

板結構之裂縫破壞檢測

CRACK DAMAGE DETECTION FOR PLATE STRUCTURE

王? 村¹ 曹文昌²

Bor-Tsuen Wang, Wen-Chang Tsao

¹ 國立屏東科技大學機械工程系教授

² 國立屏東科技大學機械工程系碩士班研究生

¹ Department of Mechanical Engineering

National Pingtung University of Science and Technology

² Department of Mechanical Engineering

National Pingtung University of Science and Technology

摘要

本文主要探討板結構之裂痕破壞檢測。首先由有限元素分析求得有或無裂縫破壞板結構之模態振型，探討不同裂縫深度、不同裂縫位置、兩裂縫同時發生及斜方向裂縫四種不同的破壞情形。再應用位移振型差法、位移振型差斜率法及應變能法三種破壞預測方法，發展出之自動破壞檢測程式，進而找出破壞的位置；文中也介紹微分值積法並應用以求得振型之偏微分以得到破壞指標。結果顯示三種破壞預方法式均能找到實際之破壞位置，以位移振型差斜率法搭配應變能法則能得到最佳之預測結果。

關鍵詞：非破壞檢測、自由邊界板、有限元素分析、模態振型、位移振型差法、位移振型差斜率法、應變能法、微分值積法。

Abstract

This work presents the crack damage detection for plate structure. First, the structural mode shape of both cracked and undefected free-free plate is obtained by the finite element analysis (FEA) for the cases of different crack depth, different crack locations, two cracks and skew cracks. Three faults defection method are developed to find the crack location based on the change of the mode shape difference, the slope of mode shape difference and the strain energy. Differential quadrature method (DQM) is also introduced and employed to determine the partial derivatives of mode shapes that are required in order to obtain the damage index. The three faults defection methods can reasonably predict the crack location for all cases. Both the slope of mode shape difference method and the strain energy method can be used jointly to achieve better fault prediction.

Keyword: nondestructive inspection, free-free plate, finite element analysis (FEA), mode shapes, the mode shape difference method, the slope of mode shape difference method, the strain energy method, the differential quadrature method (DQM).

一、前言

『破壞』對於任何結構來說是個非常重要的問題，然而破壞的存在一般均會使得結構體其壽命減短、效率降低，應而增加維修成本，因此如何快速地、有效地檢測出破壞的存在則是重要的。一般對於『非破壞檢測』的定義，是在不破壞材料或結構未來有效性之前提下，對材料或結構進行檢測與檢查之所有測試方法的總稱[3-6]。『非破壞檢測』的方法可分成目視檢測法、壓力和洩漏測試法、液體滲透檢測法、X-射線照相檢測法、超音波檢測法、動態測試法等若干種。由於破壞的存在會使得結構體之物理性質變化，如質量、勁度及阻尼，進而導致結構體之動態特質如自然頻率、阻尼及振型的轉移(shift)，因此由結構之振動特性作為破壞檢測分析之基礎，也是一種直接方便之方法。

在利用結構振動特性壞檢測方法之探討，Maria and Ricardo[19]利用正交矩陣演算法，計算勁度矩陣與頻率響應函數矩陣，由矩陣之正交化特性來預測出破壞的位置。Topole[26]利用結構模態特性，發展出一破壞預測之理論，分成三種不同破壞情形來進行破壞預測，進而求出結構之破壞範圍及大小尺寸。王等人[1]應用訊號分析處理對一旋轉機械故障來進行破壞檢測，藉由關聯性函數判別訊號為穩定或非穩定訊號，進而判斷出旋轉機械破壞的位置和破壞所屬之時期。

由能量觀點來看，Cornwell *et al.*[13]應用應變能之變化，將平板結構分割成許多小塊，比較其模態振型而預測出平板上的破壞。此外，在光學應用方面，Dry and McMillan[14]使用雷射光為激振源，打進一毛細纖維中空管，利用光在破裂處會減弱其傳導能力之特性，藉由所產生之兩環距離差來預測出破裂的位置。Fang *et al.*[15]利用 Cranz-Schardin 照相系統方法，觀察應力波傳導的經過及結構之模態振型和破裂頂部處之響應，藉此來判斷出破壞的位置及破裂時波形散佈之情形。

另外，也有許多探討在不同結構之破壞預測，Lee and Ng[17]探討一懸臂樑結構具單邊及雙邊破壞之情形，利用 Rayleigh Ritz method 計算來預測破壞之位置、大小。Garcia *et al.*[16]探討一簡支樑結構，比較破壞指標法(Damage index method)和 ARMA 方法，以 ARMA 方法較能預測到最佳之破壞位置。Ceravolo *et al.*[11]應用前饋式(feed-forward)類神經網路，探討以有限元素分析之桁架結構，來進行破壞檢測。

在不同模擬破壞情形方面，Tran and He[27]利用 Guyan Reduction 方法，以降低楊氏係數來模擬破壞情形，並重新排列計算質量矩陣與勁度矩陣，結果更能正確地預測出破壞之位置。Schulz *et al.*[21]對一懸臂樑結構以放鬆螺栓的方式模擬破壞情形，應用轉移函數作為破壞指標，來進行破壞檢測。

本文研究之目的為板結構之裂痕破壞檢測。主要利用振動之方法探討一自由邊界板結構，應用有限元素分析(Finite Element Analysis, FEA)得到有無破壞結構之模態振型，藉由模態振型在破壞處有明顯變化之特性及以能量觀點之應變能方法，來發展出一自動破壞檢測系統，以找出破壞之位置。

