

## 不同車輛模型於行駛品質之比較分析

王栢村 吳焜熙

國立屏東科技大學機械工程學系

### 摘要

本文主要以電腦輔助工程分析商業應用軟體，ANSYS 分析車輛行駛品質並確認分析結果與理論解做比較；首先介紹單自由度與多自由度車輛模型的車輛行駛品質理論分析，考慮不規則路面位移作為車輛系統的輸入，以獲得車輛系統輸出之能量頻譜密度函數，並可推導得行駛品質參數，它包括：駕駛座加速度在 1/3 八音頻帶之平方平均根值和車體加速度之標準差。使用 MATLAB 發展理論行駛品質分析程式，評估車輛行駛於不路面與不同速度之舒適度；分別建立單自由度、三個自由度和五個自由度車輛之有限元素模型，然後使用 ANSYS 求解，分析結果顯示，理論與 ANSYS 分析相當吻合。有限元素分析能力因此獲得確認，應用 ANSYS 軟體的優點可免除推導系統運動方程式之繁瑣工作，另外也能夠很容易擴展到撓性結構車體模型，建立發展之分析方法能應用到其他更複雜的車輛模型，如軌道車輛問題之分析。

關鍵字：能量頻譜密度函數、1/3 八音頻帶、平方平均根值、標準差、有限元素模型、有限元素分析

### 一、前言

目前工商社會進步迅速，交通工具的使用已經非常頻繁，一般民眾對車輛乘坐的舒適性、操控性將更受重視。國際標準組織在 1978 年訂定 ISO 2361[1]人類身體所能容忍的振動量。傳統之車輛動態行駛品質分析，首先需建立車輛數學模型，接著推導系統運動方程式以利後續分析求解[2]，本文擬以有限元素法為基礎，發展車輛動態模型分析之步驟，使用 ANSYS 軟體的好處是可以減少曠日費時的推導系統運動方程式，只要改變對應之理念有限元素模型將可以迅速獲得分析結果。

行駛品質的分析首先必須建構車輛的數學模型，根據分析目標不同，在 1999 年王[3]提出四分之一車體、半車體及全車體模型等三種典型的數學模型，Hac[4]使用兩個自由度車輛模型，亦就是四分之一車體模型，是車體模型中最簡單且經常使用來做行駛品質分析，一半車體模型通常用來分析跳躍和顛簸響應，全車體模型可以增加轉動及側向的響應，座位的振動搖晃在車輛行駛品質分析佔有非常重要的角色，車輛動態模型分析經常將車體當作樑來作分析。

目前從事車輛行駛品質的研究通常以車輛振動之時間域及頻率域的方法來分析，考慮規則的路面通常以時間域來分析，考慮不規則的路面通常以頻率域來分析，Janeway [5]發表振動舒適性衡量方法與標準，各種方法都為一連串實驗所建立之衡量標準；Lin[6]提出以頻率域技術評估對人類舒適性的影響；Stikeater[7]在駕駛座測量駕駛員水平震動的行駛品質暨駕駛者平均全神貫注的能力；Wang 及 Hu[8]針對全聯結車行駛品質作評估。

本文主要的目的是針對車輛行駛於 ISO[9]所規定之各種等級

路面，在一般經常行駛之路面等級狀況下，分析車輛於行駛過程中的動態行為，將其動態行為採用 ISO 2631 規範作一評估，因此可以獲得車輛動態行駛品質之評估；亦擬以有限元素法之各種不同元素，建構各種車體之有限元素模型，發展車輛動態行駛品質分析之步驟，可以提供其他車輛動態行為為分析之參考。

### 二、定義車輛模型

#### 2.1 單自由度系統數學模型

單自由度系統(1/4 車體)數學模型如圖 1 所示，若忽略輪胎與輪軸間的效應，以彈簧阻尼元件模擬懸吊器， $m$  代表 1/4 車體質量； $k_s$ 、 $c_s$  分別代表避振器之彈簧常數及阻尼係數， $v$  代表車輛的行駛速度， $x$  代表路面的位移輸入，在此模型忽略輪胎與輪軸間的效應且為剛體，故路面位移輸入直接由懸吊系統輸入， $y$  代表車體的位移輸出。

#### 2.2 三個自由度系統數學模型

三個自由度系統(1/4 車體)數學模型如圖 2 所示，輪軸、車體，駕駛員分別以集中質塊模擬，而輪胎、懸吊系統、駕駛座分別以彈

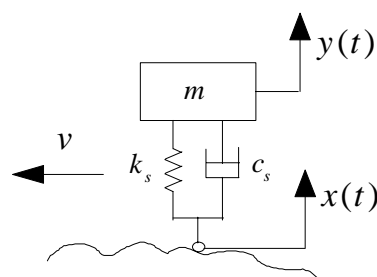


圖 1. 單自由度系統(1/4 車體)數學模型

簧阻尼元件模擬之。 $m_1$  代表汽車 1/2 輪軸與輪胎質量、 $m_2$  代表 1/4 車體質量； $m_3$  代表駕駛員質量， $k_t$ 、 $c_t$  分別代表輪胎之彈簧常數及阻尼係數， $k_s$ 、 $c_s$  分別代表懸吊系統之彈簧常數及阻尼係數， $k_d$ 、 $c_d$  分別代表駕駛座之彈簧常數及阻尼係數， $v$  代表車輛的行駛速度， $y_1$ 、 $y_2$ 、 $y_3$  分別代表車輪軸、車體、駕駛座的位移輸出參數， $x$  代表路面的位移輸入。

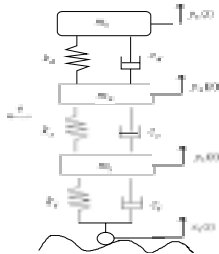


圖 2. 三個自由度系統(1/4 車體)數學模型

### 2.3 五個自由度系統數學模型

五個自由度系統(1/2 車體) 數學模型如圖 3 所示，將汽車車體假設為一剛性樑，車體質量假設為一集中質量位於樑的中心，駕駛座、前後輪胎及懸吊系統假設為彈簧，前後輪胎接觸於路面， $m_1$ 、 $m_2$ ：分別代表前後 1/2 輪軸質量， $m_3$ 、 $J$  分別代表 1/2 車體質量及其質量慣性矩， $m_4$  為駕駛員質量； $k_{t1}$ 、 $c_{t1}$  分別代表前輪胎之彈簧常數及尼係數， $k_{t2}$ 、 $c_{t2}$  分別代表後輪胎之彈簧常數及阻尼係數， $k_{s1}$ 、 $c_{s1}$  分別代表前懸吊系統之彈簧常數及阻尼係數， $k_{s2}$ 、 $c_{s2}$  分別代表後懸吊系統之彈簧常數及阻尼係數， $k_d$ 、 $c_d$  分別代表駕駛座之彈簧常數及阻尼係數； $v$  代表車輛的行駛速度；系統自由度包括： $y_1$ 、 $y_2$  為前輪軸及後輪軸之垂直位移， $y_3$ 、 $y_4 = \theta$  為車體垂直位移及旋轉角度， $y_5$  為駕駛座之位移， $x_1$ 、 $x_2$  分別代表前後輪胎的路面位移輸入。車體的總長度為  $l_1 + l_2 + l_3 + l_6$ ，前後懸吊系統與車體質量中心距離分別為  $l_1$ 、 $l_2$ ， $l_3$  駕駛座與車體質量中心距離，當前後輪胎分別接受不同等級的路面時，求其加速度頻譜密度響應函數，進而評估車輛的行駛品質。

