年會及第 24 屆全國力學會議論文集*，第 197-204 頁。
7. Tsai, J. S., and Y. F. Chou, 1988, "Modeling of the Dynamic Characteristics of Two-Bolt-Joints," *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, Vol. 11, No. 3, pp. 235-245.
8. Yuan, J. X., and Wu, X. M., 1985, "Identification of the Joint Structural Parameters of Machine Tool by DDS and FEM," *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry*, Vol. 107, pp. 64-69.
9. Esteban, J., and C.A. Rogers, 2000, "Energy Dissipation through Joints: Theory and Experiments," *Computers and Structures*, Vol. 75, No. 4, pp. 347-359.
10. Simmermacher, T., D. Segalman, and M. Sagartz, 1998, "A Mechanical Diode: Comparing Numerical and Experimental Characterizations," *Proceedings of the 16<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference*, Vol. 2, pp. 718-722.
11. Yoshimura, M. 1979, "Computer-Aided Design Improvement of Machine Tool Structure Incorporating Joint Dynamics Data," *Annals of the CIRP*, Vol. 28, pp. 241-246.

12. 財團法人精密機械研究發展中心，1994，「工具機常用螺紋有效斷面積及拉力負載」，*技術通報*，第 1 期，第 9-12 頁。
13. 王栢村，2001，*電腦輔助工程分析之實務與應用*，全華科技圖書公司，台北。
14. 王栢村，1998，*實驗模態分析*，國立屏東科技大學機械工程研究所。
15. Gibson, R. F., and Y. F. Wen, 1993, "Evaluation of Boundary Conditions for a Composite Plate Vibration Test," *Proceeding of the Spring Conference on Experimental Mechanics and Exhibits*, pp. 19-27.
16. 王栢村，2001，*電腦輔助工程分析之實務與應用*，全華科技圖書公司，台北。
17. 王栢村，陳榮亮，1997，「簡支板之實驗模態分析」，*國立屏東科技大學學報*，第六卷，第四期，第 273-281 頁。
18. 王栢村，1998，*實驗模態分析*，國立屏東科技大學機械工程研究所。

## Modal Characteristics for Various Pre-stress of Bolt-Jointed Structure

Bor-Teuen Wang Li-Shin Huang

Department of Mechanical Engineering National Pingtung University of Science and Technology

### ABSTRACT

This work presents the use of finite element analysis (FEA) and experimental modal analysis (EMA) to characterize the dynamic properties of three different geometric combinations with various pre-stressed of bolt-jointed plates structures. The FEA is first performed by the plane element and spring element. EMA is then carried out by using the impact hammer as the actuator and the accelerometer as the sensor to obtain the actual modal parameters. Model verification is then proceeded base on the experimental modal parameters to validate the finite element model. Results show that structural natural frequencies are strongly dependent on the pre-stressed condition. Higher pre-stressed bolted plates generally result in higher natural frequencies. This characteristic can be adopted as an index to predict the joint quality of the bolted structure. The variation of structural modal parameters for various pre-stressed condition can be further analyzed for their use in quality inspection. The modeling technique and the model verification process can be applied to other bolt-jointed structures as well.

Key Words: Bolt-Jointed structures, Finite elements analysis, Experimental modal analysis, Modal parameters