二、裂縫平板之有限元素分析

本節主要利用 ANSYS 軟體做為求解工具，來探討二個材料性質相同之四週自由邊界矩形鋼板，一為無裂縫之自由邊界板，另一為具裂縫之自由邊界板。一自由邊界之矩形鋼板，如圖 1 所示，其材料性質如表 1 所示。

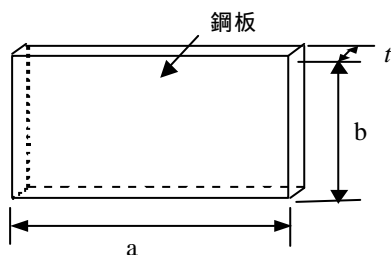


圖 1 四週自由邊界板之實際狀況

表 1 自由邊界板之材料性質表

材料	鋼
長度 (a)	36 cm
寬度 (b)	24 cm
厚度 (t)	2 mm
密度 (r)	7870 kg/m ³
楊氏係數 (E)	207 GPa
蒲松比 ()	0.292

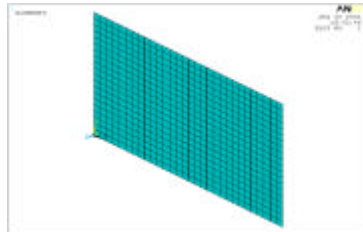


圖 2 無破壞板之有限元素模型

由圖 1 知結構為一均勻厚度之自由邊界板，可視為一典型之薄板問題，由於板屬於方正之結構，故採用線性殼元素(SHELL 63)來架構一自由邊界板結構。圖 2 為無裂縫板之有限元素模型，依照尺寸適當分割等份以進行分析，由於結構為自由邊界板，故不需加任何邊界限制條件。最後，進行無裂縫自由邊界板之自由振動分析，令外力為零並忽略阻尼效應，即 $f = 0$ 。接著再進行無裂縫自由邊界板之強迫振動分析，假設此一外力為簡諧激振點力施加在無裂縫自由邊界板之固定位置上，即 $f = 1N$ 。因而可求得無裂縫板結構有限元素分析之自然頻率、位移振型及頻率響應函數。

一實際具裂縫破壞之自由邊界板，如圖 3(a)所示，其材料性質如同表 1 所示。今有一裂縫長度為 $L_x=7.2cm$ ，距離板子底部固定端為 $9.6cm$ (即 $y=9.6cm$)，同樣採用殼元素(SHELL 63)來架構破壞自由邊界板，並依照尺寸適當等份分割。在破壞模擬架構方面，於破壞處重新架構新節點 (22,25,26)，並且重新定義破壞處位置之元素架構節點順序(4,5,2,1、7,8,21,22)，如此則完成一破壞裂縫之情形，如圖 3(b)所示。同樣地，結構主要為一自由邊界板，故不需加任何邊界限制條件。最後，進行破壞板結構之自由振動分析，令外力為零並忽略阻尼效應，即 $f = 0$ ；接著再進行自由邊界板之強迫振動分析，假設此一外力為簡諧激振點力施加在自由邊界板之固定位置上，即 $f = 1N$ 。因而可求得裂縫板結構有限元素分析之自然頻率、位移振型及頻率響應函數。

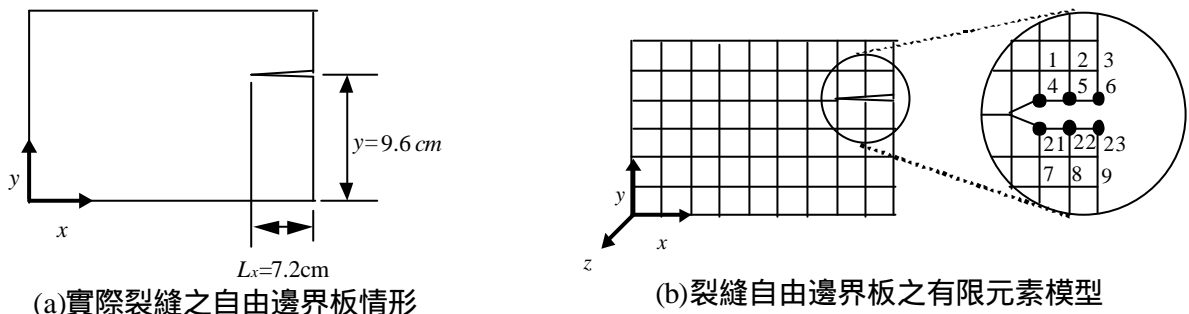


圖 3、實際自由邊界板結構

三、破壞預測方法之介紹

本節主要介紹三種破壞預測之方法，分別為位移振型差法、位移振型差斜率法及應變能法三種方法。經由此三種破壞預測之方法，撰寫出一自動破壞預測程式，直接由分析得到有無裂縫板之振型值，代入並執行程式而找出實際裂縫的位置。本文採用 Fortran 程式語言撰寫自動破壞預測程式，至於破壞預測結果，留置於下一節討論說明。

3.1 破壞預測方法之介紹

1. 位移振型差法

位移振型差法，主要為利用有或無裂縫板之振型值相互比較，經由比較之振型差值處有極值出現之結果，來預測出裂縫的位置及大小。本文主要為探討一自由邊界板，由於板屬於一 2D 之結構，因此可分別探討 x 方向及 y 方向之位移振型差變化之情形，最後，由 x 方向及 y 方向之位移振型差出現極值之次數總和，來找出裂縫的位置、大小。位移振型差之破壞指標(damage index)表示式，