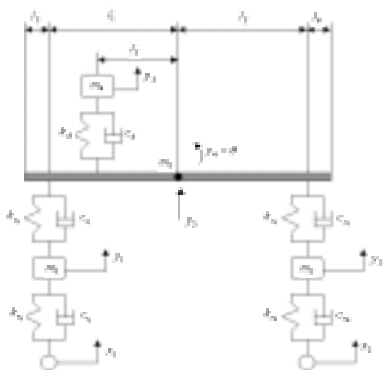


圖 3 五個自由度系統(1/2 車體)數學模型

### 三、分析目標

本文擬進行與行駛品質有關的振動學上四種分析[10]中的三種分析：模態分析、簡諧響應分析及頻譜響應分析。

- 1.由模態分析可得車輛模型動態系統之模態參數，包括自然頻率及其對應之模態振型。得知車輛系統之自然頻率可以避免外力激振頻率在自然頻率附近或與自然頻率相同時所產生的共振現象；而獲知自然模態振型，可瞭解共振發生時車體結構之運動狀態。
- 2.簡諧響應分析之目的在於獲得車體結構系統於輪胎受一簡谐波位移激振時之系統響應分析，分析可以獲得頻率響應函數 (frequency response function, FRF)，頻率響應函數為系統響應與輸入位移之比值。
- 3.頻譜響應分析主要在分析當車輛經過不規則的路面時，車輛的乘坐者之加速度能量品譜密度函數，同時可以得到系統之行駛品質參數；本文所探討的行駛品質包含駕駛座的舒適度分析和 ISO 2361 的規範作比較和車體加速度的標準差，且針對不同車速和道路等級的情形下分別加以系統性的探討。

### 四、理論分析

#### 4.1 單自由度系統理論分析

若車輛以單自由度具黏滯阻尼振動系統模擬之，其數學模式之示意圖如圖 1 所示，而系統之運動方程式，可由牛頓的第二運動定律推導如下：

$$m\ddot{y} + c_s\dot{y} + k_s y = c_s \dot{x} + k_s x \quad (1)$$

其中， $m$  代表車體之質量， $c_s$  代表彈簧之黏滯阻尼係數， $k_s$  代表懸吊系統之彈簧常數， $y$ 、 $\dot{y}$  及  $\ddot{y}$  分別代表車體質塊之位移、速度及加速度，係為時間之函數， $x$  則為作用於質塊之路面位移輸入。

#### 4.1.1 單自由度系統模態分析

對式(1)全式除以  $m$ ，並以模態參數代換可化簡得：

$$\ddot{q} + 2\xi\omega_n\dot{q} + \omega_n^2 q = 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x \quad (2)$$

其中，

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_s}{m}} \quad (3)$$

$$\xi = \frac{c}{c_c} \quad (4)$$

$$c_c = 2\sqrt{mk_s} = 2m\omega_n \quad (5)$$

$\omega_n$  可定義為系統之自然頻率(Natural frequency)； $c_c$  定義為臨界黏滯阻尼係數； $\xi$  定義為黏滯阻尼比(Viscous damping ratio)； $q(t)$  稱為模態座標(Modal coordinate)。

#### 4.1.2 單自由度系統簡諧響應分析

若系統位移輸入為簡諧位移，表示成：

$$x(t) = X e^{i\omega t} \quad (6)$$

其中， $X$  為簡諧位移之振幅大小， $\omega$  為簡諧激振頻率，則系統之響應亦成簡諧運動，則位移可表示如下：

$$Y(t) = X \frac{k_s + i\omega c_s}{(k_s - m\omega^2) + i(\omega c_s)} e^{i\omega t} = Y e^{i\omega t} \quad (7)$$

則路面位移輸入與質塊位移輸出之間的頻率響應函數可得：

$$H(\omega) = \frac{X}{Y} = \frac{k_s + i\omega c}{(k_s - m\omega^2) + i(\omega c_s)} = \frac{\omega_n^2 + i2\xi\omega_n\omega}{(\omega_n^2 - \omega^2) + i(2\xi\omega_n\omega)} \\ = \frac{1 + i2\xi r}{(1 - r^2) + i(2\xi r)} \quad (8)$$

其中，

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} \quad (9)$$

$H(\omega)$  稱為頻率響應函數(Frequency response function, FRF)，可表示成如式(2-8)之三種形式，為頻率域之分析，此處  $H(\omega)$  因系統具阻尼效應而為複數形式，一般可表示成振幅大小如下：

$$|H(\omega)| = \frac{\sqrt{k_s^2 + (\omega c_s)^2}}{\sqrt{(k_s - m\omega^2)^2 + (\omega c_s)^2}} \\ = \frac{\sqrt{\omega_n^2 + 2\xi\omega_n\omega}}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega_n\omega)^2}} \\ = \frac{\sqrt{1 + 2\xi r}}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \quad (10)$$

#### 4.2 多自由度系統理論分析

多自由度系統其分析過程如下，假設  $n$  個質塊及彈簧系統其數學模式如圖 2 所示，每一質塊均受一路面位移作用，而產生位移運動，則  $n$  個自由度振動系統，而系統之運動方程式通式可推導得：

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = [C']\{\dot{x}\} + [K']\{x\} \quad (11)$$

其中， $[M]$  稱為質量矩陣， $[C]$  稱為阻尼矩陣， $[K]$  稱為勁度矩陣，均為  $n \times n$  之矩陣，亦均為常數  $m_i$ 、 $k_i$ ， $i = 1, 2, \dots, n$  之組成。

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{Bmatrix} \quad (12)$$

$$\{y(t)\} = \begin{Bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$\{y(t)\}$  稱為位移向量， $y_i(t)$  亦稱為輸出座標，為系統之輸出位移響應， $\{x(t)\}$  稱為路面位移向量， $x_i(t)$  為系統之輸入位移物理量。

#### 4.2.1 多自由度系統模態分析

擬進行模態分析，令位移輸入向量  $\{x(t)\} = \{0\}$ ， $[C] = [0]$  並假

設：

$$\{y(t)\} = \{Y\} e^{i\omega t} = \begin{Bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{Bmatrix} e^{i\omega t} \quad (14)$$

