

應用有限元素分析與實驗模態分析之結構模型驗證

計劃編號：NSC90-2212-5-020-004

計劃名稱：智慧型材料結構系統於作業狀態下之模態測試

王栢村¹ 曹文昌²¹教授 ²碩士班研究生

國立屏東科技大學機械工程系

屏東縣內埔鄉學府路 1 號

摘要

本文主要結合有限元素分析及實驗模態分析之結構模型驗證。一般模型驗證之目的，主要在於確認理論數學模型之合理性、正確性，以得到能代表實際結構之等效分析模型。本文主要為探討一自由邊界板結構，首先，應用有限元素分析，探討線性或二次殼元素及立體元素等四種不同元素架構之收斂性分析，而以線性殼元素為較佳之選擇，接著再進行模態及簡諧分析而求得自由邊界板之模態參數，即自然頻率、位移振型及頻率響應函數。其次，說明自由邊界板之實驗架構模擬，以傳統實驗模態分析，即以衝擊錘為驅動器、加速度計為感測器的方式進行實驗，進而得到自由邊界板結構之頻率響應函數、關聯性函數，並將頻率響應函數作曲線嵌合，而得到自由邊界板實驗之模態參數。最後，經由有限元素分析及實驗模態分析之結果與文獻中理論之結果相互驗證，而得到模擬自由邊界板之模態參數與理論之模態參數結果相吻合。因此，本文說明了結合有限元素分析及實驗模態分析方法能做為結構模型驗證理念之應用，並且亦可作為往後其他相關振動之後續研究。

關鍵字：有限元素分析、實驗模態分析、自由邊界板、模態參數、自然頻率、位移振型、頻率響應函數、關聯性函數。

一、前言

「模型驗證」(model verification)主要作為理論數學模型與實驗模態分析對實際結構測試之結果進行比較驗證，以求得正確模擬實際結構之數學模型。而模型驗證之目的，主要為確認理論數學模型之合理性、正確性，以得到能代表實際結構之等效分析模型(analytical model)。模型驗證的優點，可大大減少實驗時所需耗費之人力、物力及時間，並可縮短工程設計開發之時程。在完成模型驗證之後，即可確認了理論分析數學模型之正確性，則可進行其他實驗模態分析上之應用，如響應預測、模型修整、外力預測等應用。

由於工程上之實際結構往往相當複雜，不易以理論解析方式得到數學模型。一般典型之數值解析方法，有限元素分析(Finite Element Analysis, FEA)即為常用之解析方法。若採用有限元素方法建構理論分析模式，則常搭配實驗模態分析(Experimental Modal Analysis, EMA)[2]來相互驗證。由於實驗模態分析乃以實驗結構作

分析，因此驗證時即以實驗模態分析的結果做為比較之基準。在有限元素分析中，則需進行收斂性分析以確認有限元素分析模型本身之正確性，再就系統之內涵與實驗模態分析之結果來進行模型比較驗證。

對於板邊界條件模擬情形之文獻當中，陳及王[4]探討為一簡支板之情形，利用一薄板支撐板子來模擬簡支邊界情形，並以衝擊錘為驅動器，加速度計為感測器的方式進行實驗，結果成功地模擬出簡支邊界之情形。Ronald and Wen[14]探討一自由邊界板情形，利用海綿墊與尼龍繩兩種情況來模擬自由邊界情形，以衝擊錘為驅動器，加速度計為感測器的方式來進行實驗。結果顯示，尼龍繩系統比海綿墊系統更能真正模擬自由邊界情形。在感測器應用方面，梁和王[1]，陳和王[7]以衝擊錘為驅動器，加速度計為感測器，分別各對懸臂樑及簡支板進行傳統實驗模態分析。Worden et al.[16]則使用激振器為驅動器搭配加速度計，對其結構進行實驗模態分析。然而以加速度為感測器，因本身具有質量，會在量測過程中有

質量效應地影響，鄭等人[6]則應用雷射光及光學為感測器搭配激振器為驅動器，對懸臂樑結構進行非接觸之模態分析，以求得懸臂樑結構之模態參數。Doyle[9]利用鋼球以一高度下墜落作為衝擊力當成驅動器，以應變規為感測器來量測，對一破裂樑進行實驗。王和王[2]和陳和王[3]應用壓電材料以壓電片為驅動器，壓電薄膜為感測器，分別對懸臂樑及簡支板進行實驗模態分析，而求得簡支板之實驗模態分析。

