

應用壓電薄膜感應器於結構之實驗模態分析

陳榮亮

工業技術研究院

量測技術發展中心 振動聲量研究室

王栢村

國立屏東科技大學

機械工程技術系

摘要

本文主要是將一陣列之方形壓電薄膜黏貼在結構表面上作為感應器，並配合衝擊錘作為驅動器從事懸臂樑與簡支板之實驗模態分析。首先由理論分析推導出結構受點力激振及壓電薄膜感測之頻率響應函數，其中點力激振器與壓電薄膜感測器之特徵函數可分別定義為位移振型及壓電薄膜兩端斜率差振型，針對懸臂樑而言，此壓電薄膜兩端之斜率差振型可證明與位移振型具有比例及映射之關係，對簡支板而言，此壓電薄膜兩端之斜率差振型可證明與位移振型具有比例之關係。本文之實驗方式為固定衝擊錘之作用點，而量測陣列壓電薄膜之響應，經由雙頻道訊號分析儀作分析，求得頻率響應函數矩陣中一系列之頻率響應函數，再將此一系列頻率響應函數經由曲線嵌合軟體可求出結構之模態參數，包括簡支板之自然頻率、振型及阻尼比等。最後其結果顯示，實驗與理論之頻率響應函數相吻合，而且實驗所得之模態參數可以與理論分析之物理意義相符。因此本文證明用壓電薄膜感應器結合衝擊錘從事實驗模態分析之可行性，並且可以應用在其他結構。

一、前言

由於目前一般所使用之感應器有價格昂貴、體積大及質量重可能會對結構造成質量效應等缺點。因此本文嘗試用壓電薄膜(Polyvinylidene fluoride)取代加速度計(accelerometer)做為感測器從事實驗模態分析(Experimental Modal Analysis, EMA) [1]，主要是壓電材料具有體積小、質量輕及擁有良好壓電特性，即壓電材料受高壓極化後，施加電場於材料，會使材料產生應變；相反的，當材料產生變形時，會使材料產生電壓差等特性，所以壓電薄膜非常適合做感應器[2]。

壓電薄膜應用在結構之理論模式有Hubbard [3]應用壓電薄膜均佈參數模式(Distributed Parameter Model)於尤拉樑(Bernoulli-Euler Beam)結構上，推導出壓電薄膜驅動器及感應器均佈參數模式之控制理論，可應用於大型空間結構之主動振動控制設計。Lee and Moon [4] 及 Collins et al. [5]發展出特定形狀壓電薄膜之感測器，可得到結構特定之模態，由於其特定形狀之壓電薄膜可明顯的得出模態之動態特徵，所以可以減少雜訊之干擾，可應用在量測與激振結構特定模態之控制。Galea et al. [6] 利用壓電薄膜感測器對螺栓所合成的結構作破壞偵測及追蹤，判斷結構及材料變化特性。

而壓電材料目前除廣泛的被應用在結構振動控制、噪音控制，也有應用在模態分析之領域上，Sun et al.[7]經由壓電材料的 electric admittance 推導出結構之頻率響應函數(Frequency Response Function, FRF)，並進行實驗分析，求得樑之動態參數，但並未確實瞭解其模態參數物理意義。Cole et al. [8]完成傳統結構及壓電片之模態測試，並由兩者之間的 pole-residue 之模態參數，去描述結構模態矩陣及其 electromechanical coupling (EMC)矩陣的關係。

Norwood [9]分別應用衝擊錘與壓電薄膜(PVDF)做驅動器，以加速度計做為感應器對圓柱結構做實驗分析，求得結構之自然頻率，並與理論分析與有限元素數值分析分別在空氣中與水中做比較。Wang [10]分別推導出簡支樑之傳統轉換器與壓電轉換器四種組合，彼此之頻率響應函數與模態參數，其結果可應用在實驗模態分析上。Zhou et al. [11]利用阻抗基礎(Impedance-Based)發展出二維壓電片驅動器的驅動系統模式，並以板、薄殼和樑三種結構做實驗模態分析驗證。Wang and Wang [12]則再推導出懸臂樑之傳統轉換器與壓電轉換器四種組合，並以理論分析及理論結果配合軟體合成分析方法，進行壓電轉換器取代傳統轉換器之模態測試的可行性分析。Wang [13]再根據以上傳統轉換器與壓電轉換器四種組合為基礎，推導出任意外力激振及感測形式之頻率響應函數通式。

本文之實驗方法是以一陣列之方形壓電薄膜作為感應器(Sensor)配合衝擊錘作為驅動器(Actuator)，分別以懸臂樑與簡支板結構作實驗分析，首先根據此兩種結構之運動方程式、邊界條件[14]、點力作用形式及壓電薄膜之形狀函數(Shape function)，進行理論分析[15-19]推導出結構之自然頻率、點力與壓電薄膜之特徵函數及頻率響應函數，其中點力激振器與壓電片感測器之特徵函數可分別定義為位移振型及壓電薄膜兩端斜率差振型，針對懸臂樑而言，此壓電薄膜兩端之斜率差振型可證明與位移振型具有比例以及映射之關係，對簡支板而言，此壓電薄膜兩端之斜率差振型可證明與位移振型具有比例之關係。本文之實驗首先是將壓電薄膜黏貼結構之表面，並利用雙頻道訊號分析儀與 LMS CADA PC [20]之曲線嵌合軟體作分析，其實驗方式為固定衝擊錘作用位置，而量測陣列之壓電薄膜響應，因此經由訊號分析儀，可求得頻率響應函數矩陣中一系列之頻率響應函數及其關聯性函數(Coherence function)[21]，再將此一系列頻率響應函數經由曲線嵌合軟體，可

求出結構之模態參數(modal parameter)，如自然頻率(natural frequency)、阻尼比(damping ratio)、振型(mode shape)等。並藉此理論分析之結果與實驗所得之結果作比較，最後再對理論之振型與實驗之振型求 MAC(Modal Assurance Criterion)與 MSF(Modal Scale Factor) [1,22]，以分析實驗與理論振型之差異性，以驗證壓電材料作為感測器之可行性分析。

本文之目的主要以壓電薄膜取代傳統之加速度計作為感測器，並以實驗與理論分析驗證其可行性。根據本文驗證之結果顯示，實驗分析驗證與理論分析之結果相吻合，因此本文證明用壓電薄膜感測器結合衝擊錘從事實驗模態分析之可行性，並且可以應用在其他結構，將來亦可結合智慧型材料結構系統之觀念，做結構診斷及結合控制器做結構噪音與振動控制。

二、理論分析

2.1、懸臂樑之理論分析

根據尤拉樑理論，定義出懸臂樑的運動方程式之通式為[15]：

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(E_b I_b \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) + \rho_b b_b t_b \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c \frac{\partial w}{\partial t} = f(x, t) \quad (1)$$

其中， w 為結構的側向位移(transverse displacement)、 E_b 為懸臂樑的楊氏係數、 I_b 為懸臂樑的慣性矩、 ρ_b 為懸臂樑的密度、 b_b 為懸臂樑的寬度、 t_b 為懸臂樑的厚度、 c 為單位面積阻尼、 $f(x, t)$ 為外力函數。由懸臂樑之邊界條件，利用自由振動分析，可求得懸臂樑之自然頻率為：

$$\omega_n = (\alpha_n L_b)^2 \sqrt{\frac{E_b I_b}{\rho_b b_b t_b L_b^4}} = \alpha_n^2 \sqrt{\frac{E_b I_b}{\rho_b b_b t_b}} \quad (2)$$

