

## 銅鑼振動與聲音特性之探討

王栢村 李雨軒 張志偉  
國立屏東科技大學 機械工程系  
屏東縣內埔鄉學府路 1 號

### 摘要

本文探討中國傳統樂器－銅鑼之振動與聲音特性。首先以殼元素建構銅鑼之有限元素分析模型，進行理論模態分析，以求得鑼之自然頻率及其對應之模態振型；也對銅鑼進行傳統實驗模態分析，以衝擊錘為輸入，加速度計為輸出量測得其頻率響應函數，再由曲線嵌合程式擷取模態參數，以作為有限元素模型修正之依據，結果顯示模態參數包括自然頻率及模態振型均相當吻合，成功的完成解析模型之實驗驗證。同時量測銅鑼敲擊後之聲音頻譜響應，以瞭解銅鑼之基本頻率，並與振動模態特性比較，可得知其聲音基本頻率與模態對應之關係。再以經驗證之有限元素模型，探討銅鑼尺寸及材質變化對其振動與聲音特性之影響。本文結合振動理論與實驗分析於銅鑼聲音特性之探討將有助於傳統手工製鑼參數設計之選擇，也可推廣至其他中國傳統樂器之振動與聲學特性研究。

關鍵字：銅鑼、振動、聲音、有限元素分析、模態振型、自然頻率、實驗模態分析、聲音頻譜響應。

### 一、前言

鑼在我國傳統樂器中佔有重要的角色，不論是迎神賽會或民間慶典，到傳統戲曲中，鑼均是不可或缺的樂器之一，也因為鑼充滿著歡欣鼓舞的氣氛，若能發揮鑼特有的樂音特性，將使沈悶的國樂更加活潑。又極具地方特色之宜蘭林午大鑼[1]因其具有獨特的鑼臍的大鑼，及祖傳之製作技術倍受肯定及具知名度，然綜觀國內對鑼此等傳統樂器之發聲物理機制卻鮮少有學理性之探討，本文即擬以學理分析典型扁鑼之振動與聲音特性關係。

各種樂器之發聲模式，有吹奏、敲擊、摩擦等不同方式對各種結構激發振動進而產生聲音，而影響發聲機制的因素相當多，諸如樂器之結構、形狀、尺寸、材質等，有諸多文獻探討各型樂器發聲之物理機制及其相關振動特性。Bretos et al. [2] 以有限元素法分析木琴之木條的振動自然模態，探討木條均勻或凹刻截面對其自然頻率及模態振型之影響，得知木條之非均質材料特性，其楊氏係數對側向振動模態影響最鉅。Doutaut et al. [3] 則以自由樑理論模式分析木琴(Xylophone)受敲擊之時間域及頻率域響應預測與實驗量測有很好的吻合。Rhaouti et al. [4] 以理論模式模擬圓錐體形之低音鼓(kettledrum)振動與聲音輻射，以薄膜理論探討鼓膜振動，並分析得聲音頻譜，且由實驗量測聲音響應獲得驗證。Bretos et al. [5]也以有限元素法對小提琴之各別格版及整體音箱分別進行其振動模態分析，以了解小提琴組裝前後及組裝方式對整體音箱效果之影響。

欲瞭解樂器振動及其發聲機制，實驗量測分析技術為相當必要。Rossing et al. [6] 以光學干涉顯影技術(holographic interferograms) 對形狀相當特殊之南美樂器加勒比海鋼盤(Caribbean steelpan)量測得鋼盤各區域分佈音階之振動模態，有助於瞭解調音技巧。Rossing [7]也以相同技術測得玻璃杯組(glass harp) 之不同玻璃杯形狀的振動模態振型，並比較以摩擦、敲擊及拉弓方式所產生之聲音頻譜特性比較。Skrodzka and Sek [8] 採傳統實驗模態分析技術對喇叭音箱之半圓錐形低音擴音器(woofer)及高音擴音器(tweeter)求得其振動自然頻率及其對應之模態振型，也探討與音箱固定方式及其間對喇叭品質之交復影響。Bahnon et al. [9]則利用非接觸式位移計及閃頻器(stroscope)量測及觀察口琴簧片之振動，探討吹吸以及不同吹奏技巧對口琴聲音之影響。

