

頻譜分析儀之功能測試

王栢村
國立屏東科技大學 機械系
屏東縣內埔鄉學府路1號

陳榮亮
工業技術研究院 量測技術發展中心
新竹市光復路二段321號16館

摘要

本文主要目的是針對訊號頻譜分析儀(Signal spectrum analyzer)做功能測試，以確定訊號頻譜分析儀之各種運算功能正確，其中測試共分為正弦與餘弦波檢查、反假象濾波器檢查(Antialiasing Filter Check)、頻率響應函數與相位角檢查(FRF & Phase Check)、自身能量密度函數檢查(Power Spectrum Check)、動態範圍檢查(Dynamic Range Check)等五個項目的快速傅立葉轉換檢查(Fast Fourier Transform Check)，並對五個項目之測試原理、測試步驟及測試結果加以說明，提供頻譜分析儀功能測試之正確方法，亦可作為自製頻譜信號處理單元及頻譜分析程式之驗證。

關鍵字：訊號頻譜分析儀、反假象濾波器、頻率響應函數、自身能量密度函數、動態範圍、快速傅立葉轉換

一、前言

合理的實驗結果是每一個實驗者所追求得目標，然而要得到合理結果的前提，則是需要盡量避免實驗誤差。這些實驗誤差包括實驗前的假設是否合理客觀、系統模擬是否符合要求、以及實驗儀器是否精確等，都深深影響實驗結果。其中實驗儀器所造成的誤差大都是因為實驗儀器使用之方法錯誤或儀器老舊造成儀器失真等，一般而言，此類的誤差最容易被忽視，但也最容易避免，只要在實驗之前對儀器測試即可避免此種情形發生，除此之外，儀器設備應定期做校正比對，以確保儀器之準確性。

本文中將對訊號頻譜分析儀做測試說明，檢查訊號頻譜分析儀之各種運算是否正確功能是否有問題等，對訊號頻譜分析儀做一完整且詳細檢查。由於訊號頻譜分析儀主要之功用是將訊號做快速傅立葉轉換[1]，所以在訊號頻譜分析儀之測試主要是檢查快速傅立葉轉換的功能，以確保儀器功能之正確性。快速傅立葉轉換分為正弦與餘弦波檢查、反假象濾波器檢查(Antialiasing Filter Check)[2]、頻率響應函數與相位角檢查(FRF & Phase Check)[3]、自身能量密度函數檢查(Power Spectrum Check)[4]、動態範圍檢查(Dynamic Range Check)[5]等五個項目，本文將針對這五項測試的原理、測試步驟、以及測試結果的敘述加以詳細說明，其中這五項測試之原理乃根據 Mitchell 之教材所節錄出[6]。

本文之主要目的是對頻譜分析儀做測試原理說明與測試步驟之敘述，提供訊號分析儀測試之正確方法。

二、測試原理

要確認一個訊號頻譜分析儀之快速傅立葉轉換無誤需確認以下五個步驟：正弦與餘弦波之快速傅立葉轉換檢查、反假象濾波器檢

查、頻率響應函數及相位角檢查、自身能量密度函數檢查、動態範圍檢查。其原理依序如下：

2.1 正弦與餘弦波之快速傅立葉轉換檢查

正弦波之時間域數學表示式如下所示：

$$x(t) = A \sin(2\pi f_0 t) \quad (1)$$

其中 A ：訊號振幅

f_0 ：訊號頻率

t ：時間

其傅立葉轉換為：

$$X(f) = -j \frac{A}{2} \delta(f - f_0) + j \frac{A}{2} \delta(f + f_0) \quad (2)$$

若僅考慮正頻率則

$$X(f) = -jA \delta(f - f_0) \quad (3)$$

由此可知， $X(f)$ 之實數部為零，虛數部為 $-A$ 。

餘弦波之時間域表示式為：

$$x(t) = A \cos(2\pi f_0 t) \quad (4)$$

其傅立葉轉換為：

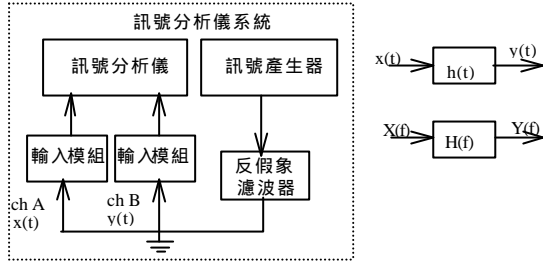
$$X(f) = \frac{A}{2} \delta(f - f_0) + \frac{A}{2} \delta(f + f_0) \quad (5)$$