振型為：

$$\phi_n(x) = \cosh \alpha_n x - \cos \alpha_n x - \sigma_n (\sinh \alpha_n x - \sin \alpha_n x) \quad (3)$$

其中

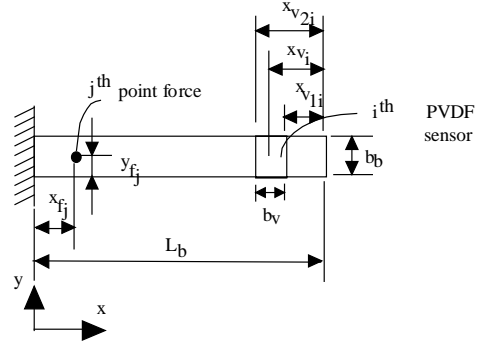
$$\sigma_n = \frac{\sinh \alpha_n L_b - \sin \alpha_n L_b}{\cosh \alpha_n L_b + \cos \alpha_n L_b} \quad (4)$$

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{L_y} \quad (5)$$

第 j 個點力(point force)作用於懸臂樑結構與第 i 個壓電薄膜感應之示意圖如圖一所示，因此當考慮黏滯阻尼(viscous damping)時，懸臂樑結構在第 j 個點力與第 i 個壓電薄膜間之頻率響應函數通式為：

$$\alpha_{v, f_j}(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_{n,i}^v \phi_{n,j}^f}{(\omega_n^2 - \omega^2) + i(2\xi_n \omega_n \omega)} \quad (6)$$

其中



圖一、第 i 個壓電片感測器及第 j 個點力作用在薄板上之示意圖

$$\phi_{n,j}^f = \frac{1}{\sqrt{\rho_b b_b t_b L_b}} \phi_n(x_{f_j}) \quad (7)$$

$$\phi_{n,i}^v = \frac{1}{\sqrt{\rho_b b_b t_b L_b}} k_v [\phi_n'(x_{v2_i}) - \phi_n'(x_{v1_i})] \quad (8)$$

$$k_v = \frac{t_v t_b + t_v}{\varepsilon A} b_v e_{31} \quad (9)$$

ω 為激振頻率、 ξ_n 為模態阻尼比(modal damping ratio)。

$\phi_{n,i}^v$ 、 $\phi_{n,j}^f$ 分別為壓電薄膜感測器及點力之特徵函數，如式(7)及(8)。在此需注意的是 $\phi_{n,j}^f$ 之物理意義為懸臂樑之位移振型，而 $\phi_{n,i}^v$ 為壓電薄膜兩端斜率差振型，此壓電薄膜兩端斜率差振型與位移振型具有比例關係。

2.2、簡支板之理論分析

本文中簡支板之理論基本假設是根據克希荷夫板之基本假設，由此可定義出運動方程式為：

$$D \nabla^2 \nabla^2 w + \rho_p t_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c \frac{\partial w}{\partial t} = f(x, y, t) \quad (10)$$

其中

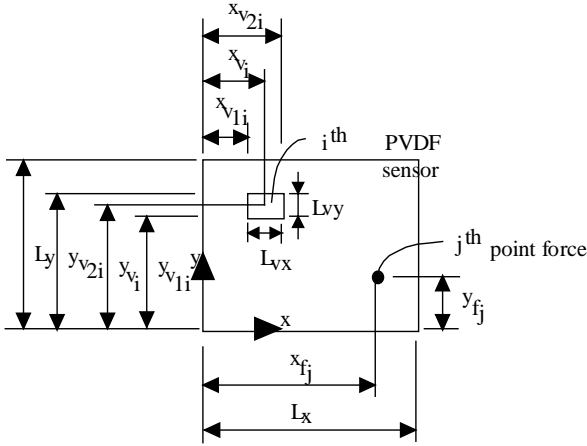
$$D = \frac{E_p t_p^3}{12(1-\nu_p^2)} \quad (11)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (12)$$

$f(x, y, t)$ 為外力函數、 ρ_p 為簡支板之密度、 t_p 為簡支板之厚度、 ν_p 為簡支板的浦松比。由簡支板之邊界條件，從事自由振動分析，可求得簡支板之自然頻率及振型，如下：

$$\omega_{mn} = \pi^2 \left[\frac{m^2}{L_x^2} + \frac{n^2}{L_y^2} \right] \sqrt{\frac{D}{\rho_p t_p}} \quad (13)$$

$$\phi_{mn}^v(x, y) = \sin \alpha_m x \sin \alpha_n y \quad (14)$$



圖二、第 i 個壓電片感測器及第 j 個點力作用在薄板上之示意圖

假設作用在薄板上之第 i 個壓電薄膜感測器及第 j 個點力如圖二所示。因此當考慮黏滯阻尼(viscous damping)時，簡支板結構在第 j 個點力與第 i 個壓電片間之頻率響應函數為：

$$\alpha_{v_i, f_j}(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\phi_{mn,i}^v \phi_{mn,j}^f}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2) + i(2\xi_{mn} \omega_{mn} \omega)} \quad (15)$$

其中

$$\phi_{mn,j}^f = \frac{1}{\sqrt{\rho_p t_p} \left(\frac{L_x}{2} \frac{L_y}{2} \right)} \phi_{mn}(x_{f_j}, y_{f_j}) \quad (16)$$

$$\phi_{mn,i}^v = \frac{\left[e_{31} \left(\frac{1}{\alpha_n^2} \right) + e_{32} \left(\frac{1}{\alpha_m^2} \right) \right]}{\sqrt{\rho_p t_p} \left(\frac{L_x}{2} \frac{L_y}{2} \right)} k_v \left[\phi'_m(x_{v_{2i}}) - \phi'_m(x_{v_{1i}}) \right] \left[\phi'_n(y_{v_{2i}}) - \phi'_n(y_{v_{1i}}) \right] \quad (17)$$

$$\phi'_m(x_{v_{2i}}) - \phi'_m(x_{v_{1i}}) = -2\alpha_m \sin \alpha_m \frac{L_{vx}}{2} \phi_m(x_{v_i}) \quad (18)$$

$$\phi'_n(y_{v_{2i}}) - \phi'_n(y_{v_{1i}}) = -2\alpha_n \sin \alpha_n \frac{L_{vy}}{2} \phi_n(y_{v_i}) \quad (19)$$

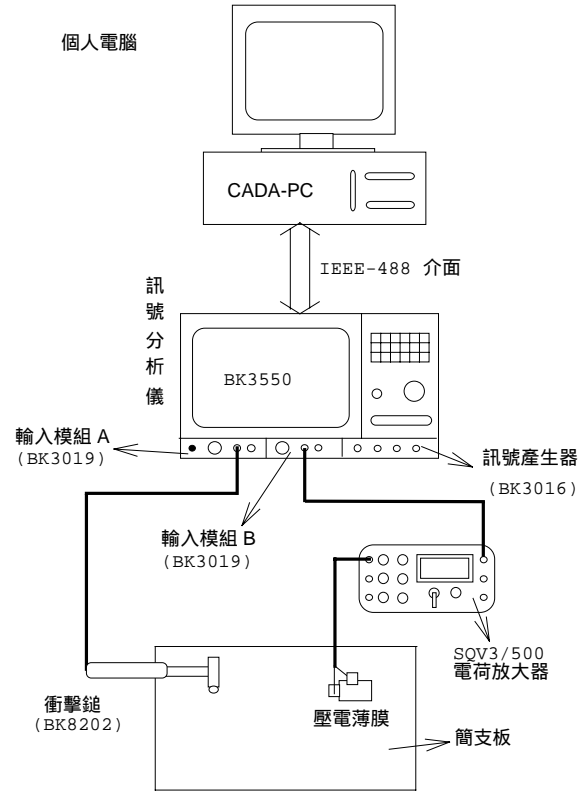
$$k_v = \frac{t_v}{\varepsilon A_v} \left(\frac{t_p + t_v}{2} \right) \quad (20)$$