本文即引用上述文獻之模擬方式為參考，以尼龍繩模擬自由邊界板之情形來進行實驗及分析。首先利用有限元素分析，分別求得自然頻率(natural frequency)和位移模態振型(mode shape)，接著利用傳統實驗模態之方法，以衝擊錘(hammer)為驅動器(actuator)，加速度計(accelerometer)為感應器(sensor)的方式來進行實驗，進而求得自由邊界板之實驗模態參數。最後由實驗模態分析的結果驗證有限元素模型之正確性，再對理論之振型與實驗之振型作模態保證指標(Modal Assurance Criterion, MAC)與模態比例因子(Modal Scale Factor, MSF)[10,11]比較，來分析實驗與理論振型之差異性。

本文之目的是以說明結合有限元素分析及實驗模態分析之結構模型驗證，探討一自由邊界板之情形，利用有限元素分析比較四種不同元素架構之收斂性分析及振動分析，並與實驗模態分析結果之模態參數及文獻中理論之相互比較，以完成自由邊界板之模型驗證，並可作為往後其他相關振動之後續研究。

二、自由邊界板之模型驗證

2-1 模型驗證之流程圖

一般模型驗證之流程圖，如圖 1 所示。由於實驗模態分析主要是以實際結構來進行分析，因此驗證時必須以實驗模態分析的結果作為比較之基準，而在有限元素分析中，進行之收斂性分析主要在於確認有限元素模型之正確性，以系統內涵與實驗模態分析之結果進行比較驗證。若不符合則以修正材料性質或適當之邊界條件為主，因為結構之幾何性質通常可由分析模型明確定義。經由反覆修正、驗證，即可模擬出實際結構之有限元素模型。

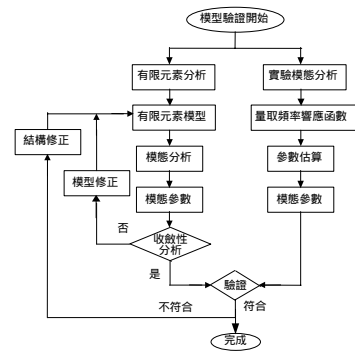


圖 1 模型驗證之流程圖

2-2 自由邊界板之理論分析

由文獻[8]中，一般對板之基本假設如下所示

1. 板最初須是平的，並且厚度須保持常數。
2. 板的材料本身須是線性彈性體、均質且等向性。
3. 板是薄的。板的厚度小於 $\frac{1}{10}$ 板的其它側向尺寸。
4. 板的側向位移須小於板的厚度。
5. 板中間層的變形和板的厚度比較，撓度斜率是非常小的。
6. 板中垂直於中性面(neutral surface)的法線，變形後依然為中性面的法線。
7. 板的側向位移以中性面的側向位移表示，此側向位移垂直於中性面。
8. 旋轉慣性力和剪力變形是可以忽略。
9. 板的中性面負荷為 0。

板在自由振動下，其理論之自然頻率通式為：

$$f_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^2}{2\pi a^2} \left[\frac{Et^3}{12\rho(1-\nu^2)} \right]^{1/2}; i=1,2,3...; j=1,2,3... \quad (1)$$

其中， λ_{ij}^2 為模態指標(i,j)尺寸參數，如表 1 所示。 a 為板的長度尺寸， E 為楊氏係數， t 為板的厚度， ρ 為板材料的密度， ν 為浦松比。

表 1 λ_{ij}^2 模態指標(i,j)尺寸參數表($a/b=1.5$)[4]

Mode	1	2	3	4	5	6
λ_{ij}^2 (i,j)	20.13 (2,2)	21.60 (3,1)	46.65 (3,2)	50.29 (1,3)	58.20 (4,1)	67.49 (2,3)
$\nu=0.3$; (i,j) = (1,1), (1,2), (2,1) are rigid body modes.						

2-3 自由邊界板之有限元素分析

本文主要利用 ANSYS 軟體為求解工具，來探討一四週自由邊界之矩形鋼板，如圖 2 所示，其自由邊界板之材料性質如表 2 所示。首先，由分析比較 SHELL 63·SHELL 93·SOLID 45 與 SOLID

95 四種不同元素之自然頻率與理論之間的差異性，來探討收斂性分析以決定適合選用何種元素之可行性。接著再以 SHELL 63 來架構自由邊界板，進行自由振動之有限元素分析，以求取自由邊界板之自然頻率及位移振型，最後經由簡諧分析，而求得自由邊界板之頻率響應函數。