如下所示，

$$d_{ijk} = f_{ijk} - f_{ijk}^* \quad (1)$$

$$D_{ij,d} = \sum_{k=1}^m d_{ijk} \quad (2)$$

其中， i 為 x 方向之分割點， j 為 y 方向之分割點， k 為第 k 個模態振型， f_{ijk} 為無破壞板第 k 個模態任一 i, j 點之振型值， f_{ijk}^* 為破壞板第 k 個模態任一 i, j 點之振型值， d_{ijk} 為第 k 個模態任一 i, j 點極值出現次數， $D_{ij,d}$ 為任一 i, j 點處所有模態極值出現次數之總和。

2. 位移振型差斜率法

位移振型差斜率法，主要在於觀察位移振型差值時，發現到在破壞處會有較大之斜率發生。因此，同樣地應用位移振型差之斜率在裂縫處有明顯變化之特性，來預測出裂縫的位置。

同樣地，可分別探討 x 方向及 y 方向之位移振型差變化之情形，最後，由 x 方向及 y 方向之位移振型差斜率出現極值之次數總和，作為破壞指標。位移振型差斜率之破壞指標表示式，如下所示，

$$d_{ijk} = f_{ijk} - f_{ijk}^* \quad (3)$$

$$d'_{ijk,x} = \frac{\partial d_{ijk}}{\partial x} \quad (4)$$

$$d'_{ijk,y} = \frac{\partial d_{ijk}}{\partial y} \quad (5)$$



(6)

其中， i 為 x 方向之分割點， j 為 y 方向之分割點， k 為第 k 個模態振型， f_{ijk} 為無破壞板第 k 個模態在 i, j 點之振型值， f_{ijk}^* 為破壞板第 k 個模態在 i, j 點之振型值， d_{ijk} 為第 k 個模態在 i, j 點之位移振型差值， $d'_{ijk,x}$ 為 x 方向任一 i, j 點處所有位移振型差斜率值之極值出現次數， $d'_{ijk,y}$ 為 y 方向任一 i, j 點處所有位移振型差斜率值極值出現次數， $D_{ij,d'}$ 為任一 i, j 點處 x, y 方向所有位移振型差斜率值極值出現次數總和。

3. 應變能法

應變能法(The Strain Energy Method, SEM)，主要是以能量損失觀點來作為破壞預測之方法。一般在有破壞之位置處，有破壞結構之位移振型下能量曲線面積，與無破壞結構之位移振型下能量曲線面積，兩者之比較則會有較大之能量損失發生，最後，經由應變能之正規化結果，來預測出破壞之位置[13]。

一平板結構，其應變能之表示式，如下所示：

$$U = \frac{D}{2} \int_0^b \int_0^a \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy \quad (7)$$

其中， $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$ 為板之剛性饒度， w 為位移值， ν 為蒲松比。

就第 k 個模態 $f_k(x, y)$ 而言，則此振型之應變能可表示為：

$$U_k = \frac{D}{2} \int_0^b \int_0^a \left[\left(\frac{\partial^2 f_k}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 f_k}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 f_k}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 f_k}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 f_k}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy \quad (8)$$

若將平板，在 x 方向處分割成 N_x 等份， y 方向處分割成 N_y 等份且為均質板，取任一振型任一 ij 點處之應變能時，經由簡化後，表示如下式所示：

$$U_{ijk} = \left[\left(\frac{\partial^2 f_{ijk}}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 f_{ijk}}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 f_{ijk}}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 f_{ijk}}{\partial y^2} \right) \right] \boxed{\times} \quad (9)$$

則第 k 個模態 $f_k(x, y)$ 之應變能為

$$U_k = \sum_j^{N_y} \sum_i^{N_x} U_{ijk} \quad (10)$$

定義無因次化應變能，可表示成下式：

$$\boxed{\times} \quad (11)$$

由有或無裂縫破壞板之無因次應變能之比值，定義出一破壞指標，如下所示：

$$b_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^m F_{ijk}^*}{\sum_{k=1}^m F_{ijk}} \quad (12)$$

經由正規化處理，則得到一破壞指標，如下所示：

$$Z_{ij} = \frac{b_{ij} - \overline{b_{ij}}}{s_{ij,b}} \quad (13)$$

其中， $\overline{b_{ij}}$ 為破壞指標之平均值， $s_{ij,b}$ 為破壞指標之標準差，定義如下：

$$\overline{b_{ij}} = \frac{\sum_{j=1}^{N_y} \sum_{i=1}^{N_x} b_{ij}}{N_x \times N_y} \quad (14)$$

$$s_{ij,b} = \sqrt{\frac{(N_x \times N_y) \left(\sum_{j=1}^{N_y} \sum_{i=1}^{N_x} b_{ij}^2 \right) - \left(\sum_{j=1}^{N_y} \sum_{i=1}^{N_x} b_{ij} \right)^2}{(N_x \times N_y)(N_x \times N_y - 1)}} \quad (15)$$

最後，以應變能觀點為破壞指標之表示式，如下所示，

$$D_{ij,Z} = Z_{ij} \quad (16)$$

其中， Z_{ij} 為裂縫板與無裂縫板應變能比值經正規化後之值， $D_{ij,Z}$ 為以應變能法之破壞指標。

3.2 微分值積法

由前一節之應變能法得知，結構板之應變能方程式為對 x 、 y 及 xy 之一次、二次偏微分方程式。一般來說，偏微分方程式之求解屬於較複雜且其求解速度也較慢，因此就經濟性來說其效率不佳。近年來，有許多文獻研究探討，應用數值解析法來計算偏微分方程式，因此，本文將運用文獻中被推薦為簡單且有效之數值求解方法 - 微分值積法，來求解各振型值之應變能值。