$\phi_{mn,i}^v, \phi_{mn,j}^f$ 分別為壓電薄膜感測器及點力之特徵函數，如式(16)及(17)。 $\phi_{mn,j}^f$ 之物理意義為簡支板之位移振型，而 $\phi_{mn,i}^v$ 為壓電薄膜兩端斜率差振型，在簡支板結構，由式(18)及(19)可知， $\phi_{mn,i}^v$ 與位移振型具有比例關係。因此簡支板不論以任一種方式，均可得到位移振型。

在實際實驗模態分析過程，一般實驗方式分兩種，第一種為移動驅動器而固定感測器，可得到頻率響應函數矩陣之一列(row)，第二種為移動感測器而固定驅動器，可得到頻率響應函數矩陣之一行(column)，所量得之一列或一行之系列頻率響應函數，可經由曲線嵌合軟體擷取模態參數，包括自然頻率、阻尼比及振型，當以第一種方式實驗可得驅動器之模態振型，當以第二種方式可得感測器之模態振型，在此所討論之懸臂樑若以第二種方式做測試，所得之振型與位移振型具有比例及映射之關係。

三、實驗架構與步驟

3.1、實驗儀器之架構



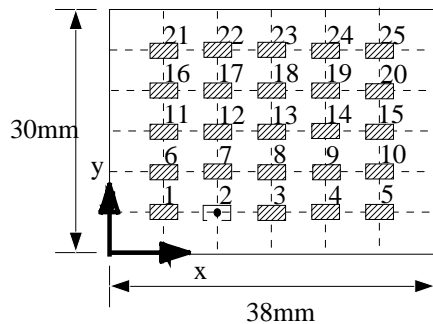
圖三、實驗儀器架構圖

本實驗儀器之架構情形如圖三所示，首先將衝擊錘用導線接於訊號分析儀之 A 輸入模組，其次將壓電薄膜黏貼於簡支板之表面上，分別用導線接於訊號分析儀之 B 輸入模組以及壓電片之正

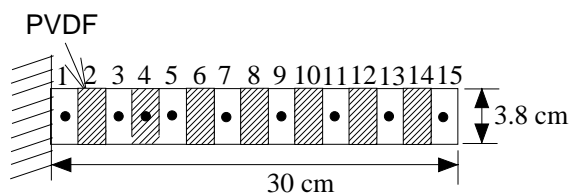
反面，再透過IEEE-488介面將訊號分析儀與個人電腦相連接。其實驗之動作原理為，用衝擊錘作驅動器對簡支板結構激振，以壓電薄膜作感應器，量取結構之響應訊號，經過電荷放大器將訊號傳入雙頻道訊號分析儀，由訊號分析儀對輸入之訊號作快速傅立葉轉換，求得簡支板結構之頻率響應函數，最後再將頻率響應函數結果傳入 CADA-PC 軟體作曲線嵌合(curve fitting)的工作，即可求得簡支板之模態參數，即自然頻率、阻尼比、振型等。

3.2、實驗方法與步驟

由於本實驗主要觀察結構之前四個模態，所以在簡支板上僅取 25 點來做實驗，也就是在板的四邊各劃分為六個等分，並依序給予編號，如圖四所示，衝擊錘固定作用在板子上的第 2 點作激振，除外並在板子上的每一點貼滿壓電薄膜，而第 2 點之壓電薄膜需黏貼在板子的反面，依序量得每一個壓電薄膜之響應，即可得到 25 組頻率響應函數，再將之傳入 CADA-PC 軟體作曲線嵌合，以求取簡支板之模態參數。



圖四、簡支板之分割情形及編號



圖五、懸臂樑之分割情形及編號

而由於懸臂樑僅探討一維之情形，所以在樑之橫方向劃分為 15 個點來分析，並依序給予編號，如圖五所示，衝擊錘固定作用在板子上的第 4 點作激振，而為了黏貼上之方便，所以壓電薄膜之黏貼緊貼結構上之雙數號，其餘之實驗方法及步驟與簡支板之實驗方法及步驟相同。

然而在實驗過程中為防止訊號有洩漏(Leakage)之情形發生，必須加加權函數(Weighting function)以減少訊號之洩漏，因此本實驗在點力驅動與壓電片感應上分別施加 Transient 與 Exponential 加權函數。

四、結果與討論

以下將對本實驗與理論之結果作驗證，並分為懸臂樑之結果與簡支板之結果分別做驗證，驗證之項目包括：頻率響應函數之驗證、自然頻率之驗證、阻尼比之驗證，以及振型之驗證，其中振型部份也將探討理論與實驗振型之 MAC (Modal Assurance Criterion)、MSF (Modal Scale Factor)。

4.1、懸臂樑之結果與討論

懸臂樑之材料性質及壓電片之材料性質如表一及表二所示，根據表一與表二之數據代入理論分析之公式，可求得自然頻率及振型。

表一、懸臂樑之材料性質

材料	鋼
長度(L)	0.3m
寬度(b)	0.04m
厚度(t)	0.002m
密度(ρ)	7870 kg/m ³
楊氏係數(E)	195×10 ⁹ N/m ²

表二、壓電薄膜之材料性質

項目	數據
長度(l_x)	38 (mm)
寬度(l_y)	19 (mm)
厚度(t_v)	28 × 10 ⁻⁶ (m)
楊氏係數(E_v)	2 × 10 ⁹ (N / m ²)
密度(ρ_v)	1800 (kg / m ³)
蒲松比(ν_v)	0.33
壓電場強度常數(e_{31}, e_{32})	54 × 10 ⁻³ (m/V)
壓電薄膜的電容係數(ϵ)	106 × 10 ⁻¹² (F/m)