本文將採有限元素法之理論分析及傳統之實驗模態分析對一典型之扁鑼進行模態分析，以了解其振動特性，並實際量測鑼之聲音頻譜響應，探討其與振動模態關係，最後由驗證之有限元素分析模型，分析探討鑼之結構尺寸及材質對聲音基頻的影響。主要分析目標如下：

1. 以有限元素分析架構一有限元素模型，進行有限元素分析，得到理論之模態參數及頻率響應函數。再針對實體作實驗模態分析求得實驗之模態參數及頻率響應函數。以實驗模態分析為基準，對有限元素分析進行比對驗證，包括自然頻率、振型、頻率響應函數。進而確定有限元素模型之正確性。

2. 針對銅鑼之聲音作分析，藉由衝擊錘的敲擊，將所量測到之訊號傳入頻譜分析儀作分析及探討。並以振動分析所得之模態參數與聲音量測所得之聲音特性進行比對，以找出聲音與振動之關聯性
3. 藉由與實驗模態驗證過之有限元素分析模型進行設計分析，以不同尺寸及材質作為設計原則，探討其尺寸及材質不同時，模態參數及聲音特性的變化和關聯性，增加製銅鑼的便利性。

## 二、有限元素分析

本文採用中國傳統樂器的小型銅鑼照片如圖 1(a)，其形狀示意圖如圖 1(b)，其基本尺寸及材料性質分別如表 1 及表 2，銅鑼實驗分割如圖 2。

本文採用 ANSYS 軟體進行有限元素分析。首先架構銅鑼之有限元素分析模型。由於銅鑼為圓形曲面，且厚度遠小於直徑，故採用薄殼三維元素 3D(shell 63)架構，如圖 3 所示。以極座標方式將  $r$  方向分 16 等份， $\theta$  方向分 32 等份。配合實驗分析鑼由一尼龍繩所懸吊，故有限元素模型位移限制採用四周皆為 free-free 的方式。

由於楊氏係數及浦松比未知，而密度可由體積及重量求得，故利用最佳化程式，輸入已知的密度，而未知的楊氏係數和浦松比則以文獻中的參考數據給定上下限，以實驗模態之模態參數為基準，求出較吻合之楊氏係數及浦松比。

首先進行模態分析(Modal Analysis)，求出模態參數及振型。模態參數的修正以最佳化進行，令楊氏係數  $E$  及浦松比  $\nu$  為設計變數，最佳化目標在使得理論分析與實驗分析所得的自然頻率誤差最小化，最佳化問題定義如下：

$$\text{目標函數： } \Phi = \Phi(E, \nu) = \left( \frac{f_r - \hat{f}_r}{\hat{f}_r} \right)^2 \quad (1)$$

設計變數： $E, \nu$

其中， $f_r$  及  $\hat{f}_r$  分別代表理論及實驗所得之第  $r$  個模態自然頻率。再進行簡諧分析(Harmonic Analysis)，配合實驗之敲擊點，給定不同位置之力量，由於模型本身非一平面，故給定之力量需依照模型表面之傾斜角度給定不同方向之力量，量測位置亦需依照其不同位置傾斜的不同角度求出其不同方向的數據，進行數學運算，求出頻率響應函數。

## 三、實驗分析

### 3-1 實驗模態分析

本文的實驗首先將衝擊錘及加速度計以導線經過電荷放大器分別接於 BK-3550 頻譜分析儀之 A、B 輸入模組，再透過介面將頻譜分析儀與已安裝 CADA-PC 之個人電腦相互連接。本實驗的作動原理是以衝擊錘對銅鑼激振，搭配感測器—加速度器，以量取銅鑼之響應訊號。經過電壓放大器將訊號傳入頻譜分析儀，由頻譜分析儀對輸入模組之訊號作快速傅立葉轉換，求得銅鑼之頻率響應函數和關聯性函數，最後再將傳入電腦中之頻率響應函數以 CADA-PC 軟體作曲線嵌合(Curve Fitting)。結果可得模態參數(自然頻率、阻尼比和振型)。