若僅考慮正頻率則

$$X(f) = A \mathbf{d}f - f_0 \quad (6)$$

其傅立葉轉換之結果剛好與正弦波之傅立葉轉換結果相反， $X(f)$ 之實數部為 A ，虛數部為零。

其動作原理如圖一所示，由訊號產生器產生一個正弦或餘弦波，訊號在經過反假象濾波器，在經由導線傳入頻道 A 的輸入模組，再傳入頻譜分析儀作分析。



圖一、訊號分析儀系統示意圖

2.2 反假象濾波器檢查

假象是指訊號在頻率域做傅立葉轉換時，所產生不正常之現象，主要是因為取樣(sampling)時因取樣頻率(Sampling Frequency)低於訊號頻率，導致高頻訊號映射到低頻頻域造成訊號失真，所謂取樣頻率低於訊號頻率是指取樣頻率(f_s)低於二倍的訊號頻率(f_0)，因為 $f_{nyq} = f_s / 2$ ，其中 f_{nyq} 是指解析頻率，所以只要 f_0 大於 f_{nyq} 即會產生假像的現象。解決訊號假象之現象之方法有二：提高取樣頻率及加訊號反假象濾波器，反假象濾波器是將高於 f_{nyq} 之頻率濾掉，使得高頻訊號不會再映射過低頻之頻域，如以下式子所示：

$$x(t) = \cos(f_{nyq} + 0.2 f_{nyq}) \quad (7)$$

如果沒有反假象濾波器，則在 $0.8 f_{nyq}$ 會有值出現；反之若有反假象濾波器，則在 $0.8 f_{nyq}$ 將不會有任何出現。因此可藉此來驗證具有反假象濾波器之頻譜分析儀是否有假象之情形發生。

其動作原理如圖一所示，由訊號產生器產生一正弦或餘弦波訊號，再將訊號傳入反假象濾波器將高頻之訊號濾掉，才將訊號由輸入模組傳入頻譜分析儀。

2.3 頻率響應函數及相位角檢查

若於兩個輸入頻道皆輸入相同之隨機訊號，則：

$$x(t) = y(t) \quad (8)$$

其傅立葉轉換亦會相同，如下所示：

$$X(f) = Y(f) \quad (9)$$

則其頻率響應函數與相位角為：

$$|H(f)| = \frac{|Y(f)|}{|X(f)|} = 1 \quad (10)$$

$$H_1(f) = \frac{G_{xy}(f)}{G_{xx}(f)} \quad (11)$$

$$H_2(f) = \frac{G_{yx}(f)}{G_{yy}(f)} \quad (12)$$

$$\angle H(f) = 0^\circ \quad (13)$$

因為 $X(f)$ 與 $Y(f)$ 相等，所以 $H(f)$ 等於 1，頻率響應函數的求法分為 $H_1(f)$ 、 $H_2(f)$ ，分別是假設訊號在輸出與輸入端有雜訊，且其相位 $\angle H(f)$ 為 0 度。

其動作原理如圖一所示，由訊號產生器產生二個相同之隨機訊號，經過反假象濾波器，再分別由輸入模組傳到頻譜分析儀作分析。

2.4 自身能量密度函數檢查

訊號 $x(t)$ 之自身能量密度函數 $G_{xx}(f)$ 與其平方平均根值 x_{rms} 值關係如下所示：

$$\int_0^{\infty} G_{xx}(f) df = (x_{rms})^2 \quad (14)$$

可藉由式(14)來驗證，經過訊號頻譜分析儀所得之自身能量密度函數是否正確。

其動作原理如圖一所示，由訊號產生器產生一隨機訊號，經由反假象濾波器及輸入模組將訊號傳入頻譜分析儀作分析。

2.5 動態範圍檢查

動態範圍是指頻譜分析儀對訊號振幅之解析度，也就是頻率響應最大值與最小值之差，其範圍大小是由 A/D 轉換器所決定，所以每一個頻譜分析儀之動態範圍是不一定會相同的。二個頻道分析過程中，一個頻道輸入隨機訊號，另一頻道接地，觀察其頻率響應函數之最大值與最小值之差，即為頻譜分析儀之動態範圍。