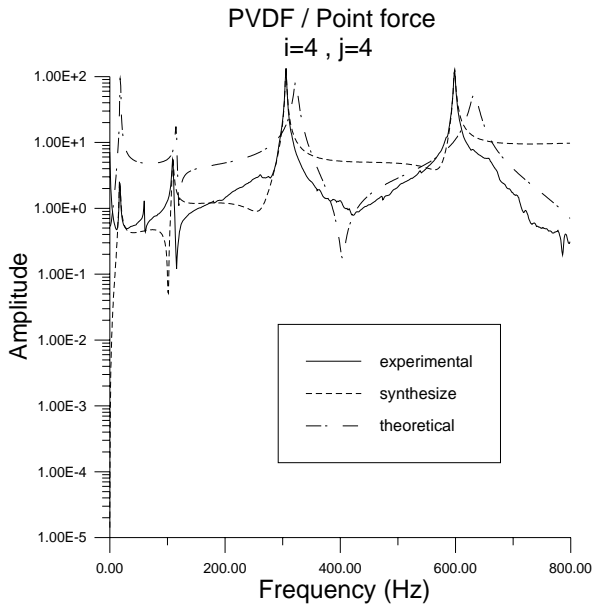
4.1.1、頻率響應函數之驗證

頻率響應函數圖形如圖六(a)-(b)所示，分別代表轉移頻率響應函數(Transfer FRF)與同點頻率響應函數(Point FRF)，由這兩個圖形可看出，理論與實驗比較之情形顯示，實驗之結果在低頻上響應有偏低之情形，主要是在低頻阻尼過高以及訊號分析儀之動態範圍不足所影響，因為本實驗所使用之訊號分析儀其動態範圍約為 80 dB，而實際上根據理論分析之結果顯示動態範圍約為 140 dB，所以不易在低頻得到正確的頻率響應函數。而且低頻在 60Hz 處有一個明顯的峰值(peak)，主要是因為壓電薄膜具有高阻抗之特性，容易受到一般電力之輸出頻率(60Hz)所影響而導致，所以實驗之結果明顯的比較差些，由於此 60Hz 訊號離結構之共振頻率約大於 40Hz 以上，所以對結構共振點之頻率響應函數應不會有影響，然而實驗之結果整體而言，主要之共振點都有出現，所以實驗之結果大致上還能符合理論之情形。而 Synthesize 之結果主要涵蓋前四個模態，較不理想之處是在反共振點上都沒有出現，但是共振點都有出現，所以大致上還相吻合。

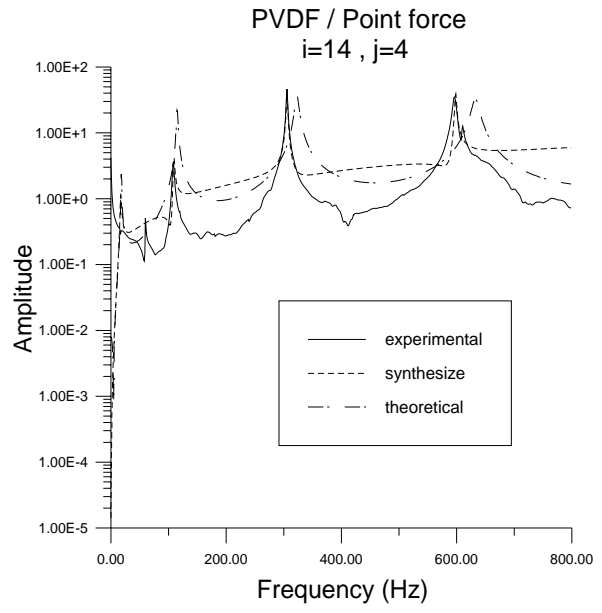
而實驗之關聯性函數如圖七(a)-(b)所示，由此圖可以看出在有反共振點出現的附近其關聯性函數值較低，主要是因為在反共振

點附近響應小，而導致關聯性函數偏低，除此之外關聯性函數大致上皆趨近於 1，證明了實驗之頻率響應函數具有相當之可信

度。

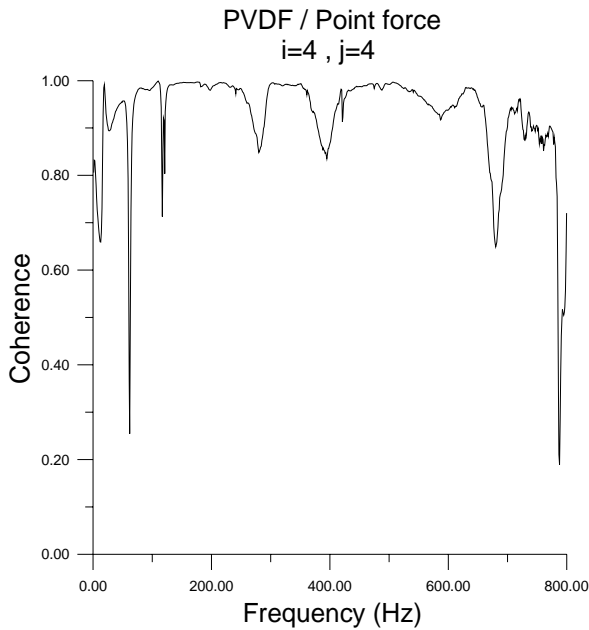


(a)

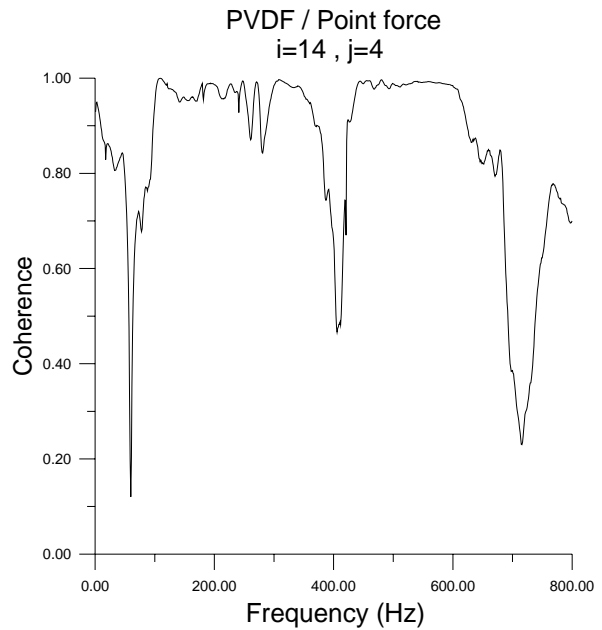


(b)

圖六、懸臂樑實驗與理論分析結果之頻率響應函數比較 (a) $i=4, j=4$ (b) $i=14, j=4$



(a)



(b)

圖七、懸臂樑實驗與理論分析結果之關聯性函數比較 (a) $i=4, j=4$ (b) $i=14, j=4$

4.1.2、自然頻率之驗證

由於本文僅探討前四個模態之情形，所以懸臂樑理論與實驗分析結果僅比較前四個自然頻率，而懸臂樑理論與實驗分析之前四個自然頻率如表三所示，由表三可以看出實驗與理論之誤差百分比約-3.1%以下，大致上還相當吻合。

表三、懸臂樑理論分析與實驗分析前四個自然頻率之誤差百分比

自然頻率	實驗值 (Hz)	理論值 (Hz)	誤差百分比 (%)
f_1	17.32	17.87	-3.08
f_2	109.52	111.98	-2.20
f_3	306.00	313.55	-2.41
f_4	598.62	614.44	-2.57

4.1.3、阻尼比之驗證

由於理論分析中並無法求得結構之阻尼比，因此在理論分析中之阻尼比假設為 0.01，而實驗分析中主要是藉著參數估測之方法求得阻尼比，結果如表四所示。由此表可以看出，第一個模態之阻尼比偏高，其餘三個之阻尼比就很接近鋼材的阻尼比。