實驗的第一步驟須完成 BK3550 頻譜分析儀之設定，頻寬為 0~800Hz，解析度為 800 條。實驗模態分析之方式為將銅鑼畫分為 33 點，加速度計固定於第 29 點，而移動衝擊錘於銅鑼上的每一個測試點。完成 33 點測試後可得 33 組頻率響應函數，再將訊號以 CADA-PC 軟體作曲線嵌合(Curve Fitting)，以求得銅鑼的模態參數。

### 3-2 聲音量測分析

實驗首先將麥克風接於頻譜分析儀之 channel B 輸入模組，而 channel A 輸入模組則為加速度計或是衝擊錘兩種輸入設備。麥克風距離銅鑼的位置並無一定的標準，以實際量測到聲音值為準，且要大於背景聲音，本實驗以 3~5cm 作基準。

在實驗過程中，第一步驟必須完成 BK-3550 頻譜分析儀的設定，頻寬的大小影響到訊號的取樣時間，一般而言頻寬範圍越大則取樣的時間就會越短，在本實驗中是以頻寬 800Hz 前幾個重要的峰值為討論重點，因此頻寬以 1600Hz 為主。

在銅鑼之聲音的分析方面，將分為兩大方向來探討。其一為不同點的敲擊，由鑼中心沿半徑向外取四點。其二為不同材質的衝擊錘敲擊，為了進一步了解衝擊錘與銅鑼聲音之間的關係，以不同的材質敲擊，分別為木頭錘、塑膠錘、橡膠錘進行實驗。

## 四、結果與討論

首先進行模型驗證(Model Verification)，以有限元素分析之結果對照實驗模態分析之結果，以求得有限元素模型是否能夠代表實際模型，其包括自然頻率、振型及頻率響應函數之比對。接著進行聲音量測，求出聲音特性，並與實驗模態分析進行對照，討論兩者之間的關聯性。

### 4-1 模型驗證(Model Verification)

分為自然頻率、振型及頻率響應函數的比對驗證。首先比對自然頻率，接下來比對各自然頻率所對應之振型是否符合。最後對照實驗模態分析及理論模態分析之頻率響應函數及關聯性函數是否吻合。

#### 4-1-1 頻率響應函數

實驗以衝擊錘為輸入端，加速度計感測器為輸出端。與有限元素分析之頻率響應函數對照圖比對之後，結果發現於頻寬 500Hz 前之峰值有相當的吻合性。

首先以敲擊及量測相同點作討論。如圖 4(a)所示於同點頻率響應函數( $i=29, j=29$ )，因其為敲擊及量測同點，故可找出其共振尖峰點及其反共振點，在最前端有所誤差可能為有限元素模型位移限制採 free-free，而實體則以尼龍繩懸掛，所以產生誤差。

首先以敲擊及量測不同點作討論。如圖 4(b)所示於同點頻率響應函數( $i=33, j=29$ )，因其為敲擊及量測不同點，故其反共振點不明確。

#### 4-1-2 模態參數

表 3 所示為經由最佳化過程之有限元素分析與實驗模態分析所得自然頻率之比對。前 5 個自然頻率誤差百分比皆在 3% 以下且有正有負，不是全部偏向正或負。此現象表示，前 5 個自然頻率的比對成功。原因為如果誤差皆在正或負，表示所分析之自然頻率往正或負方向偏離，由此可推論前 5 個自然頻率比對成功。但在高頻區域之自然頻率則差距頗大。僅前 5 個自然頻率對應性較好。

在實驗過程中，量測位移響應時，由於加上指數加權函數 (Exponential Window) 而造成量測上阻尼比增大效應，故需要修正阻尼比才可得知實際的阻尼比如表 4 所示，可發現阻尼比會隨著模態數的增加而減少。實驗以衝擊錘為輸入端，加速度計感測器為輸出端，經由曲線嵌合所得到的銅鑼之前 7 個模態振型與有限元素分析所得之模態振型如，兩者對照表如表 6 所示。結果可發現二者模態振型都相當地吻合，僅高頻自然頻率差異較大。

在所得模態振型方面，可看出前 2 個自然頻率對應振型為振型相同正負相反的振型。3、4、5 為自然頻率相近的對應振型，為  $\theta$  方向分做兩等份的振型。後兩個為高頻區域的振型。