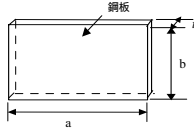
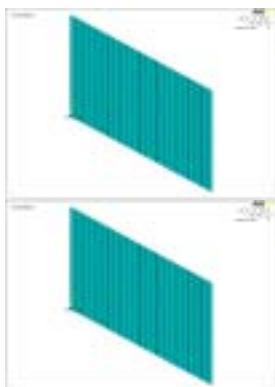


圖 2 四邊自由邊界板之實際狀況

表 2 自由邊界板之材料性質

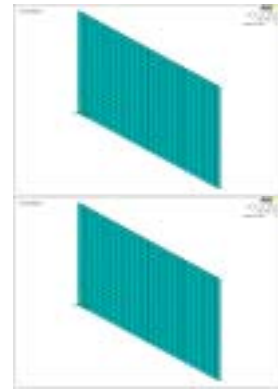
材料	鋼
長度 (a)	0.36 m
寬度 (b)	0.24 m
厚度 (t)	0.002 m
密度 (ρ)	7870 kg/m ³
楊氏係數 (E)	207×10 ⁹ N/m ²
蒲松比 (ν)	0.292

由圖 2 知結構為一均勻厚度之自由邊界板，可視為一典型之薄板問題。因板為方正結構，故採用線性四邊形殼元素(SHELL 63)及線性四邊形立體元素(SOLID 45)，先進行 h-收斂，再由分析結果採用二次四邊形殼元素(SHELL 93)及二次四邊形立體元素(SOLID 95)，來進行 p-收斂分析。圖 3 為 SHELL 63、SHELL 93、SOLID 45 與 SOLID 95 四種元素之分割情形，依照尺寸適當分割等份以進行分析。由於結構主要為自由邊界板，故不需加任何邊界限制條件。最後，進行自由邊界板之自由振動分析，令外力為零並忽略阻尼效應，即 $f = 0$ 。接著再進行自由邊界板之強迫振動分析，假設此一外力為簡諧激振點力施加在自由邊界板之固定位置上，即 $f = 1N$ 。因而可求得結構有限元素分析之自然頻率、位移振型及頻率響應函數。



(a) SHELL 63

(b) SHELL 93



(c) SOLID 45

(d) SOLID 95

圖 3 自由邊界板之有限元素分割情形

2-4 自由邊界板之實驗模態分析

本文實驗是以傳統實驗模態分析的方法，即以衝擊錘為驅動器，加速度計為感應器的方式來進行實驗，並利用 BK 3550 訊號分析儀[7]量測求得結構之頻率響應函數、關聯性函數 [13]。最後再將頻率響應函數以多自由度最少平方複數指數曲線嵌合方法 (Least Square Complex Exponential method, LSCM) [12]，進而求得自由邊界板之模態參數，如自然頻率、振型、阻尼比。

圖 4 為自由邊界板之實驗架構情形。首先，將衝擊錘經由導線接於訊號分析儀之 A 輸入模組上。同樣地，將加速度計由導線經過電荷放大器接於訊號分析儀之 B 輸入模組上。在訊號分析儀設定方面，使用頻寬為 400Hz，解析條數為 400 條，透過 IEE-488 介面將訊號分析儀與個人電腦相連接，然而在實驗過程中，所量得知訊號往往並非為一完整之週期訊號，所以訊號經由訊號分析儀做快速傅立葉專換後會有洩漏(Leakage)之情形發生，因此，在實驗過程中驅動器與感測器必須加適當之加權函數(Weighting function)以減少訊號的洩漏。而本實驗所使用之驅動器為衝擊錘，故須加暫態加權函數，感測器為加速度計因有加速度響應，則須加對數加權函數。另外，在自由邊界板之模擬方面，是在板子適當位置上鑽兩小孔，並使用兩條饒性繩將板子懸吊於一支撐架上，進而完成整體實驗架構。