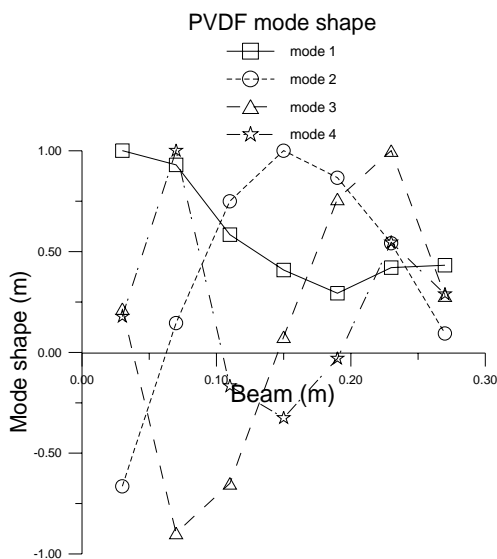
表四、懸臂樑之阻尼比

阻尼比	實驗值 (%)
ξ_1	4.95
ξ_2	0.97
ξ_3	0.32
ξ_4	0.24

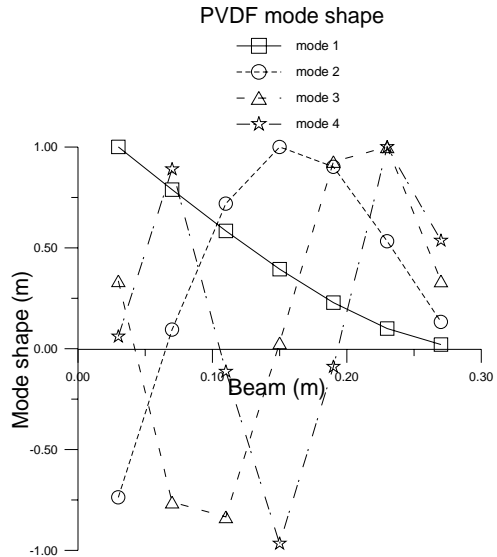
4.1.4、振型之驗證

由於本實驗僅探討前四個模態，所以實驗與理論上皆僅列出四個模態之振型，如圖八與圖九所示，其中圖八為實驗之振型，圖九為理論之振型，由理論與實驗振型可以明顯看出，理論及實驗振型與位移振型剛好成相互映射之關係，主要是壓電薄膜做感應器可以得到壓電薄膜兩端之斜率差振型。由於為了壓電薄膜之黏貼方便，所以壓電薄膜在懸臂樑上僅黏貼七個點，比原先預期的少了一半，所以預期在高頻的模態振型會比較差，由圖八與圖九大略看出，實驗之第四個模態振型的第四、五個點的確有比理論振型差，但是主要的雛形仍與理論相符合，除此還有第一個模態比較不理想，主要因為在低頻阻尼過高以及訊號分析儀動態範圍不足所導致，其餘二個模態還算理想。但是整體而言，實驗振型之節點皆與理論振型之節點都能相吻合。

實驗與理論振型之 MSF 與 MAC 矩陣如表五及表六所示，實際上 MAC、MSF 會介於 0 與 1 之間，一般而言若實驗與理論振型有良好相關性，則 MAC、MSF 數值會大於 0.9；而若 MAC、



圖八、懸臂樑實驗分析之前四個振型



圖九、懸臂樑理論分析之前四個振型

MSF 數值低於 0.05，則代表實驗與理論間之振型毫無相關性。由表中可看出 MSF 與 MAC 對角線之值，除了第一個模態外，其餘均大於 0.7，由此可判斷實驗之振型除了第一個模態外，其餘三個模態皆能與理論振型相吻合。而在非對角線之值，MSF 大體上有比較高些，但是依舊可以判別出，與第一個模態有關之 MSF 比較高，相反的與第一個模態無關的 MSF 比較低之趨勢。由 MAC 就可以明顯的看出，除了與第一個模態相關之 MAC 比較差之外，其餘皆小於 0.05。主要是由於第一個模態振型本身比較差，所以導致其他模態與第一個模態之 MAC 與 MSF 會比較差些，所以根據以上之分析顯示，實驗上除了第一個模態外，其他模態皆具有相當之正確性。其中 MSF 值出現複數，此乃因為實驗得到之振型為複數振型，包含阻尼效應所致，微小的虛數即表示實際振型有微小之相位角變化，在理論分析所得之振型則為純實數振型(real mode)，因為自由振動之理論分析未包含阻尼效應。

表五、懸臂樑實驗振型與理論振型之 MSF

Mode	1	2	3	4
1	0.668+i0.3757	-0.2977+i0.4046	-0.2956-i0.026	0.1905+i0.1997
2	0.3525+i0.2574	0.9063-i0.129	0.1797+i0.0312	-0.1398+i0.0267
3	-0.2468-i0.0019	0.151+i0.00325	0.978+i0.0214	0.1419-i0.0529
4	0.4297-i0.0288	-0.0477+i0.0561	0.0393-i0.0237	0.886-i0.0553

表六、懸臂樑實驗振型與理論振型之 MAC

Mode	1	2	3	4
1	0.4462	0.0886	0.0874	0.0363
2	0.1243	0.8214	0.0323	0.0195
3	0.0609	0.0228	0.9555	0.0201
4	0.1846	0.0023	0.0015	0.7851

4.2、簡支板之結果與討論

簡支板之材料性質如表七所示，根據表七與表二之數據即可求得理論分析之結果。

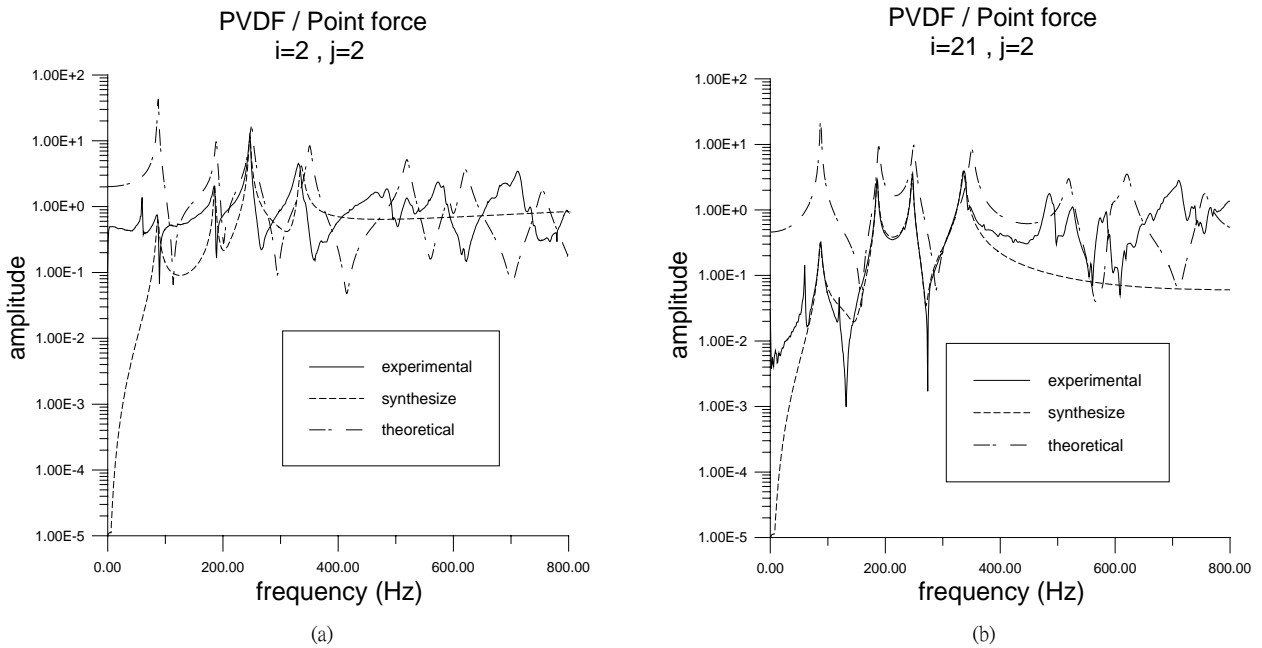
表七、簡支板之材料性質

材 料	鋼
長度 (L_x)	0.38 m
寬度 (L_y)	0.3 m
厚度 (t_p)	0.002 m
密度 (ρ)	7870 kg/m ³
楊氏係數 (E)	207 × 10 ⁹ N/m ²
浦松比 (ν)	0.292