#### 4-2 聲音特性分析

在探討銅鑼之聲音實驗量測之前，首先必須量測實驗室背景聲音的大小，當銅鑼量測到聲音譜的峰值若高於背景聲音的 10dB 以上就表示量測所得之聲音值是有效的可以進一步作聲音頻譜分析。銅鑼各個頻率之聲音值都比背景聲音各頻率之值還高於 10dB 以上，因此實驗量測之數據是可信賴的，故可進一步做聲音之探討分析。

在銅鑼之聲音的分析方面將分成兩大方向來探討，其一為不同點的敲擊。不同材質的衝擊錘敲擊。

圖 5 所示，其為不同敲擊點的聲音值曲線圖，其中 1~4 分別是中心點、1/3 半徑、2/3 半徑及最外圓處。所顯示結果為在 423Hz 的峰值最高，離中心愈遠處敲擊，則波型振幅愈低。 $G_{(pp)}$  與  $G_{(aa)}$  比較關係可得知，銅鑼之聲音產生是來自結構振動。

為了進一步了解衝擊錘與銅鑼聲音之間的關係，再以不同的材質敲擊，橡膠、塑膠及木頭槌，如圖 6 所示。在 423Hz 的峰值最高。愈軟的材質其則波型振幅愈低。在頻寬 0~300Hz 處，愈軟的材質衝擊錘敲擊其雜訊影響愈大，而 400~900Hz 處則以木頭的振幅最高，所以銅鑼一般是以木頭敲擊。

整合以上分析結果，討論如下：

1. 由聲音量測可得在 423Hz 的峰值為最高，而由實驗分析及有限元素分析所得之頻率響應函數亦可看出由第 3、4 及 5 自然頻率的峰值亦為最高，故可推斷出由此 4 個自然頻率所組成之頻率為主頻率。
2. 由實驗及有限元素分析可看出，主頻率中的第 3 及第 5 個 mode 其振型方面均是  $r$  方向分 2 段，中間部分在  $\theta$  方向不分段，外圈部分  $\theta$  方向分 6 段。就中間部份與第 7 個 mode 相比較，第 7 個 mode 中間  $\theta$  分兩部分作相對運動。可推論第 7 個 mode 因為兩邊互相抵制，所以振幅比第 4 及第 5 個 mode 來的小。

#### 4-3 不同尺寸及材質分析

就銅鑼尺寸之影響分原尺寸、增加一倍尺寸 ( $L1$ 、 $L2$ 、 $H1$ 、 $H2$  各增加一倍)、增加一倍厚度 ( $t$  增加一倍)、尺寸厚度各增加一倍 ( $L1$ 、 $L2$ 、 $H1$ 、 $H2$ 、 $t$  增加一倍)。對其結果就自然頻率、頻率響應函數、振型及音階作討論。其自然頻率對照表如表 5 所示。發現如果尺寸增加，自然頻率明顯的降低；厚度增加，自然頻率升高。由文獻提供之自然頻率與音階對照表可看出。在原尺寸中，其主頻率對應音階為 A4。增加一倍尺寸主頻率對應音階為 A2~C3。增加一倍厚度主頻率對應音階為 F5。尺寸厚度皆增加一倍主頻率對應音階為 A3。可由此尺寸設計及對應音階設計出所期望之音階的銅鑼。

就鑼材質分銅質及鋼質。對其結果就自然頻率、頻率響應函

數、振型及音階作討論。其自然頻率對照表如表 5 所示。可發現銅質比銅質之自然頻率高出許多。由文獻提供之自然頻率與音階對照表可看出。可得銅質音階大約在 C6~D6 之間。

## 六、結論

本文首先建立一個中國傳統樂器銅鑼的有限元素模型，並藉由實驗模態分析比對印證。並量測其聲音特性。再以比對過之有限元素模型作出設計，進而瞭解尺寸、厚度及材質對於樂器之聲音及震動的關聯性。由以上之分析得到以下幾點結論：