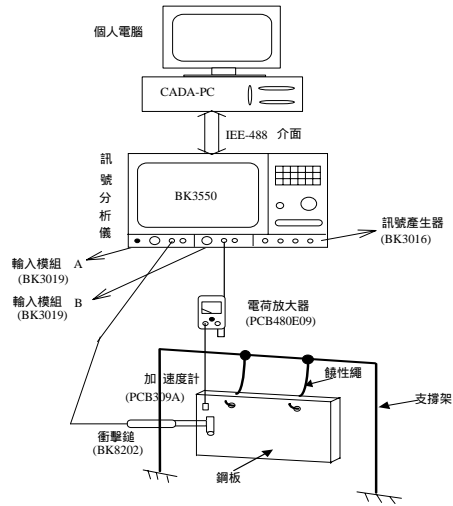


圖 4 實驗架構圖

本文之實驗是以固定衝擊錘敲擊的位置、移動加速度計的方式來進行。圖 5 為自由邊界板之分割及編號情形。本文之實驗步驟，固定衝擊錘敲擊在第 11 點，加速度計依序在板上之每一等分點移動，其中當加速度計和衝擊錘均在第 11 點時，則將加速度計固定於自由邊界板之反面上，並在每一個點上平均敲擊三次，即可得到 36 組之頻率響應函數，最後由頻率響應函數以多自由度最少平方複數指數曲線嵌合方法，即可求得自由邊界板之模態參數。

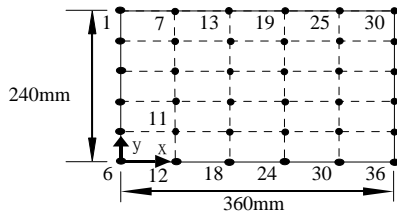


圖 5 自由邊界板之分割及編號情形

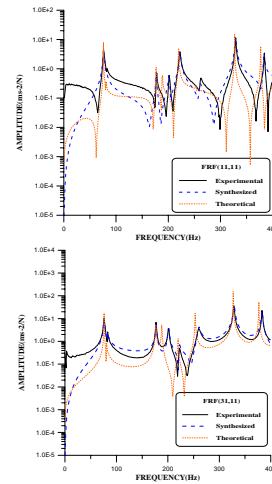
三、結果與討論

以下將對本文之實驗與理論之結果，如頻率響應函數、模態參數及模態保證指標與模態比例因子做比較與說明。

3-1 頻率響應函數之驗證

本實驗與理論之頻率響應函數(FRF)結果如圖 6(a)-(b)所示。圖 6(a)中 $i=11$ 、 $j=11$ ，即輸出與輸入點皆為第 11 點，所得之頻率響應函數稱為同點頻率響應函數(point FRF)；圖 6(b)中 $i=31$ 、 $j=11$ ，即輸入點為第 11 點，輸出點為第 31 點，所得之頻率響應函數稱為轉移頻率響應函數(transfer FRF)，圖中 3 條曲線分別為理論(theoretical)、實驗(experimental)及實驗合成(synthesized)之頻率響應函數曲線，其中實驗合成曲線為由曲線嵌合得到之模擬曲線，可

看出在每個自然頻率範圍與實驗曲線均有相當程度地吻合，顯示曲線嵌合之正確性。而理論與實驗有部份峰值出現位置略有差異，乃因自然頻率之影響。

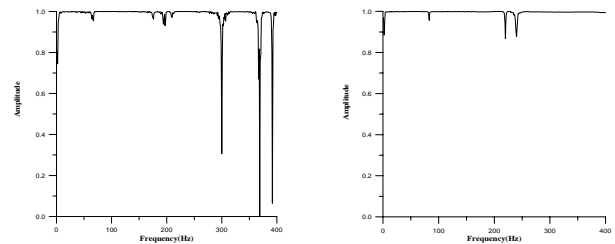


(a) $i=11, j=11$

(b) $i=31, j=11$

圖 6 實驗與理論頻率響應函數之比較

對應於圖 6 之關連性函數結果如圖 7(a)-(b)所示，關聯性函數越接近於 1，代表結構之頻率響應函數可信度越高，圖 7(a)中之關聯性函數值大約接近於 1，但在反共振點附近，關聯性函數值偏低，此乃因為響應較小而導致關聯性偏低。圖 7(b)中之關聯性函數也是大約平均接近於 1。就整體而言，大致上均保持為 1，表示實驗之頻率響應函數量測品質不錯。



(a) $i=11, j=11$

(b) $i=31, j=11$

圖 7 關聯性函數之圖形

3-2 模態參數之驗證

3-2-1 自然頻率之驗證

由文獻[8]，計算出其理論自然頻率如表 3 所示。 i 為代表 x 方向模態振型的編號， j 為代表 y 方向模態振型的編號，一為代表此處無對應之理論解。

表 3 自由邊界板之理論自然頻率表[8]

$i \backslash j$	1	2	3	4
1	—	—	190.602	—
2	—	76.294	255.791	—
3	81.865	176.806	—	—
4	220.581	—	—	—

