

## 智慧型材料結構系統應用於未知衝擊外力之預測

王栢村 吳德和 吳建德

國立屏東科技大學機械工程系

國科會計畫編號：89-2212-E-020-009

### 摘要

本文主要應用智慧型材料發展一外力預測模式求取衝擊外力作用於簡支樑之大小、時間歷程與作用位置，衝擊外力型式假設成三角力以符合實際衝擊外力之三角波型式。首先可由理論分析或實驗模態分析得到結構系統之自然頻率、模態阻尼比及振型等模態參數，當受到衝擊外力時，結構之加速程度時間域響應可量測並記錄，預測之響應則可根據模態域分析得到表示成外力大小與作用時間歷程及作用位置之函數，定義預測與量測響應間的平均平方誤差和為目標函數，進而架構最佳化問題以求得此衝擊力之大小與作用時間歷程，以及相關於外力作用位置之模態振型，經實際結構模態振型做比較分析，則可找到衝擊外力之作用位置。由理論與實驗的結果可得知本文所發展預測外力模式之可行性，並可應用至其他結構。

關鍵字：智慧型材料、三角力、模態阻尼比、模態振型

### 一、前言

傳統上探討外力作用於結構物之影響與變化，通常需先得知作用外力之位置與大小，才能進一步探討外力對結構物之影響。而逆向工程問題 (Inverse Problem) 則是探討由系統之輸出反推系統之輸入 [1,2]，結構系統之外力預測 (Force Prediction) [3-4] 便是在這樣的理念下，預測出結構物所受外力作用之型式，為工程上研究重點之一 [5-6]。

結構體受外力作用時，外力之型式、大小與作用位置之位置都具有不可掌握之特性，且外力型式有可能隨時間而改變，種種不確定因素造成使用量測器直接對結構體進行外力量測之困難度 [7-8]，不僅如此，使用之量測器還得考量必須能適應各種環境如溫度、壓力之變化 [8-9]，與安裝或黏貼於結構體上時之方便性和量測之準確性。以上所述可知結構受外力時直接量測之困難性，所以許多研究致力發展結構系統之外力預測模式。

從事外力預測模式之探討研究中，通常可以歸納為幾種類型：第一類在已知作用力位置與外力型式，而求外力作用時間歷程有應用在機器 [10-11] 操作時與外在環境力之影響，如工具機切削時，如工具機切削時，在操作之前對機器結構受力時之激振情形有所了解，將有助於機器操作之控制；建築物如高樓大廈，遭受風力或地震 [6,12-13] 作用時，對其外力作用之大小與作用型式之了解，將對其變形與振動之控制有所幫助；又如水庫洩洪時對水之衝擊型式與大小之了解對閘門之設計有相當大的幫助。複合材料之結構在受到外力衝擊作用後，表面很難出現凹痕，當藉由外力預測去探知其外力作用型式、位置與大小，有助於了解結構破壞之診斷。以上概述可知，結構系統外力預測在工程應用上之重要性。

第二類為已知外力為隨機力之外力預測研究探討 [5,8,10,12-13]。飛機與輪船在行進時均可能受到不明物體或隨機衝擊外力，此時對於外力撞擊之大小、型式與作用位置就相當重要。

第三類為在外力作用位置固定下，求取其衝擊作用力之大小與方向，Inoue et al. [14] 利用應變響應與結構系統頻率響應函數之關係，在固定點下，可求得外力之大小與方向。

第四類為已知外力作用型式，求取其外力作用位置與作用力大小，邱 [20] 假設衝擊外力函數為 impulse 函數，利用結構之模態參數表示成外力大小與作用力位置之預測響應函數，定義預測響應與量測結構響應之平均平方誤差為目標函數，架構最佳化問題求得衝擊力大小與相關外力作用位置之模態振型，經實際模態振型相比較即可得其衝擊力之作用位置，而本文將沿用此文獻之特性，進而改變衝擊外力函數為三角力函數型式。