其動作原理如圖一所示，由訊號產生器產生隨機訊號，經過反假象濾波器將訊號傳入輸入模組，將頻道 B 接地，再將二個輸入模組之訊號傳入頻譜分析儀作分析。

三、測試步驟

一般訊號頻譜分析儀，此系統包括三部份：輸入模組(Input modulus)兩至四組、頻譜分析儀和訊號產生器各一組。輸入模組雙頻道接收器，可接收來自電壓源、加速度計、麥克風等不同的訊號。其次訊號產生器，可產生正弦波、多重正弦波(multi-sine)、脈衝訊號、隨機訊號等不同之訊號。最後頻譜分析儀為系統最重要之部分，主要是將訊號做快速傅立葉轉換運算，可求得頻率響應函數、自身能量密度函數、自身相關函數等函數。頻譜分析儀基本規格如表一所示。

表一、頻譜分析儀之基本規格參數

參數項目	參數值
訊號輸入通道	2-4 channels
量測之最大頻率	25KHz
頻率解析條數	達800 條以上
動態範圍	80dB
通道間振幅匹配	± 0.2 dB
通道間相位匹配	± 0.5 deg
觸發方式	RPM, time trigger, free run, channel, external
輸入電壓	至少7 ranges, from 10mV to 5V
分析及顯示特性	time history, linear spectrum, auto spectrum, cross spectrum, FRF, coherence, real, imaginary, nyquist, magnitude, phase, waterfall

3.1 正弦與餘弦波快速傅立葉轉換檢查步驟

- 由頻譜分析儀產生1V、頻率為96Hz之弦波。
- 量測頻道設為頻道A，量測模式為頻譜平均方式，頻譜條數設為800條。
- 觸發源設為頻道A，觸發位準設為+0.15。
- 延遲設定正弦波設為9.521ms，餘弦波設為1.648ms，因此正弦波與餘弦波間之差別，乃在於觸發時間的調整不同。
- 採線性平均型態，次數為100次。
- 頻寬設為6.4kHz。由此可知總頻寬為6.4kHz，每條間之解析頻率為8Hz，所以輸入之弦波信號96Hz剛好為8Hz之倍數，因此可構成一個完整週期之弦波，可讓訊號在無洩漏下作分析。
- 採用rectangular加權函數
- 觀察傅立葉轉換(Fourier Spectrum)的振幅大小及實數部與虛數部。

3.2 反假象濾波器檢查步驟

- 由頻譜分析儀產生1V、頻率為70Hz之弦波。

- 量測頻道設為頻道A，量測模式為頻譜平均方式，頻譜條數設為800條。
- 觸發源設為頻道A，觸發位準設為+0.10。
- 採線性平均型態，次數為10次。
- 頻寬設為50Hz。總頻寬為50Hz，訊號頻率為70Hz，所以訊號本身之頻率大於解析頻率，若分析儀沒反假象濾波裝置會在30Hz產生假象頻率之出現。
- 採用rectangular加權函數
- 觀察傅立葉轉換的振幅大小。

3.3 頻率響應函數及相位角檢查步驟

- 由頻譜分析儀產生1V之全頻隨機信號。
- 量測頻道設為雙頻道，量測模式為頻譜平均方式，頻譜條數設為800條。
- 觸發源設為FREE RUN。
- 採線性平均型態，次數為100次。
- 頻寬設為3.2kHz。
- 採用rectangular加權函數
- 觀察頻率響應函數(Frequency Response) H_1 的振幅大小及相位角。