表 4 為四個元素之分析性質表，將各元素適當地等分成 600 等分來比較。由表中看出，求解時間最長為 SOLID 95，接著為 SHELL 93，其次為 SOLID 45，最後為 SHELL 63。此乃因 SOLID 95 為二次立體元素，在邊界處會有一邊節點而增加了節點數及自由度，相對地求解時間也較長，但比較能代表實際結構情形。而 SHELL 63 為一線性殼元素，主要代表結構之中性面且節點數及自由度為最少，相對地求解時間也較短。表 5 為各元素與理論之自然頻率誤差百分比比較表，就殼元素而言，線性殼元素(SHELL 63)誤差大約為 -0.709~0.379，二次殼元素(SHELL 93)誤差大約為 -0.28~0.7。就立體元素而言，線性立體元素(SOLID 45)誤差大約為 -0.823~0.139，二次立體元素(SOLID 95)誤差大約為 -0.589~0.311。由表中看出，進行 p 收斂結果(SHELL 93、SOLID 95)與理論比較誤差較小且更接近理論值，就整體而言，與理論值之比較並無太大差異。因此，就成本性與方便性而言，最後選擇使用 SHELL 63 所得之自然頻率解做為理論之自然頻率解為最適當，整理如表 6 所示。

表 7 為 FEA(SHELL 63)與 EMA 之自然頻率誤差百分比比較表。由表中得知，FEA(SHELL 63)與 EMA 其自然頻率誤差百分比除(1,3)模態為 5.767%較大外，其它模態處則介於在-0.939~2.467 之間。在(1,3)模態處自然頻率誤差較大，可能來自鑽兩小孔所造成響應不足的影響。從表中可看出其自然頻率誤差百分比在正負之間變動，並沒有完全偏向正或負，代表已達到模型驗證的目標。所以由表 7 中可以判斷出模擬之自由邊界板能代表實際之結構。

表 4 四種元素之分析性質表

元素	Shell 63	Shell 93	Solid 45	Solid 95
求解時間	52''	3'2''	54''	3'11''
元素總數	600	600	600	600
節點總數	601	1901	1302	4453
自由度	3606	11406	3906	13359

表 5 各元素與理論之自然頻率誤差百分比表

編號	Mode (i,j)	理論 f_{ij}	Shell 63	誤差(%)	Shell 93	誤差(%)	Solid 45	誤差(%)	Solid 95	誤差(%)
1	(2,2)	76.294	76.835	-0.709	76.508	-0.280	76.922	-0.823	76.743	-0.589
2	(3,1)	81.865	81.624	0.294	81.498	0.448	81.751	0.139	81.638	0.277
3	(3,2)	176.806	177.11	-0.172	176.15	0.371	178.13	-0.749	176.84	-0.019
4	(1,3)	190.602	189.88	0.379	189.32	0.673	190.59	0.006	190.01	0.311
5	(4,1)	220.581	220.37	0.096	219.38	0.544	221.69	-0.503	220.38	0.091
6	(2,3)	255.791	254.96	0.325	254	0.700	256.87	-0.422	255.07	0.282
7	(4,2)	X	327.88	X	325.71	X	331.99	X	327.5	X
8	(3,3)	X	377.43	X	374.58	X	382.99	X	376.83	X

表 6 自由邊界板之 FEA(SHELL63)自然頻率

$i \backslash j$	1	2	3	4
1	—	—	189.37	—
2	—	76.835	254.96	571.83
3	81.624	177.11	377.43	715.38
4	220.37	327.88	564.84	925.6
5	—	556.49	805.41	1181.9

表 7 FEA(SHELL 63)與 EMA 之自然頻率誤差百分比

編號	Mode	FEA ω_n	EMA	誤差(%)
1	(2,2)	76.835	76.12	-0.939
2	(3,1)	81.624	83.00	1.658
3	(3,2)	177.11	177.65	0.304
4	(1,3)	189.88	201.50	5.767
5	(4,1)	220.37	221.70	0.600
6	(2,3)	254.96	261.41	2.467
7	(4,2)	327.88	329.00	0.340
8	(3,3)	377.43	383.23	1.513

3-2-2 阻尼比之驗證

由於理論分析並無法求得阻尼比，因此理論分析中之阻尼比一律假設為 0.01。但是實驗上可以藉由參數估測方法求得阻尼比，由於實驗量測中，加速度計響應加入對數函數(Exponential function)之加權函數(Weighting function)效應，因此加速度計所量得之訊號會有加重阻尼之效應，而實驗所得到之阻尼比並非結構真正之阻尼比，因此必須加以修正[10]，最後修正之結果如表 8 所示。由表中可知此八個模態之阻尼比均比較接近一般鐵材之阻尼比。一般而言，結構之阻尼比會隨著模態數增加而減少，且修正之幅度也比較小，主要是因為模態數越高、阻尼之影響越小。然而由表中看出(2,2)與(3,1)模態之阻尼比反而增加，判斷可能由實驗之誤差所引起。其它阻尼比均相對很小，也很接近實際一般鐵材之阻尼比，針