智慧型材料結構系統 (Intelligent Material Structure System, IMSS) [15] 係指具有一體性之驅動器與感應器，並可智慧的激振驅動器以達到控制之目的，IMSS 之研發早已受到重視，目前已廣泛的應用在主動結構之噪音控制 (Active Structural Acoustic Control, ASAC) [16] 與結構破壞檢測 (Structural Health Monitoring) [17]，壓電材料為 IMSS 主要材料之一，應用壓電材料於外力預測的有 Choi and Chang [18] 使用衝擊點力作用於結構物上，利用壓電薄膜量測結構響應，在離散時間域下，將其響應表示成矩陣形式，對矩陣取特徵值並對初始位置做微分以求得外力作用位置，當微分不為零時，尋找另一位置再進行微分直到其微分量為最小值既為零時，其位置既是外力作用位置所在。

由上述可知，先前學者所發展外力之預測大都在已知位置情況下，對外力大小之預測，不然就是已知外力作用形式，對時間歷程或位置做預測，鮮少有對作用力位置、時間歷程與外力大小做預測之模式。本文主要在發展一外力預測模式，以簡支樑結構物為例以壓電薄膜為感測器，當外力作用為三角波衝擊形式時，透過本預測模式對外力大小、作用時間歷程與外力作用位置都能準確的預測出。

### 二、理論分析

考慮一長度為  $L_b$  之均勻簡支樑，如圖一所示，在受一衝擊外力  $F(x,t)$  作用時，根據傳統樑理論，忽略剪力變形及轉動慣量效應，其簡支樑側向運動方程式通式為：

$$\rho_b A_b \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + C_b \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} + E_b I_b \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} = F(x,t) \quad (1)$$

其中， $\rho_b$  為簡支樑的密度， $A_b$  為簡支樑的截面積，

$C_b$  為簡支樑的阻尼係數， $E_b$  為簡支樑的楊氏係數， $I_b$  為簡支樑的截面慣性矩， $w$  為樑之側向位移。

當外力的型式為三角力時且在結構座標  $x = x_j$  受衝擊力作用，如圖二所示，其外力的型式可寫成：

$$F(x, t) = \delta(x - x_j) \times \begin{cases} 0 & , t < t_1 \\ F_j \frac{(t - t_1)}{(t_2 - t_1)} & , t_1 < t < t_2 \\ F_j \frac{(t - t_3)}{(t_2 - t_3)} & , t_2 < t < t_3 \\ 0 & , t > t_3 \end{cases} \quad (2)$$

## 2-1、壓電薄膜響應理論分析

壓電薄膜形狀函數為：

$$\Gamma(x) = u(x - x_{p1i}) - u(x - x_{p2i}) \quad (3)$$

其中  $x_{p1i}$  與  $x_{p2i}$  為第  $i$  個壓電薄膜兩端之位置座標； $u(x)$  為步階函數，利用擴充原理，則壓電薄膜之感應方程式[19]為：

$$Q(t) = \frac{t_b + t_p}{2} b_p e_{31} \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) [\phi'_n(x_{p2i}) - \phi'_n(x_{p1i})] \quad (4)$$

其中， $Q(t)$  為壓電薄膜的電量； $t_b$  為簡支樑的厚度； $t_p$  為壓電薄膜的厚度； $b_p$  為壓電薄膜的寬度； $e_{31}$  為壓電場強度常數（piezoelectric field intensity constant）。

因壓電薄膜有類似電容的效應，故壓電薄膜的電壓為：

$$V_p(t) = \frac{Q(t)}{\epsilon A_p} t_p \quad (5)$$

由式(4)與(5)比較並將  $\phi'_n(x_{p2i}) - \phi'_n(x_{p1i})$  可寫成 sin 函數型式，故壓電薄膜的電壓可寫成：

$$V_p(x_{pi}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} K_p \Phi_n(x_{pi}) q_n(t) \quad (6)$$

$$\text{其中， } K_p = \frac{t_p(t_b + t_p)}{2\epsilon A_p} b_p e_{31}$$

$q_n(t)$  的值與外力作用時間歷程有關，如圖 2-3 所示，所以  $V_p(x_{pi}, t)$  可分三段來表示：

(I) 當  $0 < t \leq t_2$  時：

$$V_p(x_{pi}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} K_p \Phi_n(x_{pi}) \left\{ e^{-\xi_n \omega_n t} [C_1 \cos \omega_{d_n} t + C_2 \sin \omega_{d_n} t] \right.$$

$$\left. + \frac{F_j \phi_n(x_j) t}{\omega_n^2 t_2} - \frac{F_j \phi_n(x_j) (2\xi_n)}{\omega_n^3 t_2} \right\} \quad (7)$$