1. 有限元素分析得到的結果，在某頻率間與實體實驗所得之數據有相當程度的吻合性，且由聲音量測之結果與分析結果主頻率(423Hz)相吻合，故此模型可視為銅鑼之實際模型。由於模型驗證成功，故可藉由有限元素模型來進行銅鑼的振動及聲音分析，亦可作其他種類銅鑼的振動及聲音特性分析。
2. 有限元素分析結果在高頻區域誤差較大，可能原因為本實驗用銅鑼為一個手工鑼，在其表面具有許多因敲打而產生的凹面即凸面，導致自然頻率與有限元素分析有所誤差。
3. 在聲音量測與振動分析比對方面，可清楚看出，兩種分析在自然頻率 423Hz 處，其峰值最高，故可知由振動分析可推測出聲音的主頻率。而由振型推斷，第 4 個自然頻率對應之振型，僅中間部分作上下振動，相較於其他振型皆有一正一負的振動，較能產生較大的振動量，也可推斷所產生之聲音也為最大，為此樂器的主頻率。
4. 由實驗分析得知，聲音的特性與振動分析所得模態參數有密切的關聯性，故得知樂器的聲音特性可經由振動分析的結果預先推測。
5. 本文之有限元素分析模型在高頻區域自然頻率誤差極大，因此若能降低高頻區的誤差值，將可大大提升有限元素模型的適用性。建議進一步探討銅鑼之結構，了解結構及聲音特性。
6. 可藉由調整有限元素模型之尺寸及材質來達到樂器之設計變更，並達到改良的功效。進而可推廣至其他樂器的設計，經由電腦的振動分析，預先得知其聲音特性，以達到製作的方便性。
7. 中國傳統樂器音域不大、音階不全、音階不準確及音量不夠大，期望藉由本文之經驗推廣至其他種類之中國傳統樂器，建立準確之有限元素模型，經由嘗試設計，達到改良以上中國傳統樂器之缺點。

## 七、參考文獻

1. 王維真，1986，「鑼：宜蘭林午大鑼專訪」，*民俗曲藝*，第 40 期，第 100-116 頁。
2. Bretos, J., Santamaria, C., and Moral, J. A., 1999, "Finite Element Analysis and Experimental Measurements of Natural Eigenmodes and Random Responses of Wooden Bars Used in Musical Instruments," *Applied Acoustics*, Vol.56, pp.141-156.
3. Doutaut, V., Matignon, D., and Chaigne, A., 1998, "Numerical Simulations of Xylophones. II. Time-Domain Modeling of the Resonator and of the Radiated Sound Pressure," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 104, No. 3, pp. 1633-1647.
4. Rhaouti, L., and Chaigne, A., and Joly, P., 1998, "Time-Domain Modeling and Numerical Simulation of a Kettledrum," *Applied Acoustics*, Vol.105, pp. 3545-3562.
5. Bretos, J., and Santamaria, C., 1999, "Vibrational Patterns and Frequency Responses of the Free Plates and Box of a Violin Obtained by Finite Element Analysis," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 105, No. 3, pp. 1942-1950.
6. Rossing, T. D., Hansen, U. J. and Hampton, D. S., "Vibrational Mode Shapes in Caribbean Steelpans. I. Tenor and Double Second," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 108, No. 2, pp. 803-812.
7. Rossing, T. D., 1994, "Acoustics of the Glass Harmonica," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 95, pp. 1106-1111.
8. Skrodzka, E. and Sek, A. P., 2000, "Comparison of Modal Parameters of Loudspeakers of Different Working Conditions," *Applied Acoustics*, Vol. 60, pp. 267-27.
9. Bahnson, T., Antaki, J. F., Beery, Q. C., 1998, "Acoustical and Physical Dynamics of the Diatonic Harmonica," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 103, No. 4, pp. 2134-2144.

## The Study of Vibration and Sound Characteristics of Copper Gong

Bor-Tsuen Wang, Yeu-Shiuan Lee, Zhi-Wei Chang

Department of Mechanical Engineering  
National Pingtung University of Science and  
Technology  
Pingtung, Taiwan 91207, Republic of China

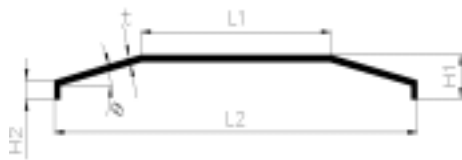
### Abstract

This paper presents the vibration and sound characteristics of Chinese traditional instrument- Copper Gong. The finite element analysis model is first constructed to perform theoretical modal analysis (TMA), and so forth the natural frequencies and corresponding mode shapes can be obtained. Experimental modal analysis (EMA) is also carried out. While the impact hammer is applied as the actuator, the accelerometer is adopted as the sensor. The system frequency response functions can be measured and processed to extract the modal parameters that are used to perform the model verification. Results show that both natural frequencies and mode shapes match quite well between TMA and EMA. The radiated sound spectra of the Gong are measured and compared with the vibration modes to identify its fundamental frequency of radiated sound. Through the validated finite element model, the effect of geometric dimensions and material properties of Gong on its vibration modes and sound characteristics are also studied. This work presents both the theoretical and experimental analysis on the Gong's sound

characteristic analysis and will be beneficial to the parameter design of hand-made Gong. The techniques can also be applied to other instruments as well.