對其修正之幅度而言，大致符合模態數越高修正幅度越小之情形。

表 8 阻尼比之誤差百分比(%)

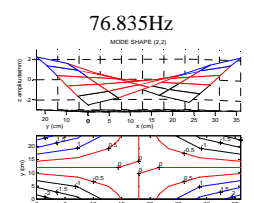
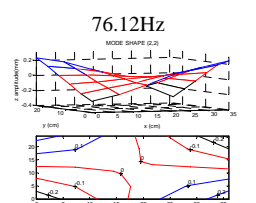
編號	阻尼比	實驗值(%)	修正值(%)
1	(2,2)	1.090	0.450
2	(3,1)	1.300	0.713
3	(3,2)	0.660	0.386
4	(1,3)	0.570	0.328
5	(4,1)	0.560	0.340
6	(2,3)	0.810	0.624
7	(4,2)	0.220	0.072
8	(3,3)	0.210	0.083

3-2-3 振型之驗證

由於本實驗目標主要探討前八個模態，所以實驗上與有限元素僅列出前八個模態之振型來進行比較，表 9 為 FEA 與 EMA 模態振型之比較對照表，由表 9 可得知實驗與理論之各個模態振型之輪廓皆相當吻合。

實驗振型與理論振型之模態保證指標(Modal Assurance Criterion, MAC)與模態比例因子(Modal Scale Factor, MSF)矩陣如表 10 及表 11 所示，由表中可看出模態比例因子與模態保證指標對角線之值均大於 0.9，相當接近於 1，表示實驗振型與理論振型之間具有良好的相關性，而非對角線之值遠低於 0.05，且相當接近於 0，則表示實驗振型與理論振型之間具有正交性，但在(3,1)振型中其值為 0.3751，因為(3,1)與(2,2)自然頻率相近，由表 9 中(3,1)振型的確有(2,2)振型之影響，以至於 MAC 與 MSF 之值不佳沒接近於 1。另外，(2,3)、(3,3)振型小於 0.9 可能因分割等份數太少以至於造成結果不佳。大體而言，實驗與理論之振型均相當一致。表 11 模態比例因子值出現複數，此乃因實驗包含阻尼效應所致，而得到之振型為複數之型態，微小的虛數則表示實際振型具有微小之相位角變化，在理論分析所得之振型則為純實數振型(real mode)，此因在有限元素分析進行自由振動分析時，未包含阻尼效應所致。

表 9 FEA 與 EMA 模態振型之比較對照表

方法 Mode	FEA	EMA
(2,2)	 <p>76.835Hz MODE SHAPE (2,2)</p>	 <p>76.12Hz MODE SHAPE (2,2)</p>