其中， $\omega_{d_n}$  為阻尼自然頻率，表示成

$$\omega_{d_n} = \omega_n \sqrt{1 - \xi_n^2} ; C_1 = \frac{F_j \phi_n(x_j) (2\xi_n)}{\omega_n^3 t_2} ,$$

$$C_2 = \frac{F_j \phi_n(x_j) (2\xi_n^2 - 1)}{\omega_n^2 \omega_{d_n} t_2}$$

(II) 當  $t_2 \leq t \leq t_3$  時：

$$V_p(x_{pi}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} K_p \Phi_n(x_{pi}) \left\{ e^{-\xi_n \omega_n t} (C_3 \cos \omega_{d_n} t + C_4 \sin \omega_{d_n} t) \right. \\ \left. + F_j \phi_n(x_j) \left[ \frac{\omega_n t - (\omega_n t_3 + 2\xi_n)}{\omega_n^3 (t_2 - t_3)} \right] \right\} \quad (8)$$

其中

$$C_3 = C_1 +$$

$$\frac{F_j \phi_n(x_j) [(2\xi_n t_3 \omega_{d_n} \cos \omega_{d_n} t_2) - (2\xi_n^2 - 1) t_3 \omega_n (\sin \omega_{d_n} t_2)]}{\omega_n^3 (t_2 - t_3) (t_2) \omega_{d_n}} e^{\xi_n \omega_n t_2}$$

$$C_4 = C_2 +$$

$$\frac{F_j \phi_n(x_j) [(2\xi_n t_3 \omega_{d_n} \sin \omega_{d_n} t_2) + (2\xi_n^2 - 1) t_3 \omega_n (\cos \omega_{d_n} t_2)]}{\omega_n^3 (t_2 - t_3) (t_2) \omega_{d_n}} e^{\xi_n \omega_n t_2}$$

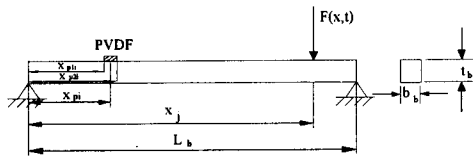
(III) 當  $t \geq t_3$  時：

$$V_p(x_{pi}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} K_p \Phi_n(x_{pi}) \left\{ e^{-\xi_n \omega_n t} (C_5 \cos \omega_{d_n} t + C_6 \sin \omega_{d_n} t) \right\} \quad (9)$$

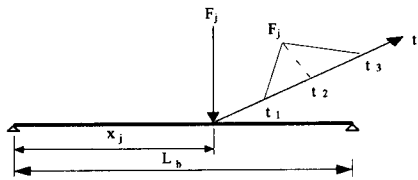
其中

$$C_5 = C_3 - \frac{F_j \phi_n(x_j) [(1 - 2\xi_n^2) \omega_n \sin \omega_{d_n} t_3 + 2\xi_n \omega_{d_n} \cos \omega_{d_n} t_3]}{\omega_n^3 (t_2 - t_3) \omega_{d_n}} e^{\xi_n \omega_n t_3}$$

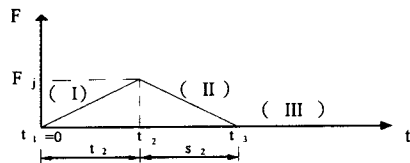
$$C_6 = C_4 + \frac{F_j \phi_n(x_j) [(1 - 2\xi_n^2) \omega_n \cos \omega_{d_n} t_3 - 2\xi_n \omega_{d_n} \sin \omega_{d_n} t_3]}{\omega_n^3 (t_2 - t_3) \omega_{d_n}} e^{\xi_n \omega_n t_3}$$