將上式帶入式(11)去除  $[C]\{\dot{y}\}$  項可得：

$$([K] - \omega^2[M])\{Y\} e^{i\omega t} = \{0\} \quad (15)$$

觀察上式可知，為一齊次聯立方程式， $\{Y\}$  有解，若且唯若，

$$\det([K] - \omega^2[M]) = 0 \quad (16)$$

$\det$  代表行列式(Determinant)，故由上式可得  $n$  個解，

$$\omega_r^2, \quad r = 1, 2, \dots, n \quad (17)$$

並可求得對應之  $\{Y_r\}$ ， $r = 1, 2, \dots, n$ 。由式(15)亦可改寫成一般化特

徵值問題形式如下：

$$[K]\{Y\} = \omega_r^2[M]\{Y\} \quad (18)$$

在數學定義上， $\omega_r^2$  為特徵值， $\{Y\}$  為其對應之特徵向量，可求得

$n$  個解如下：

$$\omega_r^2, \quad r = 1, 2, \dots, n \\ \{\psi\}_r \quad (19)$$

在物理意義上， $\omega_r$  為系統之第  $r$  個模態自然頻率， $\{\psi\}_r$  為第  $r$  個模態向量。

#### 4.2.2 多自由度系統簡諧響應分析

若假設系統的位移輸入為簡諧位移表示如下：

$$\{x(t)\} = \{X\} e^{i\omega t} = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_m \end{Bmatrix}_{m \times 1} e^{i\omega t} \quad (20)$$

$\{X\}$  為簡諧位移之振幅向量， $X_j$  為第  $j$  個位移之振幅， $\omega$  為簡諧

激振頻率，則系統之輸出亦為簡諧位移響應，可表示如下：

$$\{y_i(t)\} = \{Y\} e^{i\omega t} = \begin{Bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{Bmatrix}_{n \times 1} e^{i\omega t} \quad (21)$$

其中， $Y_i$  為輸出簡諧位移之振幅大小，將式(20)及(21)代入運動方

程式(11)可得：

$$([K]_{n \times n} - \omega^2[M]_{n \times n} + i\omega[C]_{n \times n})\{Y\}_{n \times 1} e^{i\omega t} = ([K']_{n \times m} + i\omega[C']_{n \times m})\{X\}_{m \times 1} e^{i\omega t} \quad (22)$$

令

$$\begin{cases} [A]_{n \times n} = ([K]_{n \times n} - \omega^2[M]_{n \times n} + i\omega[C]_{n \times n}) \\ [B]_{n \times m} = ([K']_{n \times m} + i\omega[C']_{n \times m}) \end{cases} \quad (23)$$

則方程式可以寫成：

$$\begin{aligned} [A]_{n \times n} \{Y\}_{n \times 1} &= [B]_{n \times m} \{X\}_{m \times 1} \\ \{Y\}_{n \times 1} &= [A]_{n \times n}^{-1} [B]_{n \times m} \{X\}_{m \times 1} \\ \{Y\}_{n \times 1} &= [H]_{n \times m} \{X\}_{m \times 1} \end{aligned} \quad (24)$$

則系統之頻率響應函數矩陣可以寫成如下：

$$[H]_{n \times m} = [A]_{n \times n}^{-1} [B]_{n \times m} \quad (25)$$

$\{Y\}$  為位移輸出振幅向量， $\{X\}$  為位移振幅輸入振幅向量， $[H]$  稱為頻率響應函數矩陣，可表示成如式(26)之形式。

$$[H]_{nm} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1m} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & \cdots & H_{nm} \end{bmatrix} \quad (26)$$

### 4.3 路面模型

一般路面模型，可以採用數學方式來表示，本文採用 ISO[9]之規定，將不規則路面粗糙度分為 A~H 等八個等級；不規則路面之模型以波數(Wave number)定義路面位移能量頻譜密度函數如下：

$$S_g(\Omega) = S_g(\Omega_0) \left( \frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-N_1}, \quad \Omega \leq \Omega_0 \quad (27)$$

$$S_g(\Omega) = S_g(\Omega_0) \left( \frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-N_2}, \quad \Omega \geq \Omega_0 \quad (28)$$

其中， $\Omega_0 = 1/2\pi$  為基準波數(cycle/m)； $S_g(\Omega)$  為路面之粗糙度， $N=2$ ； $N=1.5$ ； $\Omega$  為波數(cycle/m)，波數與頻率之關係如下：

$$f = \Omega \times v \quad (29)$$

其中， $v$  為車輛速度(m/s)， $f$  為頻率(Hz)，

### 4.4 定義路面輸入能量頻譜密度函數

隨機變數  $x(t)$ ，定義  $x(t)$  之自身相關函數  $R_{xx}(\tau)$  表示如下：

$$R_{xx}(\tau) = E[x(t)x(t+\tau)] \quad (30)$$

能量頻譜密度  $S_{xx}(f)$  定義為相關函數  $R_{xx}(\tau)$  的傅立葉轉換表示如下：

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau \quad (31)$$

由能量頻譜密度函數之定義[10]

$$[S_{xx}(f)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[\{X(f)\}^* \{X(f)\}^T] \quad (32)$$

$$[S_{xx}(f)] = \begin{bmatrix} S_{x_1x_1} & S_{x_1x_2} & \cdots & S_{x_1x_m} \\ S_{x_2x_1} & S_{x_2x_2} & \cdots & S_{x_2x_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{x_mx_1} & S_{x_mx_2} & \cdots & S_{x_mx_m} \end{bmatrix} \quad (33)$$

其中， $S_{x_i x_i}$  為自身能量頻譜密度函數(Auto power spectral density function)， $S_{x_i x_j}$  為交叉能量頻譜密度函數(Cross power spectral density function)

### 4.5 定義系統輸出能量頻譜密度函數

令位移輸入向量  $\{x(t)\}$  及位移輸出向量  $\{y(t)\}$  之傅立葉轉換分

別為：

$$\{X(f)\} = \begin{Bmatrix} X_1(f) \\ X_2(f) \\ \vdots \\ X_m(f) \end{Bmatrix}_{m \times 1}, \quad \{Y(f)\} = \begin{Bmatrix} Y_1(f) \\ Y_2(f) \\ \vdots \\ Y_n(f) \end{Bmatrix}_{n \times 1} \quad (34)$$

其中， $m$  為輸入之數目， $n$  為自由度數目亦即輸出參數之數目，則

$$[S_{xx}(f)]_{m \times m} = \frac{1}{T} E[\{X(f)\}_{m \times 1}^* \{X(f)\}_{m \times 1}^T] \quad (35)$$

$$[S_{yy}(f)]_{n \times n} = \frac{1}{T} E[\{Y(f)\}_{n \times 1}^* \{Y(f)\}_{n \times 1}^T] \quad (36)$$

將式(34)代入上式可得：

$$[S_{yy}(f)]_{n \times n} = \frac{1}{T} E[[H(f)]_{n \times m}^* \{X(f)\}_{m \times 1}^* \{X(f)\}_{m \times 1}^T [H(f)]_{n \times m}^T] \quad (37)$$