微分值積法(The Differential Quadrature Method, DQM)[18]，簡稱 DQM，被推薦為一簡單且有效的數值求解方法，主要用於求解具初始值之線性與非線性偏微分方程式之問題[7-9]。另外，也可以延伸應用在多維度問題及結構問題上[10,12,21]。

微分值積法的基本概念，在於由一函數部份延伸出之近似值，在任何不連續點處之變化，為一線性加權含數值與函數所在區域不連續點之變化量和之關係式。換言之，即為對某一函數進行 x 、 y 及 xy 偏微分時，可以一加權函數值與函數在所有點之和來表示。

若座標 $x_i, i=1,2,\dots,N_x$ 以及 $y_j, j=1,2,\dots,N_y$ 已知，及其對應之函數值 $f(x_i, y_j)$ 也為已知，則該函數 在 (x_i, y_j) 之偏微分，如下所示：

$$\left[\text{span style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 300px; height: 30px; vertical-align: middle;"> \right] \quad (17)$$

$$f_y^{(m)}(x_i, y_j) = \sum_{s=1}^{N_y} \bar{C}_{js}^{(m)} f(x_i, y_s); \quad m=1,2,\dots,N_y-1 \quad (18)$$

$$\left[\text{span style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 300px; height: 30px; vertical-align: middle;"> \right] \quad (19)$$

其中， $f_x^{(n)}(x_i, y_j)$ 為函數對 x 進行 n 次偏微分， 為函數對 y 進行 m 次之偏微分， $f_{xy}^{(n+m)}(x_i, y_j)$ 為函數對 xy 進行 $(n+m)$ 次偏微分。 $C_{ir}^{(n)}$ 為函數 $f(x, y)$ 對 x 進行 n 次偏微分之加權係數， $\bar{C}_{js}^{(m)}$ 為函數 $f(x, y)$ 對 y 進行 m 次偏微分之加權係數。

$$C_{ir}^{(n)} = n \left(C_{ii}^{(n-1)} C_{ir}^{(1)} - \frac{C_{ir}^{(n-1)}}{x_i - x_r} \right); \text{ for } i, r = 1, 2, \dots, N_x, \text{ but } r \neq i; \text{ and } n = 2, 3, \dots, N_x - 1 \quad (20)$$

$$\bar{C}_{js}^{(m)} = n \left(\bar{C}_{jj}^{(m-1)} \bar{C}_{js}^{(1)} - \frac{\bar{C}_{js}^{(n-1)}}{y_j - y_s} \right); \text{ for } j, s = 1, 2, \dots, N_y, \text{ but } \quad (21)$$

$s \neq j; \text{ and } m = 2, 3, \dots, N_y - 1$

$$C_{ii}^{(n)} = - \sum_{r=1, r \neq i}^{N_x} C_{ir}^{(n)}; \quad i = 1, 2, \dots, N_x, \quad \text{and } n = 1, 2, \dots, N_x - 1 \quad (22)$$

$$\bar{C}_{jj}^{(m)} = - \sum_{s=1, s \neq j}^{N_y} \bar{C}_{js}^{(m)}; \quad j = 1, 2, \dots, N_y, \quad \text{and } m = 1, 2, \dots, N_y - 1 \quad (23)$$

其中， $C_{ir}^{(n)}$ 為函數對 x 進行 n 次偏微分之加權係數， $\bar{C}_{js}^{(m)}$ 為函數對 y 進行 m 次偏微分之加權係數， $C_{ii}^{(n)}$ 為函數對同一點進行 n 次偏微分之加權係數， $\bar{C}_{jj}^{(m)}$ 為函數對同一點進行 m 次偏微分之加權係數。

由 Quan 和 Chang[20]及 Shu 和 Richards[23-24]引用拉格蘭多項式，經修改而導出加權係數之表示式，如下所示：

$$C_{ir}^{(1)} = \frac{M^{(1)}(x_i)}{(x_i - x_r)M^{(1)}(x_r)}; \quad i, r = 1, 2, \dots, N_x, \text{ but } r \neq i \quad (24)$$

$$\bar{C}_{js}^{(1)} = \frac{P^{(1)}(y_j)}{(y_j - y_s)P^{(1)}(y_s)}; \quad j, s = 1, 2, \dots, N_y, \text{ but } j \neq s \quad (25)$$

$$M^{(1)}(x_i) = \prod_{r=1, r \neq i}^{N_x} (x_i - x_r) \quad (26)$$

$$P^{(1)}(y_j) = \prod_{s=1, s \neq j}^{N_y} (y_j - y_s) \quad (27)$$

其中， $C_{ir}^{(1)}$ 為函數對 x 進行 1 次偏微分之加權係數， $\bar{C}_{js}^{(1)}$ 為函數對 y 進行 1 階偏微分之加權係數。

為得到較正確、較好的分析結果值，取樣點的選擇是非常重要的。由文獻中得知[25]，滿足 Bert 和 Malik 提出之公式，其取樣點之選擇，應滿足下式所示：

$$x_i = \frac{L}{2} \left(1 - \cos \frac{(i-1)\pi}{N-1} \right), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (28)$$

同理可得，板結構之 x 方向、 y 方向分割點，如下所示：

x

$$\quad \quad \quad (29)$$

$$y_j = \frac{L_y}{2} \left(1 - \cos \frac{(i-1)\pi}{N_y - 1} \right), \quad i = 1, 2, \dots, N_y \quad (30)$$