圖一、簡支樑尺寸及施力位置圖



圖二、三角力作用圖



圖三、三角力作用時間

## 2-2 壓電薄膜響應預測模式

當考慮一簡支樑在座標系統  $x = x_j$  受到未知衝擊外力作用時，在座標系統  $x = x_{pi}$  點為壓電薄膜黏貼中點時的響應形式，可有兩種方式得到，一是由實驗量測的方式量取壓電薄膜黏貼於結構座標  $x = x_{pi}$  時的響應形式  $V_i(t)$ ，一是利用理論推導分析的方式，即前節所敘述，外力作用於結構座標  $x = x_j$ ，壓電薄膜黏貼於結構座標  $x = x_{pi}$  時的響應形式  $V_i(t)$ ，為與實驗結果搭配應用，故只取前  $k$  個模態數，由式 (6) 可得知：

$$V_i(t) = V_p(x_{pi}, t) = \sum_{n=1}^k K_p \Phi_n(x_{pi}) q_n(t) \quad (10)$$

其中， $q_n(t)$  可參考上節中式 (7)、(8) 與 (9)。

經由實驗分析量測或理論推導的方式，可得知其系統結構的模態參數，即自然頻率、模態阻尼比與模態振型，所以式 (10) 中的  $\omega_n$ 、 $\xi_n$ 、 $\phi_{n,i}$  與  $\omega_{d_n}$  均為已知，配合實驗結果的應用，因而只取前  $k$  個模態，且模態振型函數變成向量的形式。而結構受未知衝擊力作用，只知其衝擊力型式為三角力，其力大小  $F_j$ 、作用力時間歷程  $t_2$  和  $t_3$  與作用力的位置  $x_j$  均為未知。由於式 (10) 為一多變數方程式，所以以最佳化方式來求解，希望能求得  $F_j$ 、 $t_2$  和  $t_3$  與  $\phi_{n,j}$ ，使得式 (10) 中的加速度響應  $\hat{V}_i(t)$  與實驗所得的加速度響應  $V_i(t)$  相等，即可預測其外力大小  $F_j$ 、作用時間歷程  $t_2$  和  $t_3$  與作用位置  $x_j$ ，所以可以定義目標函數為  $V_i(t)$  與  $\hat{V}_i(t)$  之誤差平方和，其  $F_j$ 、 $t_2$  和  $s_2$  與  $x_j$  為未知， $s_2$  定義成  $t_3 - t_2$  之值，其最佳化分析問題定義如下：

$$\text{目標函數：} Q_l = \sum_{r=1}^{N_l} [V_i(t_r) - \hat{V}_i(t_r)]^2 \quad (11)$$

設計變數： $F_j$ 、 $t_2$ 、 $s_2$ 、 $\phi_{n,j}$ ， $n=1, 2, \dots, k$

其中， $\phi_{n,j}$  表示第  $n$  個模態振型在  $x_j$  位置之值，與  $\phi_n(x_j)$  具相等之物理意義，目標函數  $Q_l$  定義為由  $N_l$  個時間點之  $a_i(t)$  與  $\hat{a}_i(t)$  之誤差平方和。其最佳化分析問題主要設計方向在求得  $F_j$ 、 $t_2$ 、 $s_2$  與  $\phi_{n,j}$ ，使其目標函數為零或最小化。

當求解此最佳化問題後可得到衝擊力大小  $F_j$  與作用時間歷程  $t_2$  與  $t_3$ ， $t_3$  的值可由  $t_2 + s_2$  求得，以及一組模態振型  $\{U\}_j$ ，表示如下：

$$\{D\}_j = [\phi_{1,j} \ \phi_{2,j} \ \dots \ \phi_{k,j}]^T \quad (12)$$

上式的上標  $T$  表對矩陣作轉置運算，由式 (12) 可知  $\{U\}_j$  為所有模態振型向量在  $x_j$  位置所組成的向量，結構模態振型矩陣定義如下：

$$[\Phi] = [\{\phi\}_1 \ \{\phi\}_2 \ \dots \ \{\phi\}_k] = \begin{bmatrix} \phi_{1,1} & \phi_{2,1} & \dots & \phi_{k,1} \\ \phi_{1,2} & \phi_{2,2} & \dots & \phi_{k,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{1,m} & \phi_{2,m} & \dots & \phi_{k,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [G]_1 \\ [G]_2 \\ \vdots \\ [G]_m \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中，

$$[G]_l = [\phi_{1,l} \ \phi_{2,l} \ \dots \ \phi_{k,l}] = \{\hat{D}\}_l^T, \quad l=1, 2, \dots, k \quad (14)$$