3.4 自身能量密度函數檢查

- 由頻譜分析儀產生1V之全頻隨機信號。
- 量測頻道設為頻道A，量測模式為頻譜平均方式，頻譜條數設為800條。
- 觸發源設為頻道A，觸發位準設為+0.15。
- 採線性平均型態，次數為500次。觀察自身能量密度函數，其平均次數需達250-500次才能將雜訊減到最低。
- 頻寬設為3.2kHz。
- 採用rectangular加權函數
- 觀察自身能量密度函數。

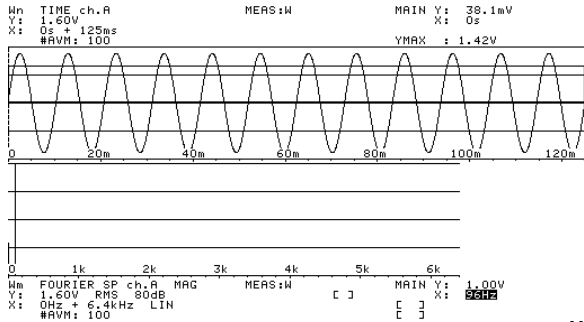
3.5 動態範圍檢查

- 由頻譜分析儀產生1V之全頻隨機信號。
- 量測頻道設為雙頻道，量測模式為頻譜平均方式，頻譜條數設為800條。
- 觸發源設為FREE RUN。
- 採線性平均型態，次數為500次。
- 頻寬設為6.4kHz。
- 採用rectangular加權函數。
- 觀察頻率響應函數 H_1 振幅大小，以及關聯性函數 g^2 (Coherence Function)。

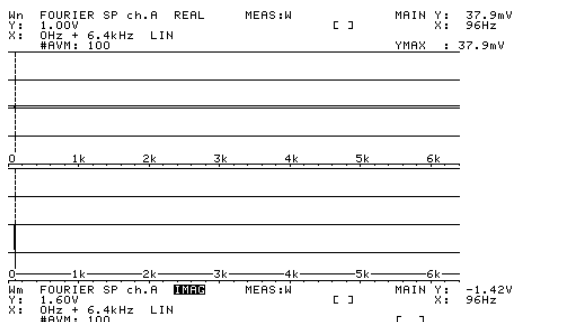
四、測試結果

4.1 正弦與餘弦波快速傅立葉轉換檢查

由訊號產生器所產生之正弦波訊號如圖二(a) 所示，振幅大小設定為 1V，此 1V 為訊號之 RMS 值，因此實際正弦波振幅為 1.414V。此正弦波之傅立葉轉換如圖二(b) 所示，實數部為 37.9mV，虛數部為 -1.42V，理論上實數部應為 0V，虛數部為 -1.414V，所以實驗上之結果與理論之結果相當吻合。