其中， x_i 為結構 x 方向之分割點， L_x 為結構 x 方向長度， N_x 為 x 方向分割點， y_j 為結構 y 方向之分割點， L_y 為結構 y 方向長度， N_y 為 y 方向分割點。

本文將結合 DQM 於如式(9)應變能之計算，先求出模態振型對 x 、 y 之偏微分值，再求出應變能，進而可得無因次化應變能值，最後，經由(12)、(13)則可得到破壞指標值 Z_{ij} 。作法如下：

- (1) 首先，將均勻點之 x 、 y 座標值及對應之模態振型值代入，經由(29)、(30)式，以求得不均勻點之 x 、 y 座標值。
- (2) 將不均勻點之 x 、 y 座標值及最初之模態振型值代入 DQM 及 SEM 中，以求得不均勻點之破壞指標值 Z_{ij} 。
- (3) 最後，將不均勻點之破壞指標值 Z_{ij} ，以均勻點之 x 、 y 座標值來顯示。

四、破壞預測結果

本節將分別探討在 1. 裂縫位置固定，不同裂縫深度之預測、2. 裂縫深度固定，不同裂縫位置之預測、3. 當兩個裂縫同時發生時之預測和 4. 斜方向裂縫時之預測，在這四種不同情況下，破壞預測軟體之可行性及適用性。

1. 不同裂縫深度之預測

本組預測之項目為固定裂縫位置在距離板子底部端點 19.2cm 處 (即 $y=19.2\text{cm}$)，預測裂縫深度 (L_x) 分別為 2.4cm、4.8cm 兩種情況下，由本文之三種不同裂縫預測方法，來預測裂縫之位置。

圖 8、9 為在裂縫深度 (L_x) 2.4、4.8cm 時，三種不同破壞預測方法之結果圖。由圖中預測結果，可發現到振型差法之預測結果，有許多假象裂縫發生以造成整體預測不佳。然而在樑結構振型差法則有不錯預測結果 [2]，但對於 2D 板結構則預測不佳。振型差斜率法之預測結果，能夠預測出實際裂縫之位置及大小，但在四週則有許多假象破壞的發生。而應變能法之預測結果，能預測出實際裂縫之位置，且會過濾其它非裂縫地方所有假象破壞之優點。

在振型差法中得知，當裂縫長度越長，則越能找出裂縫之實際位置、大小；而當裂縫長度越短，則只能找出裂縫之位置。因此發展之自動缺陷預測軟體，可以適用於不同裂縫長度之預測。

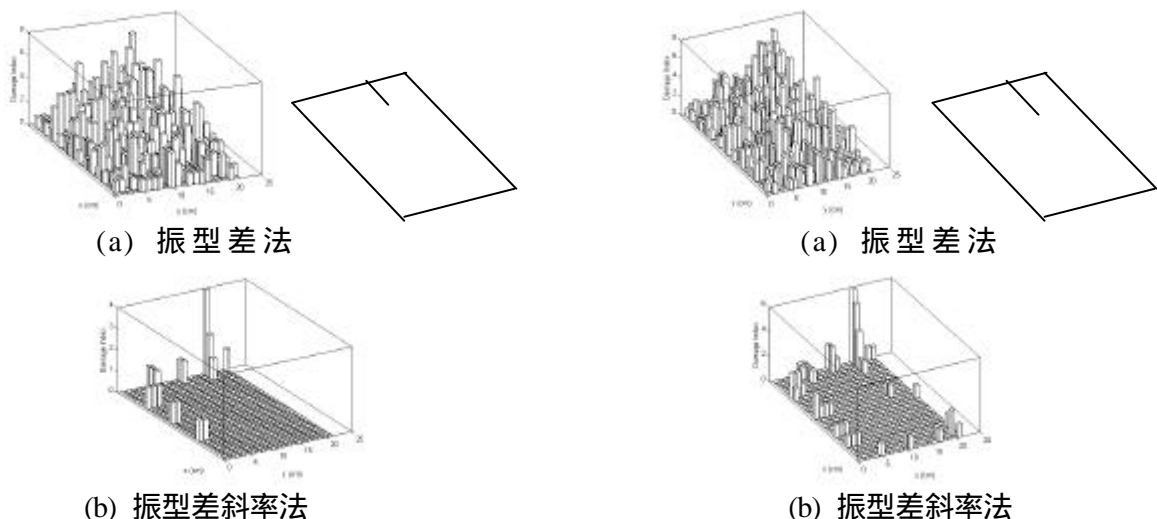
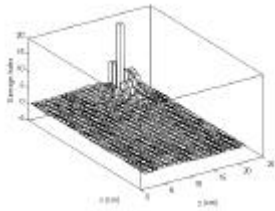
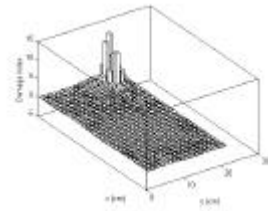


圖 8 不同裂縫深度預測之結果圖 ($L_x=2.4\text{cm}$) (續) 圖 9 不同裂縫深度預測之結果圖 ($L_x=4.8\text{cm}$) (續)



(c) 應變能法

圖 8 不同裂縫深度預測之結果圖($L_x=2.4\text{cm}$)



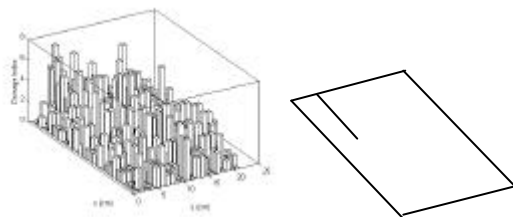
(c) 應變能法

圖 9 不同裂縫深度預測之結果圖($L_x=4.8\text{cm}$)