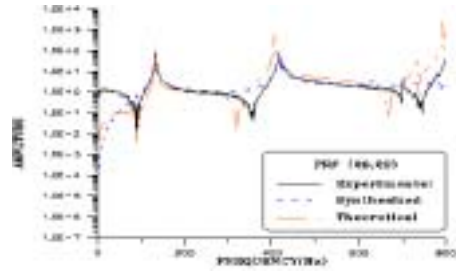


(a)銅鑼示意圖

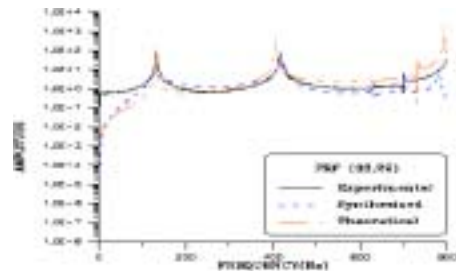


(b)銅鑼尺寸示意圖

圖 1、銅鑼實體及尺寸示意圖



(a) H29,29 頻率響應函數圖



(b) H33,29 頻率響應函數圖

圖 4、敲擊同一點及不同點頻率響應函數圖



圖 2、銅鑼分割圖

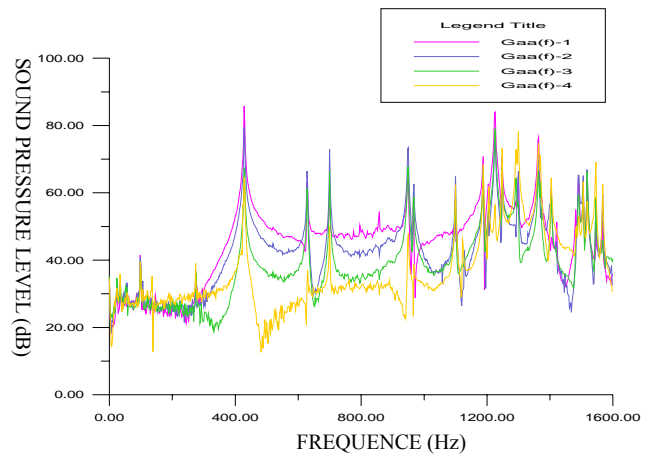


圖 5、銅鑼之不同敲擊點之能量頻譜圖

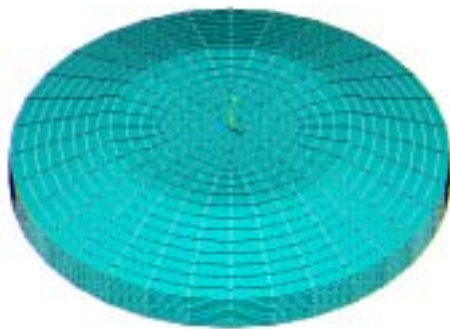


圖 3、有限元素分析數學模式化

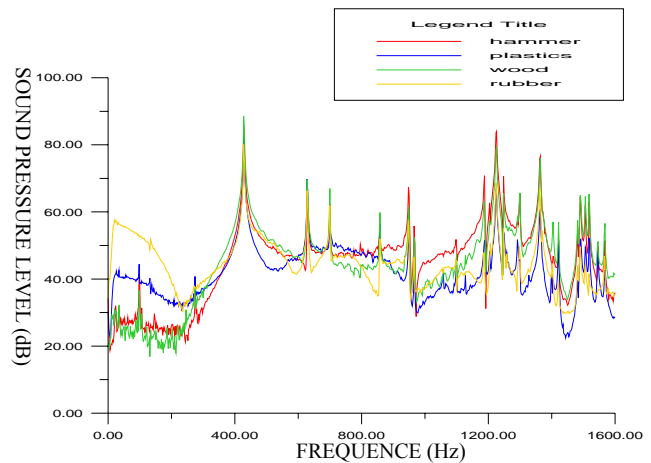


圖 6、銅鑼不同材質之能量頻譜圖

表 1、尺寸對照表

項目	H1(m)	H2(m)	L1(m)	L2(m)	t(m)	$\theta$
尺寸	0.03	0.0145	0.0615	0.1125	0.002	15.87°