式 (14) 中的  $k$  為模態數， $m$  為結構進行模態分析之分割點數。

MAC 為評估實驗及理論所得振型之相關性指標，定義如下：

$$MAC(\{\phi\}_p, \{\phi\}_x) = \frac{|\{\phi\}_p^T \{\phi\}_x|^2}{(\{\phi\}_p^T \{\phi\}_p)(\{\phi\}_x^T \{\phi\}_x)} \quad (15)$$

其中：

$\{\phi\}_x$ ：代表實驗所得的振型向量

$\{\phi\}_p$ ：代表理論所得的振型向量

\*：代表共軛運算

一般而言， $0 \leq MAC(\{\phi\}_p, \{\phi\}_x) \leq 1$ ，當理論與實驗所得的振型完全一致時，即  $\{\phi\}_p = \{\phi\}_x$ ，則  $MAC(\{\phi\}_p, \{\phi\}_x) = 1$ ，所以；當  $MAC$  的值大於 0.9，即表示此兩組振型有良好的相關性；當  $MAC$  的值低於 0.05，則表示此兩組振型毫無相關性或稱為具有正交性。

當以  $MAC$  評估最佳化所得到的模態振型  $\{U\}_j$  與結構模態振型  $\{U\}_l$  之相關性，可表示成：

$$MAC_{jl} = MAC(\{D\}_j, \{\hat{D}\}_l), \quad l=1, 2, \dots, m \quad (16)$$

當  $MAC_{jl}$  值接近 1 時，表示其  $\{U\}_j$  與  $\{U\}_l$  有良好的相關性，亦即  $x_j = x_l$ ，即可判斷衝擊力作用在  $x_l$  位置上。

### 三、預測外力模式程式架構

在外力預測模式程式中，其程式語言以 MS-FORTRAN PowerStation 來撰寫，最佳化分析程式則應用 Visual Numerics IMSL Math Library 中所提供之最佳化副程式 DBCPOL，預測分析流程圖如圖四所示。

此外力預測程式可依分析目的任意選擇理論或實驗所得模態參數估算  $V_i(t)$  搭配理論或實驗分析所得響應  $V_i(t)$  進行外力預測分析，所欲分析之兩種組合分述如下：

組合 (I) 理論分析所得模態參數搭配理論分析所得響應：使用理論分析所得模態參數估算  $V_i(t)$  與理論所得響應  $V_i(t)$  來探討此外力預測方法之適應性。

組合 (II) 理論分析所得模態參數搭配實驗量測所得響應：使用理論所得模態參數估算  $V_i(t)$  與實驗所得響應  $V_i(t)$  進行外力預測分析，為探討不進行模態測試實驗時，以理論所得之模態參數與量測所得之結構響應，進行此方法之可行性分析。此法適用於複雜結構，不易或無法由實驗求得結構之模態參數時，可以有限元素或理論分析求得結構之模態參數，以進行外力預測。

以下將對影響外力預測之參數進行探討，使用理論分析所得模態參數搭配理論分析所得響應針對以下所述因素之影響進行探討，並說明一些進行外力預測分析歸納之經驗，提供進行外力預測分析時之建議事項。

#### 時間點選點之影響

分別就選取時間點  $N_i$  多寡與不同區域之影響做探討，由經驗歸納所得，建議之取點方式為取 5 到 30 點以全區域之均勻選點來進行最佳化外力預測分析。

#### 設計變數初始值之影響

設計變數之初始值對結果有很大的影響，良好的初始值，對於其外力預測的結果常常較易得到好的結果，一開始就給定初始值為大約之正確值，通常比亂數給定的數值來的較易得到正確的結果。通常初始值與時間點  $N_i$  之選取能搭配好的話，可大大的減少最佳化結果之誤差。