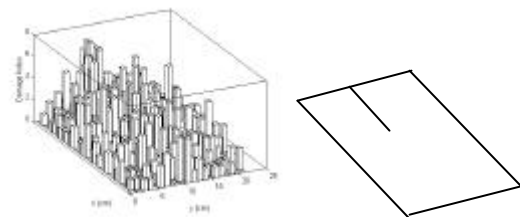
2. 不同裂縫位置之預測

本組預測之項目為固定裂縫深度($L_x=7.2\text{cm}$)下，預測裂縫位置(y)分別為 4.8cm 及 9.6cm 處 (以板子底部端為基準)，由本文之三種不同破壞預測方法，來預測裂縫位置、大小是否出現在所預測之位置處。

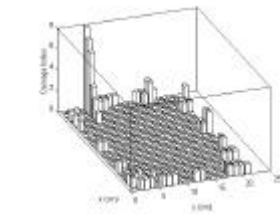
圖 10、11 為固定裂縫深度、裂縫位置在 4.8cm、9.6cm 處，三種不同裂縫預測方法之結果圖。由圖中之預測結果，得知在振型差法之預測結果，同樣有許多假象破壞發生，以致於整體之預測不佳。而在振型差斜率法之預測結果，同樣能夠預測出實際裂縫之位置及大小，但在四週邊界處同樣有許多假象破壞的發生。最後應變能法之預測結果，會過濾其它非裂縫地方假象破壞，也能預測出實際裂縫之位置。



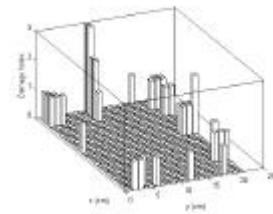
(a) 振型差法



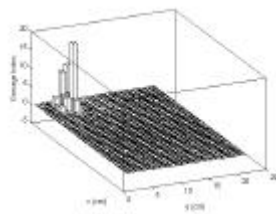
(a) 振型差法



(b) 振型差斜率法

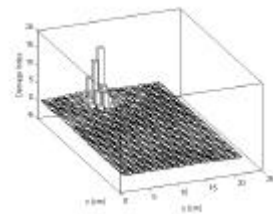


(b) 振型差斜率法



(c) 應變能法

圖 10 不同裂縫位置預測之結果圖($y=4.8\text{cm}$)



(c) 應變能法

圖 11 不同裂縫位置預測之結果圖($y=9.6\text{cm}$)

3. 兩個裂縫同時發生之預測

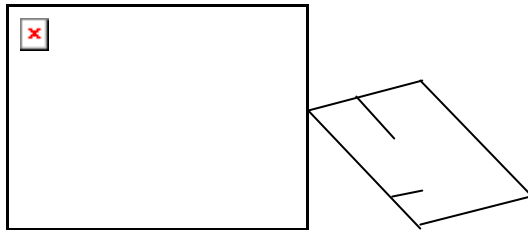
本組預測之項目為固定裂縫深度($L_x=7.2\text{cm}$ 、 $L_y=4.8\text{cm}$)下，預測同時有兩個裂縫發生之情形下，自動破壞預測軟體之適用性及正確性。其實際裂縫情形，如圖 4-9 所示，本組之預測規劃二個不同裂縫位置之組合，分別為：

- (1) 裂縫位置在離左邊端點 7.2cm 處，有一裂縫長度為 $L_y=4.8\text{cm}$ 及在離底部

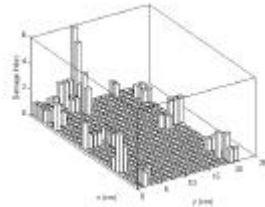
端點 9.6cm 處，有一裂縫長度 $L_x=7.2\text{cm}$ 。

- (2) 裂縫位置在離左邊端點 21.6cm 處，有一裂縫長度為 $L_y=4.8\text{cm}$ 及在離底部端點 9.6cm 處，有一裂縫長度 $L_x=7.2\text{cm}$ 。

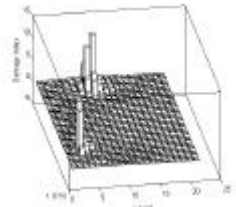
圖 12、13 為此二組兩個裂縫同時發生，三種不同破壞預測方法之結果圖。由圖中之預測結果，得知振型差法之預測結果，假象破壞地方減少，整體而言預測結果還不錯，可看出裂縫的位置。而在振型差斜率法之預測結果，也能夠預測出實際裂縫之位置及大小，且四週邊界處假象破壞的發生也變少了。最後應變能法之預測結果，會過濾其它非裂縫地方假象破壞，同樣地也能預測出實際裂縫之位置。



(a) 振型差法

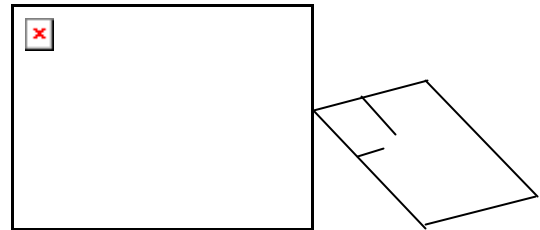


(b) 振型差斜率法

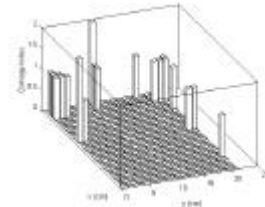


(c) 應變能法

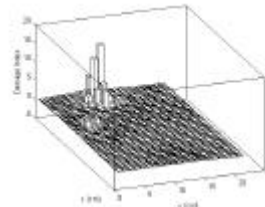
圖 12 兩個裂縫同時發生預測之結果圖
 ($x=7.2\text{cm}$, $L_y=4.8\text{cm}$; $y=9.6$, $L_x=7.2\text{cm}$)