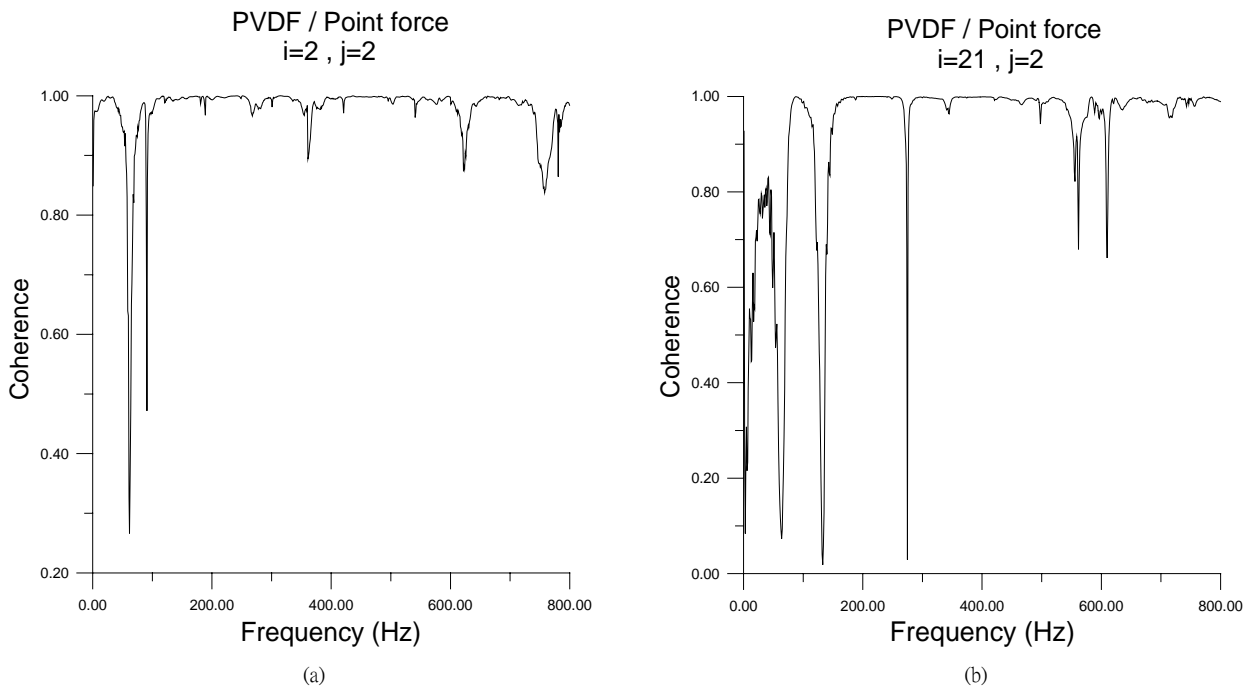
4.2.1、頻率響應函數之驗證

簡支板之頻率響應函數圖形如圖十(a)-(b)所示，由圖十(a)-(b)可

看出，除了實驗之低頻響應較低外，其餘實驗之頻率響應函數、synthesize 以及理論之頻率響應之圖形皆非常之吻合，這表示曲線嵌合沒有問題外，還表示實驗之結果能與理論之結果相吻合，而實驗之低頻響應較低之原因主要是阻尼過高所引起，而且實驗結果整體而言其共振點也都有出現，所以大致上還相當吻合。然而一般電力之輸出頻率(60Hz)還是存在，由於訊號低於結構之最低共振頻率約 25Hz，所以不會對結構之頻率響應函數有所影響。而實驗之關聯性函數如圖十一(a)-(b)所示，由此圖可以看出除了在反共振點附近比較差外，其餘皆很接近 1，證明了實驗之頻率響應函數具有相當之可信度。



圖十、簡支板實驗與理論分析結果之頻率響應函數比較 (a) i=2,j=2 (b) i=21,j=2



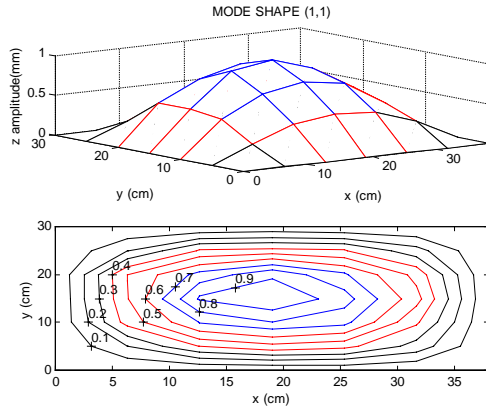
圖十一、簡支板實驗與理論分析結果之關聯性函數比較 (a) i=2,j=2 (b) i=21,j=2

4.2.2、自然頻率之驗證

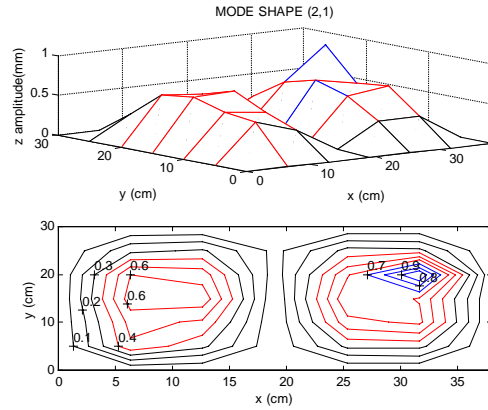
簡支板實驗與理論之前四個自然頻率誤差百分比如表八所示，由表八可看出其誤差百分比除了(2,2)模態自然頻率誤差值超過-4%以外，其餘三個模態之自然頻率誤差值皆低於2%以內，所以證實以壓電薄膜與衝擊錘做為感應器與驅動器，可以正確的預測板之自然頻率。

表八、簡支板理論分析與實驗分析前四個自然頻率誤差百分比

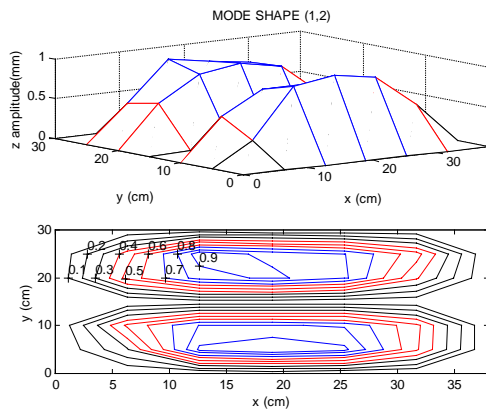
自然頻率	實驗值 (Hz)	理論值 (Hz)	誤差百分比 (%)
$f_{1,1}$	86.96	87.71	-0.8569
$f_{2,1}$	185.91	188.74	-1.5018
$f_{1,2}$	246.98	249.81	-1.1342
$f_{2,2}$	335.98	350.85	-4.2373
$f_{3,1}$		357.13	