表 2、材料性質對照表

項目	幾何性質	楊氏係數 E (N/m <sup>2</sup> )	密度 $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	浦松比 $\nu$
銅鑼		7.22×10 <sup>10</sup>	19472	0.34

表 3、FEA 與 EMA 自然頻率對照表

Mode	1	2	3	4	5	6	7
FEA	132.57	132.96	412.33	426.83	429.82	835.03	859.20
EMA	132	137	414	423	428	628	700
誤差(%)	-0.40	2.94	0.40	-0.90	-0.43	-17	-22.70


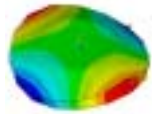

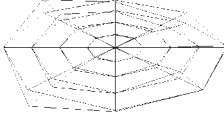

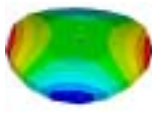

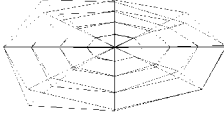

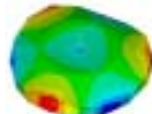

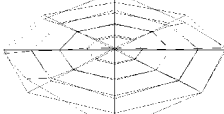

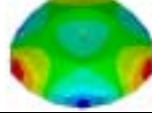



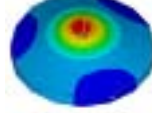
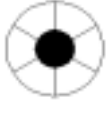
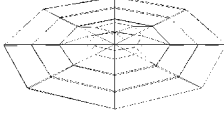

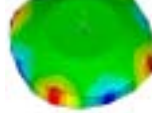

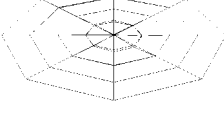

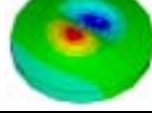
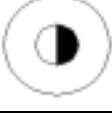
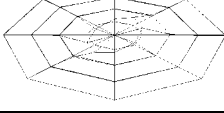
表 4、銅鑼阻尼比

Mode	實驗阻尼比(%)	修正阻尼比(%)
1	0.41	0.0356611
2	1.12	0.7607812
3	0.41	0.2905578
4	0.17	0.0529068
5	0.14	0.0244015
6	0.31	0.2311206
7	0.21	0.1392339

表 5、不同尺寸材質分析自然頻率對照表

Mode	原尺寸(銅質)	尺寸厚度增加一倍	尺寸增加一倍	厚度增加一倍	原尺寸(鋼質)
變數		L1, L2, H1, H2, t	L1, L2, H1, H2	t	E, $\nu$ , $\rho$
1	132.57	66.28	39.60	216.51	350.21
2	132.96	66.30	39.75	216.76	350.29
3	412.33	208.29	113.75	652.89	1100.50
4	426.83	208.90	121.52	657.15	1104.20
5	429.82	210.21	127.21	722.10	1110.60
6	835.03	384.83	222.71	1189.00	2033.20
7	859.20	402.53	235.38	1192.00	2126.70

表 6、模態振型對照表

Mode	FEA 振型		EMA 振型	
1				
	132.57Hz		132 Hz	
2				
	132.96 Hz		137 Hz	
3				
	412.33 Hz		414 Hz	
4				
	426.83 Hz		423 Hz	
5				
	429.82 Hz		428 Hz	
6				
	835.03 Hz		628 Hz	
7				
	859.20Hz		700 Hz	

備註：

- 第 1、2 振型僅正負相反，其餘性質皆相同，且頻率值相當接近。
- 就中間平板而言，振幅最大者為第 5 個振型，其次為第 4 個振型，最小為第 3 個振型。而外圈的振幅則以第 3 個振型最大，第 4 個振型次之，第 5 個振型最小。
- ：振型向上、○：振型向下。