(a) 振型差法



(b) 振型差斜率法



(c) 應變能法

圖 13 兩個裂縫同時發生預測之結果圖
 ($x=21.6\text{cm}$, $L_y=4.8\text{cm}$; $y=9.6$, $L_x=7.2\text{cm}$)

4. 斜方向破壞之預測

本組預測之項目為在固定裂縫長度 ($L_x=6\text{cm}$ 、 $L_y=6\text{cm}$) 下，預測斜破壞裂縫位置在 6cm 及 18cm 處之情況 (以板子底部端為基準)，自動裂縫預測軟體之適用性及正確性。

圖 14、15 為斜破壞裂縫位置在 6cm、18 cm 處，三種不同破壞預測方法之結果圖。由圖中之預測結果，得知在振型差法之預測結果，假象破壞發生以減少，整體而言預測結果還不錯，可看出裂縫可能的位置。在振型差斜率法之預測結果，也能夠預測出實際裂縫之位置及大小，在四週邊界處假象破壞的發生也較少。最後應變能法之預測結果，會過濾其它非破壞地方假象破壞，同樣也能預測出實際裂縫之位置。

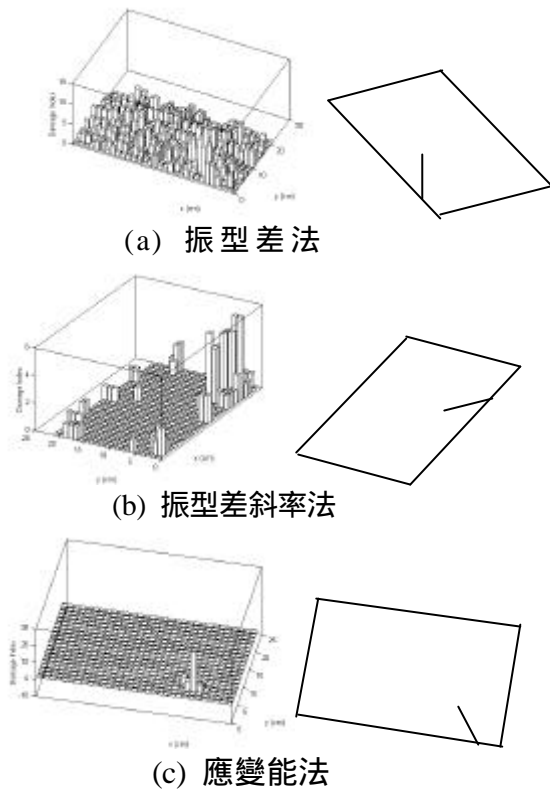


圖 14 斜方向裂縫預測之結果圖
($x=6\text{cm}$, $L_x=6\text{cm}$, $L_y=6\text{cm}$)

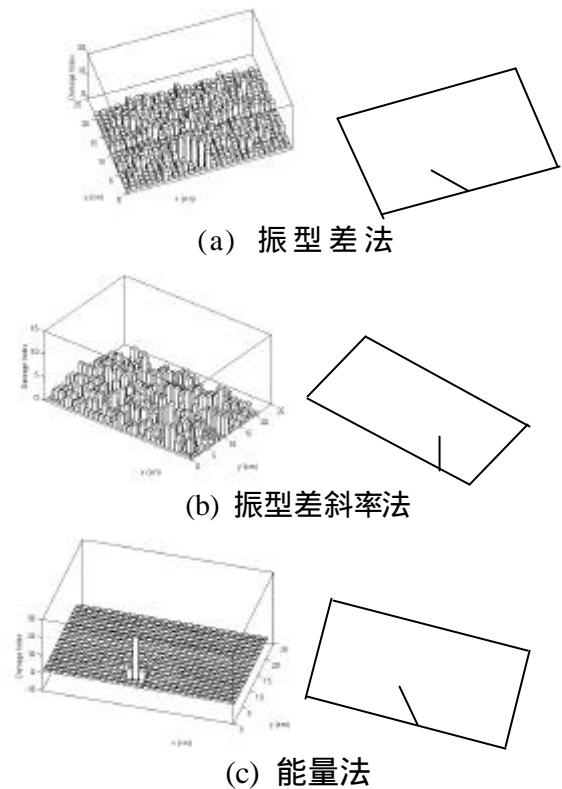


圖 15 斜方向裂縫預測之結果圖
($x=18\text{cm}$, $L_x=6\text{cm}$, $L_y=6\text{cm}$)

五、結論

本文主要探討一自由邊界板結構之裂縫破壞檢測情形。由有限元素分析探討在不同裂縫深度、不同裂縫位置、兩裂縫同時發生及斜方向裂縫四種不同破壞情形，因而得到此四種情況有無裂縫板之模態振型。再應用位移振型差法、位移振型差斜率法及應變能法三種破壞預測方法，所發展出之自動化破壞檢測程式，進而找出裂縫的位置。最後，本文成功地應用此三種破壞預測程式均能找到實際之破壞位置，而以位移振型差斜率法搭配應變能法則能得到最佳地預測結果。