則得：

$$[S_{yy}(f)]_{n \times n} = [H(f)]_{n \times m}^* [S_{xx}(f)]_{m \times m} [H(f)]_{n \times m}^T \quad (38)$$

$$[S_{yy}(f)] = \begin{bmatrix} S_{y_1y_1}(f) & S_{y_1y_2}(f) & \cdots & S_{y_1y_n}(f) \\ S_{y_2y_1}(f) & S_{y_2y_2}(f) & \cdots & S_{y_2y_n}(f) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{y_ny_1}(f) & S_{y_ny_2}(f) & \cdots & S_{y_ny_n}(f) \end{bmatrix} \quad (39)$$

由式(39)可知，當系統之輸入能量頻譜密度函數矩陣  $[S_{xx}(f)]$  已知，而且由簡諧響應分析已可得到系統之頻率響應函數矩陣  $[H(f)]$ ，故系統輸出之能量頻譜密度函數矩陣  $[S_{yy}(f)]$  即可求得。

## 4.6 行駛品質參數

### 4.6.1 駕駛座之加速度

駕駛座之加速度能量頻譜密度是評估行駛品質的重要指標；若  $y_i$  駕駛座之位移，則駕駛座之加速度能量頻譜密度函數表示如下：

$$S_{\ddot{y}_i \ddot{y}_i} = (2\pi f)^4 S_{y_i y_i} \quad (40)$$

其中， $S_{\ddot{y}_i \ddot{y}_i}$  是加速度能量頻譜密度函數。在 1/3 八音頻帶中心頻率  $f_c$  的加速度平方平均根值表可示如下：

$$\ddot{y}_{i,1/3-RMS} = \left[ \int_{f_l}^{f_u} S_{\ddot{y}_i \ddot{y}_i}(f) df \right]^{1/2} \quad (41)$$

其中， $\ddot{y}_{i,1/3-RMS}$  為在中心頻率  $f_c$  的加速度平方平均根值； $f_c$  為中心頻率； $f_u$  為上界限頻率； $f_l$  為下界限頻率。

### 4.6.2 車體加速度之標準差

車體之加速度能量頻譜密度函數可表示如下式：

$$S_{\ddot{y}_i \ddot{y}_i} = (2\pi f)^4 S_{y_i y_i} \quad (42)$$

其中， $S_{\ddot{y}_i \ddot{y}_i}$  是加速度能量頻譜密度函數，加速度標準差表示如下：

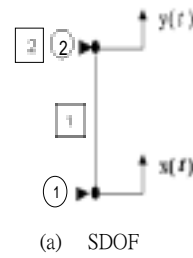
$$\sigma_{\ddot{y}_i} = \left[ \int_{f_a}^{f_b} S_{\ddot{y}_i \ddot{y}_i}(f) df \right]^{1/2} \quad (43)$$

其中， $\sigma_{\ddot{y}_i}$  為車體加速度標準差為重要之行駛品質參數； $f_b$  為上界限頻率； $f_a$  為下界限頻率。

## 五、有限元素模型

### 5.1 單自由度系統有限元素模型

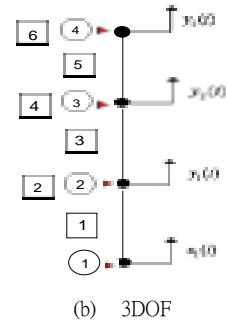
圖 4(a)用以架構單自由度系統振動模型的所有元素及節點，此有限元素模型共用了二種型式的元素，分別為 COMBIN14、MASS21，COMBIN14 為一具有兩個節點線性彈簧阻尼結合元素，設定 KEYOPT(3)=2 具 UX、UY 兩個自由度。MASS21 則為一單一節點的質量元素設定 KEYOPT(3)=4 使具 UX、UY 二個自由度用於架構僅須考慮垂直響應的質塊。本模型共用了二個元素二個節點，設定節點 1 為路面位移之輸入，節點 2 為系統輸出端。



(a) SDOF

### 5.2 三個自由度系統有限元素模型

圖 4(b)用以架構三個自由度系統(1/4 車體)模型的所有元素及節點，此有限元素模型共用了二種型式的元素，分別為 COMBIN14、MASS21，COMBIN14 為一具有兩個節點線性彈簧阻尼結合元素，設定 KEYOPT(3)=2 具 UX、UY 兩個自由度。MASS21 則為一單一節點的質量元素設定 KEYOPT(3)=4 使具 UX、UY 二個自由度用於架構僅須考慮垂直響應的質塊。本模型共用了 6 個元素 4 個節點，設定節點 1 為輪胎的路面位移之輸入(UX=0)，節點 2,3,4 為車輛系統的主自由度，節點 2,3,4 為車輪軸、車體、駕駛座振動輸出。

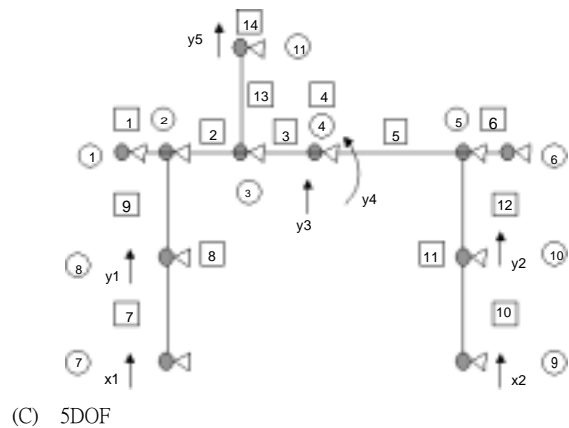


(b) 3DOF

### 5.3 五個自由度系統有限元素模型

#### 1.有限元素模型

圖 4(C)用以架構此一振動模型的所有元素及所有節點，此有限元素模型共用了四種型式的元素，分別為 BEAM3、COMBIN14、MASS21(分為可轉動和不可轉動兩種)，如表 1 BEAM3 為一具有 UX、UY、ROTZ 三個自由度、二個節點的元素，用以架構剛性的車身本體。COMBIN14 為一具有兩個節點線性彈簧阻尼結合元素，設定 KEYOPT(3)=2 令其只具 UX、UY 兩個自由度，此元素用以架構前後輪胎及緩衝器。MASS21 則為一單一節點的質量元素設定 KEYOPT(3)=3 使具 UX、UY、ROTZ 三個自由度用於架構須同時考慮垂直及轉動響應的車體質量。設定 KEYOPT(3)=4 使具 UX、UY 二個自由度用以架構僅須考慮垂直響應的前後輪系質量。



(c) 5DOF

圖 4 五個自由度系統有限元素模型

本模型共用了十四元素十一個節點，定 8、10 兩節點為前後輪輸入，8UY、10UY、4UY、4ROTZ、11UY 等四個節點為系統主自由度，節點 8,10、4、11 為車輪軸、車體、駕駛座振動輸出。如圖 4(C) 所示。