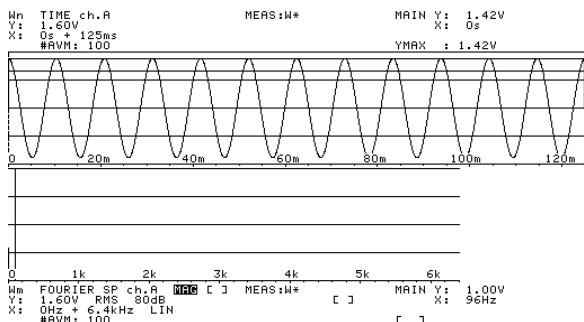


(a) 正弦波時間域與傅立葉轉換振幅大小圖形

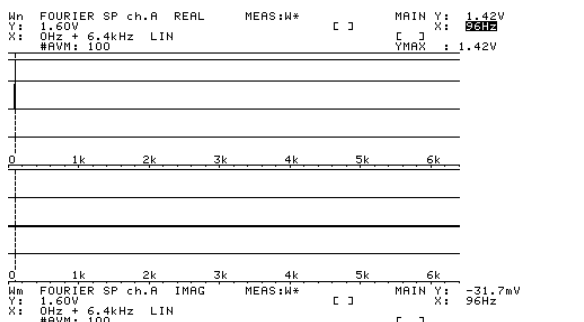


(b) 正弦波傅立葉轉換實數部與虛數部圖形

圖二、正弦波快速傅立葉轉換檢查結果



(a)、餘弦波時間域與傅立葉轉換振幅大小圖形



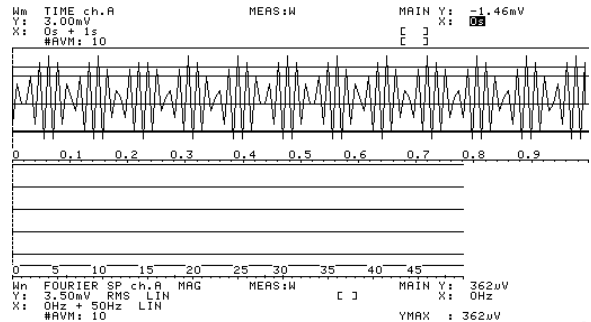
(b)、餘弦波傅立葉轉換實數部與虛數部圖形

圖三、餘弦波快速傅立葉轉換檢查結果

訊號產生器產生之餘弦波訊號如圖三(a)所示，其傅立葉轉換如圖三(b)所示，振幅大小之結果是與正弦波相同的，由於正弦波與餘弦波剛好成 90 度之相位差，所以實數部與虛數部之結果剛好與正弦波相反，由結果可看出與理論之結果也相當一致。

4.2 反假象濾波器檢查

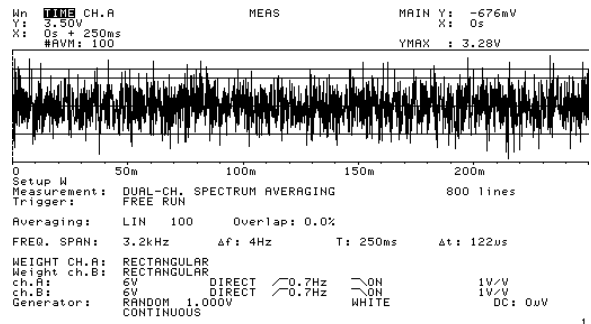
由於本實驗中所輸入之 $f_s = 100 \text{ Hz}$ ，所以 $f_{nyq} = 50 \text{ Hz}$ ，訊號之頻率為 70 Hz，所以理論上頻率域在 30 Hz 會有反假象之現象發生，實驗之結果如圖四所示，在 30 Hz 沒有訊號產生，這顯示訊號已被濾掉，所以證明反假象濾波器已有作用且沒有問題。



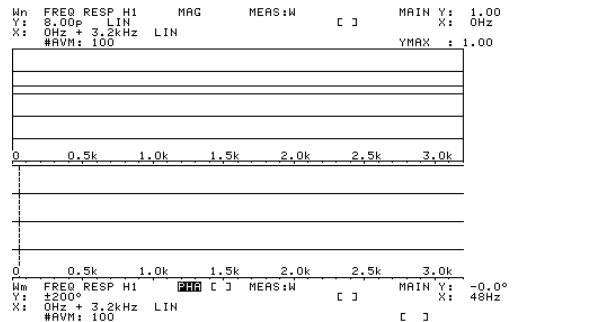
圖四、反假象濾波器檢查時間域與傅立葉轉換之圖形

4.3 頻率響應函數及相位角檢查

由訊號產生器所產生之時間域隨機訊號如圖五(a)所示，由圖五(b)發現頻率響應函數 H_1 振幅大小為 1，相位角為 0 度，完全與理論情形相同，表示頻譜分析儀的頻率響應函數運算是無誤的。