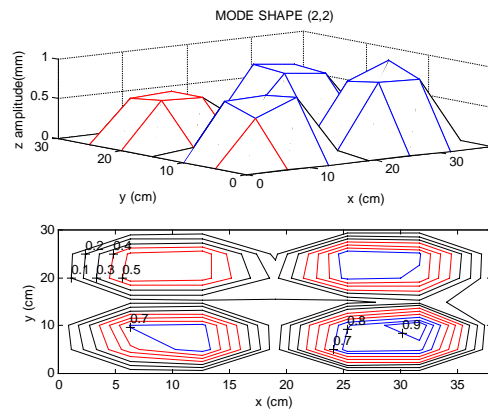
(a)



(b)

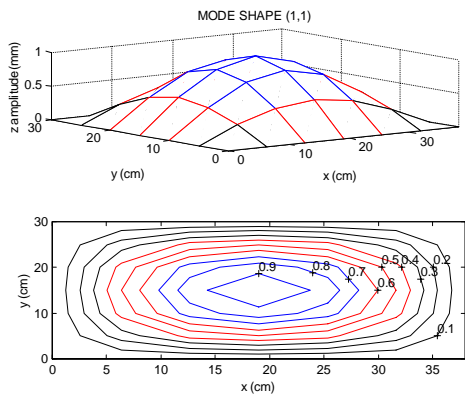


(c)

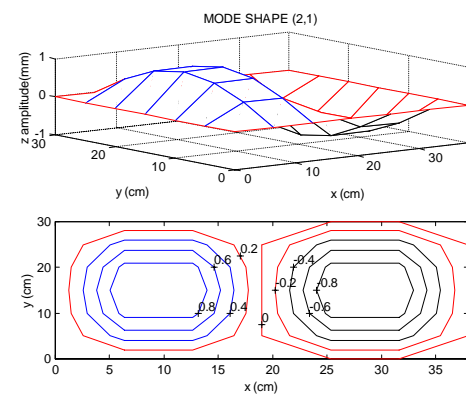


(d)

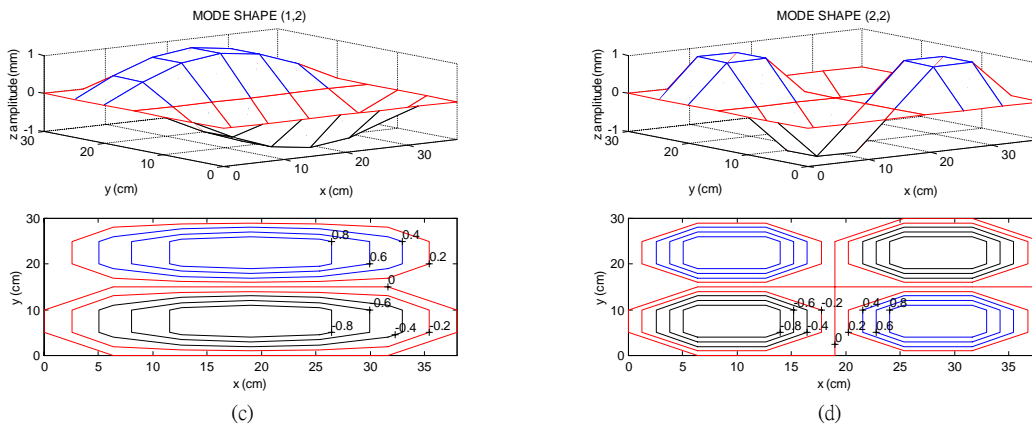
圖十二、簡支板實驗之振型 (a) (1,1)模態 (b) (2,1)模態 (c) (1,2)模態 (d) (2,2) 模態



(a)



(b)



圖十三、簡支板理論之振型 (a) (1,1)模態 (b) (2,1)模態 (c) (1,2)模態 (d) (2,2) 模態

4.2.3、阻尼比之驗證

簡支板之阻尼比如表九所示，由表九中之結果顯示(1,1)模態之阻尼比仍然偏高，而其餘三個模態之阻尼比就很接近鐵材的阻尼比，所以壓電薄膜與衝擊錘做為感應器與驅動器，可以正確得到板之阻尼比。

表九、簡支板之阻尼比

阻尼比	實驗值 (%)
$\xi_{1,1}$	2.40
$\xi_{2,1}$	0.75
$\xi_{1,2}$	0.61
$\xi_{2,2}$	0.93

4.2.4、振型之驗證

實驗與理論之振型如圖十二(a)-(d)與圖十三(a)-(d)所示，其中圖十二(a)-(d)是實驗之振型，圖十三(a)-(d)是理論之振型，而且分別是前四個模態之振型，由圖十二(b)-(d)可以看出實驗上所得之振型是取其振幅之大小(amplitude)之絕對值，因此所畫出之振型圖形皆為正值。由於簡支板四邊都呈簡支的情形，所以理論與實驗振型所得之壓電薄膜兩端之斜率差振型依舊與位移振型一樣。根據實驗上與理論上之振型比較，實驗與理論各個模態振型皆相當吻合，所以證實以壓電薄膜與衝擊錘做為感應器與驅動器，可以正確的得出簡支板之振型。

簡支板實驗振型與理論振型之 MSF 與 MAC 矩陣如表十及表十一所示，由表中可看出 MSF 與 MSF 對角線之值都界於 0.9 之間，而非對角線之值也遠小於 0.05，說明了模態振型之正交性及實驗與理論振型之吻合。

表十、簡支板實驗振型與理論振型之 MSF

Mode	(1,1)	(2,1)	(1,2)	(2,2)
(1,1)	<u>0.993-i0.0095</u>	-0.003+i0.0225	0.0022+i0.0419	0.0015+i0.0135
(2,1)	0.0446+i0.0061	<u>-0.971+i0.084</u>	0.0431+i0.0065	-0.028+i0.0175
(1,2)	0.0084+i0.0701	-0.0179+i0.07	<u>-0.979+i0.0488</u>	0.006+i0.0465
(2,2)	-0.0286-i0.0802	-0.1267-i0.072	-0.1074-i0.081	<u>0.946-i0.085</u>

表十一、簡支板實驗振型與理論振型之 MAC

Mode	(1,1)	(2,1)	(1,2)	(2,2)
(1,1)	<u>0.9862</u>	0.00001	0.000005	0.000002
(2,1)	0.002	<u>0.943</u>	0.00185	0.0008
(1,2)	0.00007	0.0003	<u>0.9586</u>	0.00003
(2,2)	0.0008	0.0161	0.0115	<u>0.8955</u>

五、結論

由於本文是嘗試以壓電薄膜作為感應器從事實驗模態分析，並以懸臂樑與簡支板兩種結構作實驗與理論分析，根據實驗與理論分析所得出結果，如頻率響應函數、關聯性函數及模態參數等，可以歸類出以下幾個結論：