#### 2.位移限制方程式

令模擬車體之樑元素所有節點之轉角等於各節點之垂直位移與各節點至旋轉中心之距離的比值， $(u_2 - u_1)/l_5 = \theta_{21}$ 、 $(u_3 - u_2)/(l_1 - l_3) = \theta_{22}$ ，且所有節點之旋轉自由度均相等， $\theta_{21} = \theta_{22} = \theta_{23} = \theta_{24} = \theta_{25} = \theta_{26}$ ，使吻合剛體假設。

表 1 五個自由度系統元素名稱、編號、節點數

元素型式	元素名稱	元素編號	節點數
Type 1	BEAM3	1、2、3、4、5、6	2
Type 2	COMBIN14	7、9、10、12、13	2
Type 3	MASS21	4	1
Type 4	MASS21	8、11、14	1

## 六、結果與討論

### 6.1 單自由度系統(1/4 車體)車輛模型分析

單自由度系統(1/4 車體)車輛模型其彈簧常數  $k_s = 80000N/m$ 、令  $\beta = 0.10$ ，阻尼係數  $c_s = \beta \times k_s N - s/m$ 、車體質量  $m = 400kg$ ，當輪胎分別承受一單位簡諧位移、在不同的隨機位移路面及車輛行駛速度的輸入後，求其車輛之垂直動態響應，進而進行車輛的行駛品質評估。

### 6.1.1 單自由度系統模態分析

由表 2 得知在單自由度系統模態分析中，車輛結構系統之自然頻率的理論值與 ANSYS 軟體分析數據完全相同，則有限元素法的分析在單自由度系統模態分析之正確性獲得確認。

### 6.1.2 單自由度系統簡諧響應分析

由圖 5 可以得知當輪胎受到一個單位簡諧位移時其車體會產生垂直簡諧響應，其頻率應函數在自然頻率時產生最大波峰值此與理論相符，其頻率響應函數理論值與有限元素分析數值完全相同，因此可以確認單自由度系統(1/4 車體)模型有限元素分析簡諧分析數值的正確性。

### 6.1.3 單自由度系統行駛品質分析

#### 6.1.3.1 車體加速度行駛品質分析

由圖 6 可以得知當車輛行駛速度在時速 60km/h 時，輪胎接觸到高低不平的隨機路面在(ISO 1982)路面等級 A-D 等各種不同的路面輸入時車體所產生垂直振動加速度能量頻譜密度響應，經過分析結果，車體所產生的垂直振動加速度平方平均根值與 ISO 2361 之舒適度標準進行分析比較，得均未超過 8 小時疲勞極限。

表 2 單自由度系統自然頻率

	理論值	ANSYS 值	誤差%
自然頻率 (Hz)	2.2508	2.2508	0%

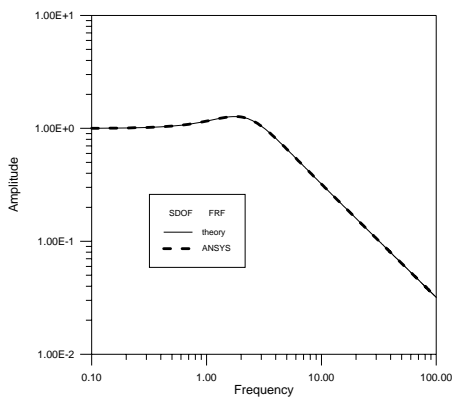


圖 5. 單自由度系統頻率響應函數

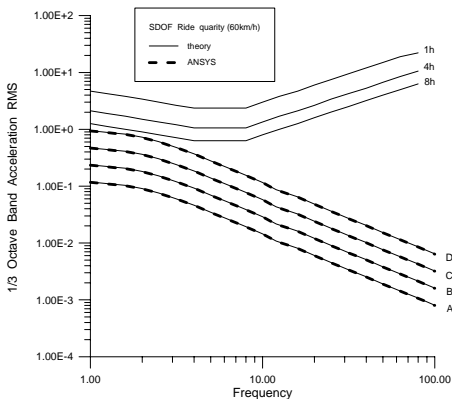


圖 6 單自由度系統不同路面行駛品質

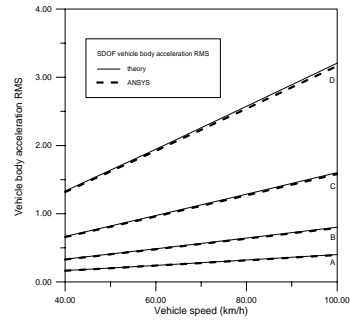


圖 7 單自由度系統車體加速度標準差

當車輛行駛在一定速度時，路面等級愈高則其行駛品質愈舒適，此結果與事實相符。ANSYS 分析值與理論分析值誤差皆在 2.0 % 以下，由此可證明 ANSYS 分析的精確性。

#### 6.1.3.2 車體加速度之標準差

從車體加速度標準差分析中之圖 7 可以得知，當車輛行駛於同等級的路面時，行駛速度愈大則其車體垂直加速度能量頻譜密度振動之標準差愈大，當車輛行駛於相同的速度時，行駛路面等級愈差則其體垂直位移振動之標準差愈大。ANSYS 分析值與理論分析值誤差皆在 1.3% 以下，由此可證明 ANSYS 分析的精確性。

### 6.2 三個自由度系統(1/4 車體)車輛模型分析

三個自由度振動系統車輛模型，輪胎彈簧常數  $k_t = 800000 N/m$ 、懸吊系統彈簧常數  $k_s = 80000 N/m$ 、駕駛座彈簧常數  $k_r = 40000 N/m$ ，令  $\beta = 0.05$  比例阻尼係數， $c_t = \beta \times k_t N - s/m$ 、 $c_s = \beta \times k_s N - s/m$ 、 $c_d = \beta \times k_d N - s/m$ ，輪胎與車輪軸質量  $m_1 = 40 kg$ 、1/4 車體質量  $m_2 = 400 kg$ 、駕駛員質量  $m_3 = 100 kg$ ，輪胎受到不同路面位移能頻譜密度輸入，求其垂直動態響應。

#### 6.2.1 三個自由度系統模態分析

##### 1. 自然頻率

由表 3 知在三個自由度系統之模態分析，其自然頻率的理論值與 ANSYS 軟體分析數據完全相同，則三個自由度系統有限元素法分析之模態分析正確性獲得確認。

表 3 三個自由度系統自然頻率

自然頻率(Hz)	理論值	ANSYS 值	模態振型物理意義
Mode 1	1.8306	1.8306	駕駛員垂直上下運動
Mode 2	3.7301	3.7301	駕駛員垂直向上、車體垂直向下運動
Mode 3	23.616	23.616	輪軸垂直上下運動

##### 2. 模態振型

由表 4 可以得知三個自由度系統之模態振型分析，其模態振型 Mode 1 至 Mode 3 的變化量，其理論值與 ANSYS 軟體分析數據完全相同，故有限元素法分析之數據正確性獲得確認。模態振型物理意義如表 3。