(a) 頻率響應函數及相位角檢查時間域圖形



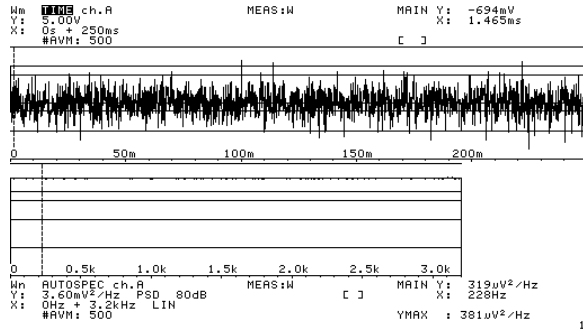
(b) 頻率響應函數及相位角檢查之圖形

圖五、頻率響應函數及相位角檢查結果

五、結論

4.4 自身能量密度函數檢查

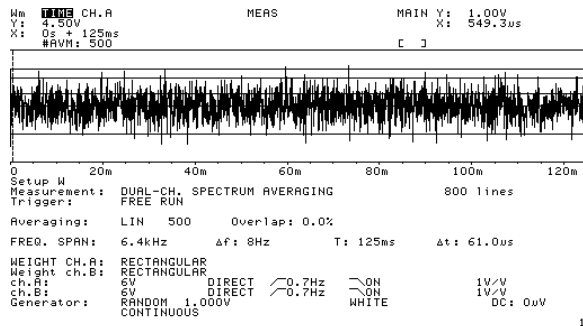
實驗之結果如圖六所示，自身能量密度函數之頻譜單位方式為 PSD(Power Spectral Density)，值約為約 $319 \mu\text{V}^2 / \text{Hz}$ ，乘上總頻寬 3.2 kHz 為 1.0208 V^2 ，在將 1.0208 V^2 取開根號即是 RMS 值，所以實驗之 RMS 約為 1.01V 與實際輸入之 1V 相差很小，因此也證明了自身能量密度函數之運算正確。



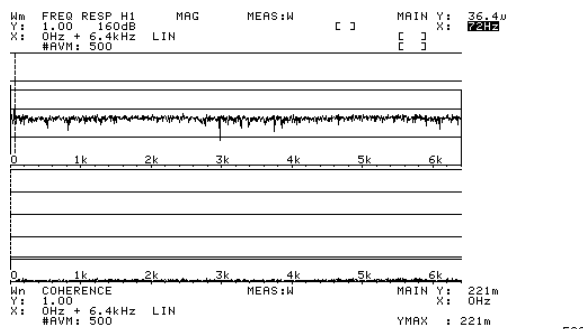
圖六、自身能量密度函數檢查與時間域之圖形

4.5 動態範圍檢查

實驗之結果如圖七(a)與圖七(b)所示，在頻率響應函數 H_1 的大小值差大約介於 80 - 120 dB 之間，與本實驗之機台的動態範圍相當吻合，且其關聯性函數 g^2 甚小於 1，表示所輸入之二個訊號完全無關。



(a)、動態範圍檢查時間域圖形



(b)、動態範圍檢查頻率響應函數與關聯性函數圖形

圖七、動態範圍檢查結果

本文介紹了典型頻譜分析儀之功能測試方法，主要檢查測試五個項目，對從事振動與噪音實驗量測或分析，不論是使用各種型式之分析儀、或是自製之信號處理器均可採用測試之，以確保實驗量測及分析之正確性。

六、參考文獻

1. BK Inc., "MultiChannel Analysis System 3550 Documentation," 1992.
2. Oppenheim, A. V., and Schaffer, R. W., "Discrete-Time Signal Processing," Prentice-Hall International, Inc., 1989.
3. Park, Y., "Improved Estimation of Frequency Response Function," Modal Analysis: The International; Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, V.9, n.2, P. 99-110, apr. 1994.
4. Bendat, J. S., "Definitions and frequency domain procedures for dynamic data analysis," International Journal of Vehicle Design, Vol. 2, No. 2, 1981.
5. 譜威科技顧問公司, "DSA 原理與實作講義," 1995.
6. Mitchell, L. D., "Experimental Modal Testing Class Note," Department of Mechanical Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1990.

Function Tests for Signal Spectrum Analyzer

Bor-Tsuen Wang

Department of Mechanical Engineering
National Pingtung University of Science and Technology

Rong-Liang Chen

Center for Measurement Standards
Industrial Technology Research Institute

Abstract

This work presents the method for the functional tests of signal spectrum analyzer to ensure the correctness of signal processing. There are five tests: sinusoidal fast Fourier transform (FFT) check, anti-aliasing filter check, frequency response function (FRF) check, power spectrum check, and dynamic range check. The main purpose is to validate the FFT function work properly. This paper presents the test principles, testing procedures as well as the test results. This work not only provides the test methodology for functional tests of FFT analyzer but also provide the means for the verification of FFT function of self-made signal processors or programs.