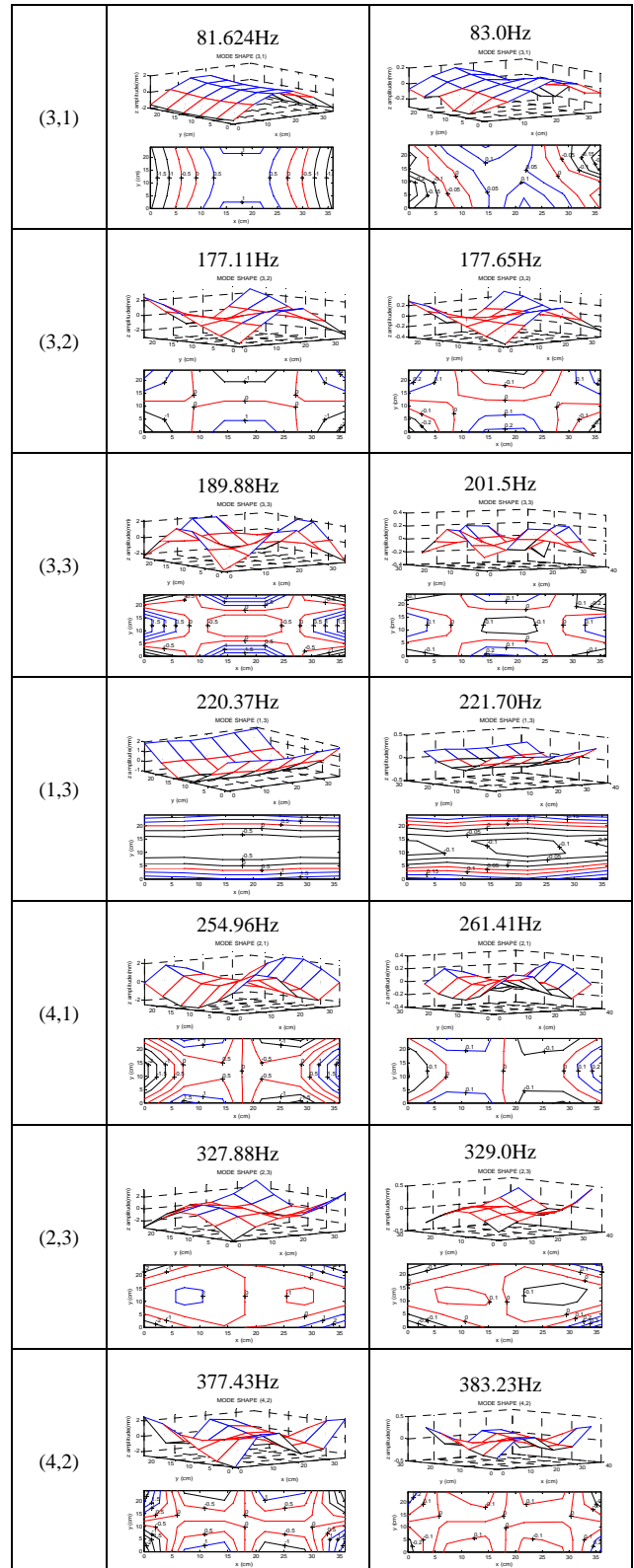


表 10 實驗振型與理論振型之模態保證指標(MAC)

Mode	(2,2)	(3,1)	(3,2)	(1,3)	(4,1)	(2,3)	(4,2)	(3,3)
(2,2)	0.9859	0.0038	0.0019	0.0003	0.0002	0.0006	0.1530	0.0009
(3,1)	0.4110	0.3751	0.0017	0.0174	0.0033	0.0007	0.0498	0.0696
(3,2)	0.0046	0.0004	0.9524	0.0013	0.0071	0.0016	0.0003	0.0012
(1,3)	0.0077	0.0042	0.0054	0.9215	0.0492	0.0043	0.0023	0.0879

(4,1)	0.0020	0.0040	0.0004	0.0010	0.9808	0.0013	0.0011	0.0010
(2,3)	0.0480	0.0073	0.0131	0.0139	0.0339	0.8252	0.0423	0.0067
(4,2)	0.1409	0.0005	0.0023	0.0004	0.0007	0.0003	0.9560	0.0010
(3,3)	0.0130	0.0498	0.0139	0.0410	0.0079	0.0028	0.0123	0.7835

表 11 實驗振型與理論振型之模態比例因子 MSF

Mode	(2,2)	(3,1)	(3,2)	(1,3)	(4,1)	(2,3)	(4,2)	(3,3)
(2,2)	0.980±0.159	0.053±0.031	-0.035±0.025	-0.005±0.016	-0.006±0.010	-0.022±0.009	0.391±0.019	0.016±0.025
(3,1)	0.044±0.640	-0.584±0.183	0.018±0.037	-0.058±0.118	-0.037±0.042	0.019±0.017	0.064±0.213	0.035±0.261
(3,2)	-0.025±0.063	-0.016±0.013	-0.961±0.172	0.015±0.033	-0.015±0.083	-0.009±0.038	-0.001±0.015	-0.024±0.024
(1,3)	-0.035±0.081	-0.065±0.004	-0.007±0.073	0.958±0.054	-0.078±0.207	0.049±0.043	-0.007±0.046	-0.295±0.024
(4,1)	0.013±0.042	0.063±0.007	-0.001±0.019	-0.007±0.030	-0.985±0.098	0.018±0.030	0.017±0.029	-0.030±0.008
(2,3)	0.026±0.218	0.028±0.081	-0.021±0.112	-0.085±0.081	-0.058±0.174	-0.883±0.212	0.037±0.202	0.073±0.036
(4,2)	-0.332±0.176	0.001±0.021	0.004±0.048	-0.017±0.009	-0.025±0.004	0.001±0.017	-0.967±0.143	0.030±0.008
(3,3)	-0.091±0.069	-0.218±0.049	0.094±0.071	0.202±0.000	0.080±0.037	0.052±0.009	-0.108±0.026	-0.885±0.014