1. 懸臂樑與簡支板結構之頻率響應函數在低頻響應較低，主要是低頻阻尼過高所導致。除外懸臂樑又因訊號分析儀本身之動態範圍太小而導致低頻較差，因為本實驗所使用之訊號分析儀其動態範圍約為 80 dB，而實際上根據理論分析之結果顯示動態範圍約為 140 dB，所以不易在低頻得到正確的頻率響應函數。
2. 懸臂樑與簡支板結構之頻率響應函數在 60Hz 都有一個峰值存在，主要是因為壓電薄膜具有高阻抗之特性，容易受到一般電力之輸出頻率(60Hz)所影響，但是懸臂樑與簡支板此兩種結構之共振頻率皆離 60Hz 至少有 25Hz 以上，所以應該不會對結構之頻率響應函數有所影響
3. 懸臂樑結構實驗之 synthesize 頻率響應函數之結果並不是很好，尤其在反共振點並不是很清楚，主要是實驗本身之頻率響應函數在反共振點並不是很明顯所導致，但 synthesize 在共振點仍然有出現，所以曲線嵌合結果還是很理想。
4. 在關聯性函數上，懸臂樑與簡支板之關聯性函數值，除頻率響應函數有反共振點附近關聯性函數值比較低外，其餘都很趨近於 1，主要是反共振點附近響應比較小，而導致關聯性函數較低。
5. 在懸臂樑與簡支板理論與實驗之自然頻率誤差百分比中，雖然誤差百分比也全然為負，但是很接近理論值，所以證實以壓電薄膜與衝擊錘做為感應器與驅動器，可以正確的預測板之自然頻率。
6. 懸臂樑與簡支板結構之阻尼比，在第一個模態其阻尼比都有偏高之趨勢，而其餘三個模態之阻尼比就很接近剛材的阻尼比，所以

壓電薄膜與衝擊錘做為感應器與驅動器，可正確得到結構之阻尼比。

7. 懸臂樑之理論及實驗振型與位移振型成相互映射之關係，主要是理論與實驗振型所得之振型為壓電薄膜兩端斜率差振型。而實驗振型除了第一個模態外，其餘三個模態皆能與理論振型相吻合。
8. 由於簡支板四邊呈簡支之情形，所以理論及實驗所得之振型與位移振型是一樣的。而且實驗振型與理論振型都相當的吻合，所以證實以壓電薄膜與衝擊錘做為感應器與驅動器，可以正確的得出簡支板之振型。
9. 根據以上實驗與理論分析相驗證之結果都能相吻合，因此壓電薄膜可以作為感應器從事實驗模態分析，未來還可進一步做結構錯誤診斷(Failure Diagnosis)或進行遠距離模態測試(Remote modal testing, RMT)，更可結合控制器發展做結構振動及噪音控制。

六、參考文獻

1. Ewins, D. J., 1986, *Modal Testing: Theory and Practice*, Research Studies Press LTD., Letchworth Hertfordshire England.
2. Plump, J. M., Hubbard, J. E, and Bailey, t., 1987, "Nonlinear Control of a Distributed System: Simulation and Experimental Results," *Journal of Dynamic System, Measurement, and Control*, Vol. 109, pp. 133-139.
3. Hubbard, J. E., 1987, "Distributed Sensors and Actuators for Vibration Control in Elastic Components," *Noise-Con 87*, Vol. pp. 407-412.
4. Lee, C. K. and Moon, F. C., 1990, "Modal Sensors/Actuators," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 57, pp. 434-441.
5. Collins, S. A., Padilla, C. E., Notestine, R. J., von Flotow, A. H., Schmitz, E., and Ramey, M., 1992, "Design, Manufacture, and Application to Space Robotics of Distributed Piezoelectric Film Sensors," *Journal of Guidance Control*, Vol. 15, pp. 396-403.
6. Galea, S. C., Chiu, W. K., and Paul, J. J., 1993, "Use of Piezoelectric Films in Detecting and Monitoring Damage in Composites," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 4, pp. 330-336.
7. Sun, F. P., Liang, C., and Rogers, C. A., 1994, "Experimental Modal Testing Using Piezoceramic Patches as Collocated Sensor-Actuators," *Proceedings of the 1994 SEM Spring Conference and Exhibits*, pp. 871-879.
8. Cole, D. G., Saunders, W. R., and Robertshaw, H. H., 1994, "The Dynamic Analysis of Piezostructures in Relation to Modal Analysis," *Proc. 12th Int. Modal Anal. Conf.*, pp. 521-527.
9. Norwood, C., 1995, "The Weasurement of Natural Frequencies and Mode Shapes of Submerged Cylinders Using PVDF Strip Excitation," *Proceedings of Inter-Noise 95*, pp. 1337-1340.
10. Wang, B. T., 1996, "Characterization of Transfer Functions for Piezoceramic and Conventional Transducers," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 7, pp. 390-398.
11. Im, S., and Atluri, S. N., 1989, "Effects of a Piezo-Actuator on a Finitely Deformed Beam Subjected to General Loading," *AIAA Journal*, Vol. 27, No. 12, pp. 1801-1807.
12. Wang, B. T., and Wang, C. C., 1997, "Feasibility Analysis of Using Piezoceramic Transducers for Cantilever Beam Modal Testing," *Smart Mater. Struct.*, Vol. 6, pp. 1-11.
13. Wang, B. T., 1998, "Structural Modal Testing with Various Actuators and Sensors," *Mechanical System and Signal Processing*, Vol. 12, No. 5, pp. 627-639.
14. Szilard, R., 1974, *Theory and Analysis of Plates Classical and Numerical Methods*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
15. Meirovich, L., 1986, *Elements of Vibration Analysis*, McGraw-Hill Book Company, New York.
16. Meirovich, L., 1967, *Analytical Methods in Vibrations*, Macmillan Publishing Co., Inc., New York.
17. William, T. T., 1972, *Theory of Vibration with Application*, Chapman & Hall, New York.
18. Gorman, D. J., 1978, "Free Vibration Analysis of The Complply Free Rectangular Plate by The Method of Superposition," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 57, No. 3, pp. 437-447.
19. Leissa, A. W., 1973, "The Free Vibration of Rectangular Plates," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 31, No. 3, pp. 257-293.
20. LMS Inc., 1993, *LMS CADA-PC User Manual*.
21. Park, Y., 1994, "Improved Estimation of Frequency Response Function," *Modal Analysis: the International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 9, No. 2, pp. 99-110.
22. Heylen, W., and Janter, T., 1990, "Extensions of the Modal Assurance Criterion," *Transactions of the ASME*, Vol. 112, pp. 468-472.

The Use of PVDF Films as Sensors for the Experimental Modal Analysis of Structures

Rong-Liang Chen
Center for Measurement Standards
Industrial Technology Research Institute

Bor-Tsuen Wang
Department of Mechanical Engineering
National Pingtung Polytechnic Institute

Abstract

This work presents the use of a rectangular shape of PVDF ceramics adhered on the surface of cantilever beam and simply supported plate as the sensor, while the hammer is applied as the actuator for the structural modal testing. This work first formulates the frequency response function (FRF) based on the hammer excitation and PVDF sensing. The hammer actuator eigenfunction and the PVDF sensor eigenfunction can be identified as the displacement mode shape and the mode shape of slope difference between PVDF edges respectively. The experiments are then performed by using a dual-channel FFT analyzer. A row of FRF matrix can be obtained by roving

the PVDF sensor with the fixed hammer actuator. A curve-fitting software, LMS CADA-PC, is used to extract the modal parameters, including natural frequencies, mode shapes and modal dampings of the structures. The frequency response functions are shown to be agreed well between theoretical and experimental results. Results also show that modal parameters can be properly obtained and physically interpreted with theoretical solutions. This work, therefore, demonstrates the feasibility of using PVDF sensor in conjunction with the hammer for structural modal testing and can also be extended to other structures.