表 4 三個自由度系統模態振型

模態數	節點號碼	理論值	ANSYS 值	誤差%
Mode 1	節點 2 UY	0.003662	0.003662	0%
	節點 3 UY	0.040045	0.040045	0%
	節點 4 UY	0.059834	0.059834	0%
Mode 2	節點 2 UY	-0.002788	-0.002788	0%
	節點 3 UY	-0.029904	-0.029904	0%
	節點 4 UY	0.080124	0.080124	0%
Mode 3	節點 2 UY	0.1585	0.1585	0%
	節點 3 UY	-0.001455	-0.001455	0%
	節點 4 UY	0.000027	0.000027	0%

### 6.2.2 三個自由度系統簡諧響應分析

由圖 8 可以得知三個自由度系統在簡諧響應分析中得知分析結果，三個自由度系統之頻率響應函數理論值與有限元素分析數值相同，因此可以確認三個自由度系統(1/4 車體)有限元素分析在簡諧響應分析的正確性獲得確認。

### 6.2.3 三個自由度系統行駛品質分析

#### 6.2.3.1 駕駛座加速度行駛品質分析

由圖 9 可以得知，車輛時速 60km/h 在(ISO 1982)路面等級 A~C 等各種不同等級的路面輸入，其所得結果是均未超過 8 小時疲勞極限標準。且其 ANSYS 之分析值數值與理論分析數據誤差皆在 2.0 % 以下，由此可以確認 ANSYS 在行駛品質分析的可靠性。

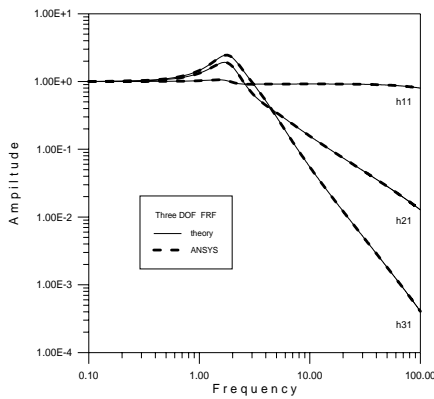


圖 8 三個自由度系統頻率響應函數

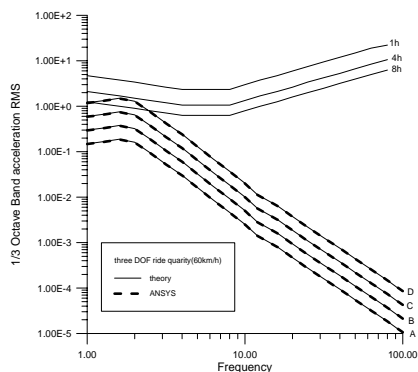


圖 9 三個自由度系統不同路面之行駛品質

### 6.2.3.2 車體加速度之標準差

從車體加速度能量頻譜密度分析中之圖 10 可以得知，當車輛行駛於同等級的路面時，行駛速度愈大則其車體垂直加速度能量頻譜密度振動之標準差愈大，當車輛行駛於相同的速度時，行駛路面等級愈差則其體垂垂直加速度振動之標準差愈大。分析值誤差皆在 2.0% 以內。故 ANSYS 在三個自由度系統行駛品質分析之可靠性獲得確認。

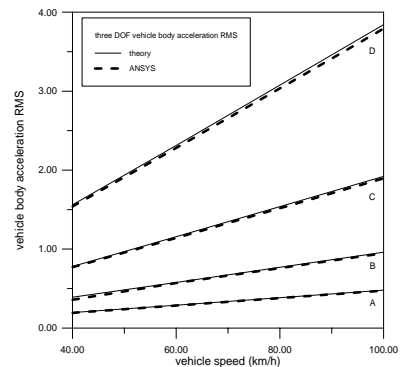


圖 14 三個自由度系統車體加速度標準差

### 6.3 五個自由度系統(1/2 車體)車輛模型分析

五個自由度系統(1/2 車體)車輛模型之彈簧常數  $k_{s1} = 80000N/m$ 、 $k_{s2} = 80000N/m$ 、 $k_{t1} = 800000N/m$ 、 $k_{t2} = 800000N/m$ 、 $k_d = 40000N/m$ ，令  $\beta = 0.05$ ，則比例阻尼係數， $c_{s1} = \beta \times k_{s1}N-s/m$ 、 $c_{s2} = \beta \times k_{s2}N-s/m$ 、 $c_{t1} = \beta \times k_{t1}N-s/m$ 、 $c_{t2} = \beta \times k_{t2}N-s/m$ 、 $c_d = \beta \times k_dN-s/m$ ，輪胎與車輪軸質量  $m_1 = 40Kg$ 、 $m_2 = 40Kg$ ，車體質量  $m_3 = 800Kg$ ，駕駛員及駕駛座質量  $m_4 = 100Kg$ ，輪胎不同路面位移輸入，求其垂直動態響應。

#### 6.3.1 五個自由度系統模態分析

##### 1. 自然頻率

由表 14 得知在五個自由度系統模態分析中，自然頻率的理論值與 ANSYS 軟體分析數據完全相同，則有限元素法的分析之正確性獲得確認。

表五個自由度系統自然頻率

模態數	理論質	ANSYS 值	物理意義
Mode1	1.9404	1.9404	駕駛員垂直上下及車體垂直上下向後傾斜運動
Mode2	2.4262	2.4262	車體向前傾斜運動
Mode3	3.5921	3.5921	駕駛員垂直上下及車體向前傾斜運動
Mode4	23.616	23.616	前後車輪軸垂直上下運動
Mode5	23.620	23.620	前車輪軸向上及後車輪軸向下垂直運動

2. 模態振型

由表 6 可以得知在模態振型分析,模態振型 Modal 1 至 Modal 5 的變化量,其理論值與 ANSYS 軟體分析數據完全相同,則有限元素法的分析在模態振型分析之正確性獲得確認。

6.3.2 五個自由度系統簡諧響應分析

由圖 11、12 可以得知在五個主自由度簡諧響應分析,其分析結果頻率響應函數理論值與有限元素分析數值完全相同,因此可以確認五自由度系統(1/2 車體)有限元素分析數值的正確性。

6.3.3 五個自由度系統行駛品質分析

6.3.3.1 駕駛座加速度行駛品質分析

由圖 13 可以得知,車輛時速 60km/h 在(ISO 1982)路面等級 A~C 等各種不同的路面輸入,其所得結果是均未超過 8 小時疲勞極限;且其 ANSYS 之分析值與理論分析誤差皆在 3.0% 以下,由此可以確認 ANSYS 在行駛品質分析的可靠性。

6.3.3.2 車體加速度之標準差

從車體之加速度分析圖 14 可以得知,當車輛行駛於同等級的路面時,行駛速度愈大則其行駛品質愈差,當車輛行駛於相同的速度時,行駛路面等級愈大則其行駛品質愈差。ANSYS 分析值與理論值誤差皆在 2.0% 以內。故 ANSYS 在五個自由度系統行駛品質分析之可靠性獲得確認。