四、結論

本文主要是以結合有限元素分析及實驗模態分析之結構模型驗證，探討一自由邊界板結構之情形，利用有限元素分析比較四種不同元素架構之收斂性分析及振動分析，再以傳統實驗模態分析，以衝擊錘為驅動器，加速度為感測器的方式來進行。最後，由有限元素分析與實驗模態分析結果之模態參數及文獻中理論之模態參數相互比較，以完成模型驗證。本文成功地驗證出應用有限元素分析及實驗模態分析方法做為結構模型驗證理念之運用，亦可作為往後其他相關振動之後續研究。

五、參考文獻

1. 王栢村，梁偉光，2001，「基於模態參數之結構缺陷預測」，*檢測科技*，第 18 卷，第 6 期，第 204-214 頁。
2. 王栢村、王重杰，1995，「應用壓電材料於結構之實驗模態分析」，碩士論文，國立屏東技術學院，屏東。
3. 王栢村、陳榮亮，1997，「應用壓電材料於簡支板之實驗模態分析」，碩士論文，國立屏東技術學院，屏東。
4. 王栢村、陳榮亮，1997，「簡支板之實驗模態分析」，*國立屏東科技大學學報*，第六卷，第四期，第 273-281 頁。
5. 王栢村編著，1988，*實驗模態分析*，課程講義，屏東。
6. 鄭泗滄、張枝光、許龍池，1991，「結構振動之非接觸式光學量測與驗證」，*科儀新知*，第十二卷，第五期，第 56-61 頁。

7. B&K Inc., 1992, *Multichannel Analysis System Type 3550 Documentation*.
8. Blevin, R. D., 1995, *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*, Krieger Publishing Company, New York, pp. 233-290.
9. Doyle, J. F., 1993, "Wave Propagation in a Beam with Transverse Crack," *Proceeding of the Spring Conference on Experimental Mechanics Conference*, pp. 759-768.
10. Ewins, D. J., 1986, *Modal Testing: Theory and Practice*, Research Studies Press LTD., Letchworth Hertfordshire, England.
11. Heylen, W., and Janter, T., 1990, "Extensions of the Modal Assurance Criterion," *Transactions of the ASME*, Vol. 112, pp. 468-472.
12. LMS Inc., 1993, *LMS CADA-PC User Manual*.
13. Park, Y., 1994, "Improved Estimation of Frequency Response Function," *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 9, No. 2, pp. 99-110.
14. Ronald, F. G., and Y. F. Wen, 1993, "Evaluation of Boundary Conditions for a Composite Plate Vibration Test," *Proceeding of the Spring Conference on Experimental Mechanics Conference*, pp. 19-27.
15. Trethewey, M. W., and Cafeo, J. A., 1992, "Tutorial: Signal Processing Aspects of Structural Impact Testing," *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 7, No. 2, pp. 129-149.
16. Worden, K., J. R. Wright, M. A. Al-Hadid, and K. S. Mohammed, 1994, "Experimental Identification of Multi Degree-of-Freedom Nonlinear Systems Using Restoring Force Methods," *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 9, No. 1, pp.35-55.

Application of FEA and EMA to Structural Model Verification

Bor-Tsuen Wang and Wen-Chang Tsao

Department of Mechanical Engineering
National Pingtung University of Science and

Technology

Abstract

This paper presents the application of the finite element analysis (FEA) and the experimental modal analysis (EMA) to structural model verification. The purpose of model verification is to obtain an accurate and reasonable mathematical model so as to represent the real structure. This paper discusses the free-free rectangular plate. First, the FEA is adopted by using linear or quadratic SHELL and 3D SOLID elements to perform modal analysis and harmonic analysis. The system modal parameters, including natural frequencies, mode shapes and frequency response function (FRF) can then be determined. The convergence analysis for different elements is also studied. The linear shell element is the most suitable one. The conventional EMA is also carried out with the use of the impact hammer and accelerometer to obtain FRF. The modal parameters can then be determined by the curve fitting process. Both the FEA and EMA results as well as the theoretical solution from the literature are compared and verified. The modal parameters agree reasonably well. This work presents the methodology of model verification by integrating the FEA and EMA. The validated model can then be used for other applications.

Keyword : free-free plate, finite element analysis (FEA), experimental modal analysis (EMA), natural frequencies, mode shapes, frequency response function (FRF), modal parameters, coherence function.