六、參考文獻

- [1] 王智中、涂季平、陳德煒、劉思遠，2000，「時頻分析法應用於旋轉機械故障診斷之研究」，*中華民國振動與噪音工程學會第八屆學術研討會論文集*，屏東，第 1-5 頁。
- [2] 王? 村，梁偉光，1997，「智慧型材料結構系統於非破壞檢測應用」，碩士論文，國立屏東技術學院，屏東。
- [3] 侯國琛，1992，「非破壞性檢測法」，財團法人徐氏基金會，台北。
- [4] 編輯部，1994，「非破壞檢測之簡介與應用」，*機械月刊*，第二十卷，第十期，第 258-266 頁。
- [5] 謝文雄，1994，「工程品質的看門者-介紹非破壞檢測」，*核能天地*，第三十卷，第三期，第 9-12 頁。
- [6] 謝文雄，1994，「找出缺陷，保障品質-非破壞檢測的應用原理及各類之方法介紹」，*核能天地*，第三十卷，第三期，第 13-16 頁。
- [7] Bellman, R. E. 1973, "Methods of Nonlinear Analysis," Academic Press, New York.
- [8] Bellman, R. E., and J. Casti, 1971, "Differential Quadrature and Long-term Integration," *The International Journal of Mathematical and Application*, Vol. 34, pp. 235-238.
- [9] Bellman, R. E., B. G. Kashef, and J. Casti, 1972, "Differential Quadrature: A technique for the rapid solution of nonlinear partial differential equation," *The International Journal of Compute*

- Physical*, Vol. 10, pp. 40-52.
- [10] Bert, C. W., S. K. Jang, and A. G. Striz, 1988, "Two Approximate Methods for Analysis Free Vibration of Structural Components," *AIAA Journal*, Vol. 26, pp. 612-618.
- [11] Ceravolo, R., A. D. Stefano, and P. d. Torino, 1995, "Damage Location in Structural Through a Connectivistic Use of FEM Modal Analyses," *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 10, No. 3, pp. 178-186.
- [12] Civan, F. and C. M. Sliepcevich, 1984, "Differential Quadrature for multidimensional problems," *The International Journal of Mathematical Analysis Application*, Vol. 34, pp. 235-238.
- [13] Cornwell, P. J., S. W. Dodeling, and C. R. Farrar, 1998, "Application of The Strain Energy Damage Detection Method to Plate-Link Structures," *Journal of The Sound and Vibration*, Vol. 224, No. 2, pp. 1312-1318.
- [14] Dry, C., and W. McMillan, 1998, "A Novel Method to Detect Crack Location and Volume in Opaque and Semi-Opaque Brittle Materials," *Smart Mater Structural*, Vol. 6, pp. 35-39.
- [15] Fang, J., Y. P. Zhao, Z. D. Jiang, and J. Qi, 1993, "On Interaction of Flexural Wave with Edge Cracks of Cantilever Beam under Impact Load," *Proceeding of the Spring Conference on Experimental Mechanics Conference*, pp. 786-795.
- [16] Garcia, G. V., R. Osegueda, and D. Meza, 1999, "Damage Detection Comparison Between Damage Index Method and ARMA Method," *Proceeding of The 17th International Modal Analysis Conference*, Vol. 1, pp. 593-598.
- [17] Lee, H. P. and T. Y. Ng, 1994, "Natural Frequencies and Modes for the Flexural Vibration of a Cracked Beam," *Applied Acoustics*, Vol. 42, pp. 151-163.
- [18] Liew, K. M., J. B. Han, Z. M. Xiao, and H. Du, 1996, "Differential Quadrature Method for Mindlin Plates on Winkler Foundations," *The International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 38, No. 4, pp. 405-421.
- [19] Maria, L. M. and R. S. Ricardo, 1999, "The Influence of Noise in FRF Based Damage Detection Techniques: An Initial Study," *Proceeding of The 17th International Modal Analysis Conference*, Vol. 1, pp. 622-627.
- [20] Quan, J. R. and C. T. Chang, 1989, "New Insights in Solving Distributed System Equations by The Quadrature Method-I. Analysis," *Computer Chemical Engineering*, Vol. 13, pp. 779-788.
- [21] Schulz, M. J., A. S. Naser, P. F. Pai, and M. S. Linville, 1997, "Detecting Structural Damage Using Transmittance Functions," *Proceeding of The 15th International Modal Analysis Conference*, Vol. 1, pp. 638-644
- [22] Sherbourne, A. N., and M. D. Pandey, 1991, "Differential Quadrature Method in the Bucking Analysis of Beam and Composite Plates," *The International Journal of Compute Structural*, Vol. 40, No. 4, pp. 903-913.
- [23] Shu, C., and B. E. Richards, 1990, "High Resolution of Natural Convection in a Square Cavity by Generalized Differential Quadrature," *Proceeding of The 3th International Modal Analysis Conference. On Advances in Numerical Methods in Engineering: The Theory and Application*, pp. 978-985.
- [24] Shu, C., and B. E. Richards, 1992, "Application of Generalized Differential Quadrature to Solve Two-dimensional Incompressible Navier-Stokes Equations," *The International Journal of Numerical Methods Fluids*, Vol. 15, pp. 791-798.
- [25] Shu, C., and H. Xue, 1999, "Solution of Helmholtz Equation by Differential Quadrature Method," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 175, pp. 203-212.
- [26] Topole, K. G., and N. Stubbs, 1995, "Nondestructive Damage Evaluation in Complex Structures from a Minimum of Modal Parameters," *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 10, No. 2, pp. 95-103.
- [27] Tran, D., and J. He, 1998, "Structural Damage Detection in a Simple Cantilever Plate," *Proceeding of The 16th International Modal Analysis Conference*, Vol. 1, pp. 369-373.