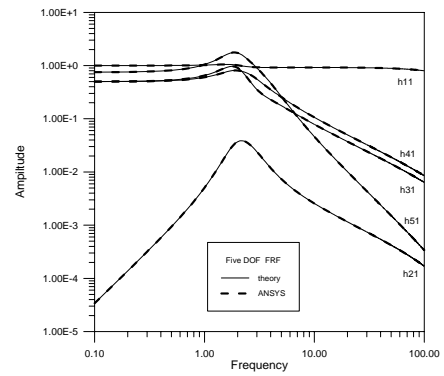


圖 11 五個自由度系統 H<sub>11</sub> 頻率響應函數

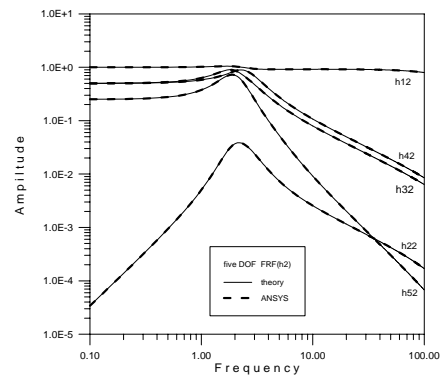


圖 12 五個自由度系統 H<sub>12</sub> 頻率響應函數

表 15 五個自由度系統模態振型

模態數	項目	理論值	ANSYS 值	誤差%	物理意義
Mode1	節點 7 UY	0.00333	0.00333	0%	駕駛員垂直上下及車體垂直上下向後傾斜運動
	節點 9 UY	0.00206	0.00206	0%	
	節點 4 UY	0.02048	0.02048	0%	
	節點 4 ROTZ	0.00694	0.00694	0%	
	節點 11 UY	0.05244	0.05244	0%	
Mode2	節點 7 UY	0.00248	0.00248	0%	車體向後傾斜運動
	節點 9 UY	0.00449	0.00449	0%	
	節點 4 UY	0.01096	0.01096	0%	
	節點 4 ROTZ	0.03797	0.03797	0%	
	節點 11 UY	0.01916	0.01916	0%	
Mode3	節點 7 UY	0.00272	0.00272	0%	駕駛員垂直上下及車體向前傾斜運動
	節點 11 UY	0.00027	0.00027	0%	
	節點 4 UY	0.01610	0.01610	0%	
	節點 4 ROTZ	0.01316	0.01316	0%	
	節點 11 UY	0.08296	0.08296	0%	
Mode4	節點 7 UY	0.11123	0.11123	0%	前後車輪軸垂直上下運動
	節點 9 UY	0.11227	0.11227	0%	
	節點 4 UY	0.00102	0.00102	0%	
	節點 4 ROTZ	4.78x10 <sup>-6</sup>	4.78x10 <sup>-6</sup>	0%	
	節點 11 UY	1.89x10 <sup>-1</sup>	1.89x10 <sup>-1</sup>	0%	
Mode5	節點 7 UY	0.11226	0.11226	0%	前車輪軸向上及後車輪軸向下垂直運動
	節點 9 UY	0.11121	0.11121	0%	
	節點 4 UY	6.38x10 <sup>-6</sup>	6.38x10 <sup>-6</sup>	0%	
	節點 4 ROTZ	0.00137	0.00137	0%	
	節點 11 UY	1.28x10 <sup>-5</sup>	1.28x10 <sup>-5</sup>	0%	

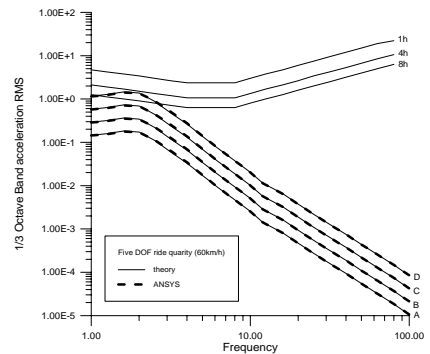


圖 13 五個自由度系統不同路面之行駛品質

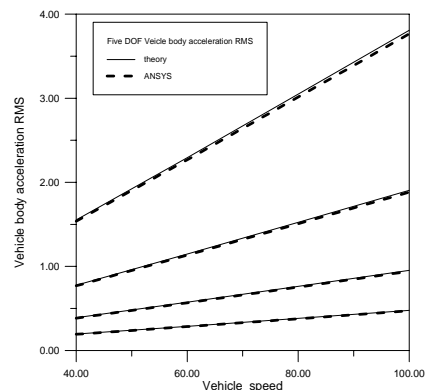


圖 14 五個自由度系統車體加速度標準差



## 6.4 各車輛模型分析比較

### 6.4.1 各車輛模型模態分析比較

由表 7 可以得知,各車體模型之自然頻率分析在相近的物理意義有相近似的自然頻率,此分析結果與理論相符。

單自由度系統有一個自然頻率且與五個自由度系統之自然頻率其中一個相近,三個自由度系統有三個自然頻率,其自然頻率與五個自由度系統之自然頻率其中三個相近,由此可知五個自由度系統的特性包含了單自由度系統與三個自由度系統之特性,五個自由度系統較能夠表現出各種動態行駛特性。

### 6.4.2 各車輛模型簡諧響應分析比較

由圖 15 得知,單自由度系統之頻率響應函數最大,單自由度系統與三個自由度系統之頻率響應函數在低頻相似,但在高頻時三個自由度系統之頻率響應函數快速下降,五個自由度系統的頻率響應函數皆比前兩種系統來得小,且在高頻時快速下降。

### 6.4.3 各車輛模型行駛品質分析比較

圖 16 為駕駛座行駛品質比較可以得知,單自由度系統之行駛品質在低頻雖然較低,但在高頻時下降緩慢且數值高,五個自由度系統與三個自由度系統之行駛品質相似,但五個自由度系統之行駛品質數據較小。由此可知,若使用三個自由度系統代替五個自由度系統之行駛品質分析是合理的。

由圖 17 為車體加速度標準差比較得知,三個車輛模型之車體加速度標準差是相近的,若求車體加速度標準三個車輛模型皆可。

表 7 各車體模型自然頻率分析比較

項目	SDOF	3 DOF	5 DOF	物理意義
自然頻率		1.8306	1.9404	駕駛員及車體垂直上下向後傾斜運動
		2.2508	2.4262	車體向前傾斜運動
		3.7301	3.5921	駕駛員垂直上下及車體向前傾斜運動
		23.616	23.616	前後車輪軸垂直上下運動
			23.620	前車輪軸向上及後車輪軸向下垂直運動

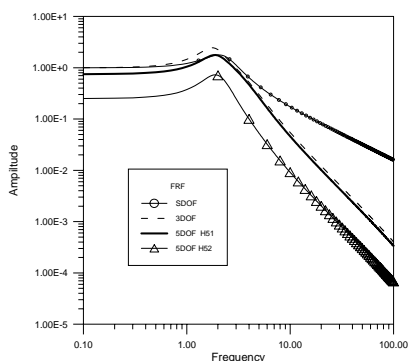


圖 15 駕駛座頻率響應函數比較

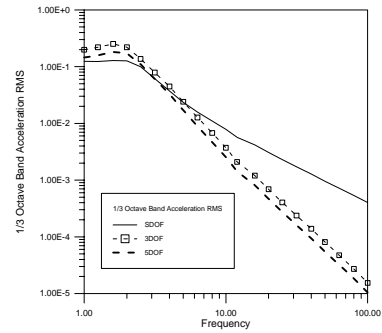


圖 16 駕駛座行駛品質比較

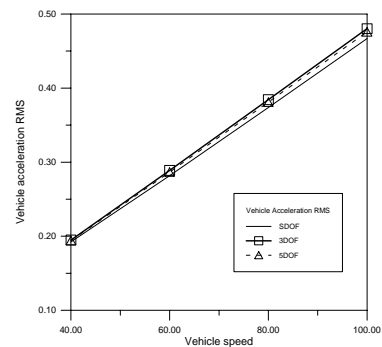


圖 17 車體加速度標準差比較

## 六、結論與建議

本文主要是在採用 CAE 工程分析軟體,針對各種車輛模型振動系統進行與車輛行駛品質有關的振動分析,行駛品質有關的振動分析有模態分析、簡諧響應分析、頻譜分析,經過分析結果與理論數據及理論圖形的比對,可以確認工程分析軟體的可靠性與正確性。在本文分析過程可以得到下列結論:

### 1. 模態分析:

- 理論分析之模態參數的自然頻率值與 ANSYS 軟體分析出來的自然頻率數據完全相同,由此可以證實 ANSYS 在各種車輛模型振動系統中模態分析的正確性。
- 各車體模型之自然頻率分析在相近的物理意義有相近似的自然頻率,此分析結果與理論相符。
- 各車體模型之駕駛座模態振型分析在相近的自然頻率與物理意義有相近似的模態振型,此分析結果可以證明三個自由度系統與五個自由度系統在駕駛座行駛品質是相近似,而五個自由度系統可提供較多參數之響應分析。

### 2. 簡諧響應分析:

- ANSYS 分析所獲得車體結構系統的簡諧響應函數數據值與理論分析數值完全相同,則可以確認 ANSYS 軟體對各種車輛模型簡諧響應函數分析之正確性。

### 3. 行駛品質分析:

- 針對駕駛座或車體所產生的垂直振動加速度之標準差,經過

分析結果，單自由度系統與三個單自由度系統 ANSYS 之分析值與理論分析誤差皆在 2.0% 以下，五個單自由度系統 ANSYS 之分析值與理論分析誤差亦在 3.0% 以內，由此可以確認 ANSYS 在行駛品質分析的可靠性。

- 當車輛行駛在一定速度時，行駛於愈高級的路面，其垂直振動愈小，行駛品質愈佳，乘坐愈舒適。
- 在車體加速度能量頻譜密度分析中得知，當車輛行駛於同等級的路面時，行駛速度愈大則其車體垂直位移能量頻譜密度振動之標準差愈大，當車輛行駛於相同的速度時，行駛路面等級愈差則其體垂直位移振動之標準差愈大。

本文針對各種車輛模型進行與車輛行駛品質有關的振動分析，以電腦輔助工程分析 CAE 之有限元素分析法進行分析，在進行本次車輛行駛品質分析後可以確立電腦輔助工程分析 CAE 的便利性及可靠性，應用 ANSYS 軟體的優點可免除的推導系統運動方程式之繁瑣工作，另外也夠容易擴展到撓性結構車體模型，亦可提供日後使用 ANSYS 軟體來分析更多自由度車輛模型及其行駛品質分析，並可以應用到軌道車輛，如捷運系統之行駛品質分析。

#### 參考文獻

- 1.ISO, 1978, "Guide for the Evaluation of Human Exposure to whole Body Vibration," 2<sup>nd</sup> ed. International Standard 2361-1978, *International Organization for Standardization*.
- 2.王栢村, 吳焜熙, 童元辰, 2001, 「九個自由度全聯結車動態模型之有限元素分析」, *ANSYS 應用論文集*, 第 13~21 頁。
- 3.王栢村, 1999, 「陸地車輛動態行駛品質分析」, *永達學報*, 第一卷, 第一期, 第 1~22 頁。
- 4.Hac, A., 1985, "Suspension Optimization of a 2-DOF Vehicle Model Using Stochastic Optimal Control Technique," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 100, pp. 343-357.
- 5.Janeway, R. N., 1975 "Human Vibration Tolerance Criteria and Applications to Ride Evaluation," *SAE*750166.
- 6.Lin, W. F., 1969, "Vehicle Vibration Analysis Using Frequency Domain Techniques," *Journal of Engineering for Industry*, pp. 1075-1080.
- 7.Stikeleather, L. F., 1976, "Review of Ride Vibration Standards and Tolerance Criteria," *SAE Transaction*, No.760413, pp. 1460-1467.
- 8.Wang, B.T., and Hu, P. I., 1998, "The Assessment of The Ride Quality of a Truck-Full Trailer Combination," *Heavy Vehicle Systems, International Journal of Vehicle Design*, Vol. 5, Nos 3/4, pp. 208-235.
- 9.ISO, 1982 "Reporting Vehicle Road Surface Irregularities,"

ISO/TC/108/SC2/WG4N57, *International Organization for Standardization*.

- 10.王栢村, 2001, *電腦輔助工程分析之實務與應用*, 全華科技圖書股份有限公司, 台北。

#### Ride Quality Analysis for Different Vehicle Models

Bor-Tsuen Wang and Kun-Shsi Wu

Department of Mechanical Engineering

National Pingtung University of Science and Technology

#### ABSTRACT

This work presents the application of commercial CAE software, ANSYS, to vehicle ride quality analysis and validates the simulation results in comparison to the theoretical solution. The theoretical analysis of vehicle ride quality for both SDOF and MDOF vehicle models is first introduced. The irregular road surface displacement is considered as the system input. The power spectral density function of the system output can then be obtained and used to derive the ride quality parameters, including the RMS acceleration of driver's seat in one-third-octave band and the standard deviation of vehicle acceleration. Using MATLAB develops a general ride-quality analysis program. The vehicle ride comfort can be evaluated for different road surfaces and vehicle speeds. The finite element models are also established for SDOF, three-DOF and five-DOF vehicle models, respectively, and solved by ANSYS software. Results show that both simulation results agree very well. The finite element analysis can, therefore, be verified. The major advantage in using ANSYS software is to reduce the effort in deriving the system equation and can be easily extended to flexible structure model for vehicles. The developed analysis methodology can be adopted for more complex vehicle models as well as for other systems such as rail vehicles.