#### 設計變數之上下限

設計變數之上下限制可靈活運用以得到正確的結果，由一開始大範圍的結果過濾出常出現的數值，或外力的範圍，再逐步的減少上下限範圍，以得到正確結果。當上下限若設錯時，會出現程式無法求解的現象，此時則要重新調整上下限的範圍。

### 四、實驗架構

本文主要探討簡支樑受三角波型式外力衝擊之外力預測，簡支樑尺寸如表一所示，使用儀器設備其型號如表二所示，儀器架構圖如圖五所示，壓電薄膜貼於簡支樑背面。

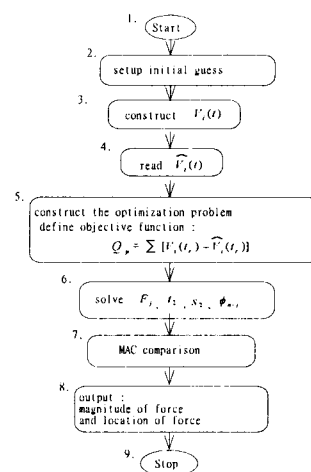
### 五、外力預測分析結果與討論

#### 5.1 組合 (I) 理論分析所得模態參數搭配理論分析所得響應

主要使用理論分析所得模態參數估算結構響應搭配理論分析所得結構響應來規劃最佳化問題之目標函數，以進行外力預測模式分析，進而探討此外力預測模式之適應性與可行性。

##### 5.1.1 外力作用位置之影響

根據前述可知，影響外力預測模式之參數有時間點  $N_i$ 、設計參數之初始值與變數之上下限位置，就前節建議之準則，進行外力預測分析。並將探討外力作用位置不同時對預測模式之適應性及影響，並評估其可行性。



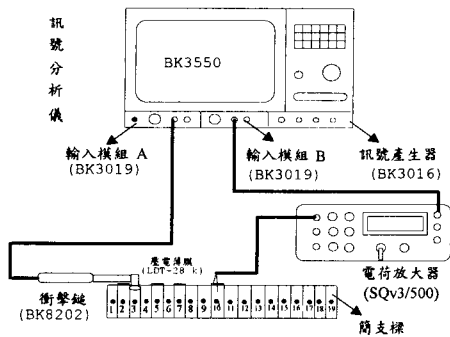
圖四、外力預測流程圖

表一、簡支樑之材料性質

材料	鋼
長度 ( $L_b$ )	0.38m
寬度 ( $b_b$ )	0.04m
厚度 ( $t_b$ )	0.002m
密度 ( $\rho_b$ )	7870kg/m <sup>3</sup>
楊氏係數 ( $E_b$ )	207×10 <sup>9</sup> N/m <sup>2</sup>
蒲松比 ( $\nu_b$ )	0.292

表二、使用儀器一覽表

儀器名稱	型號
雙頻道訊號分析儀	BK3550
衝擊鎚	BK8202
壓電薄膜	LDT-28 <sub>1</sub> k
壓電薄膜之電荷放大器	SQV3/500
曲線嵌合軟體	LMS CADA-PC

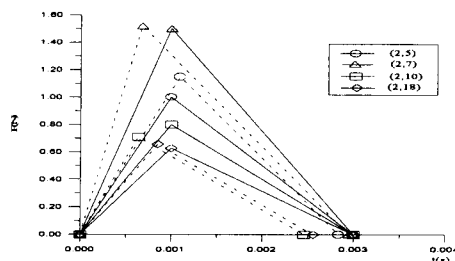


圖五、實驗儀器架構圖

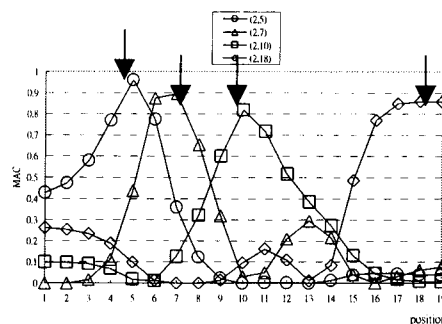
將量測點固定於第 2 個分割點，作用力分別作用於第 18 點 (樑之端點)、第 10 點 (樑之中點)、第 7 點 (約樑之 1/3 處) 與第 5 點 (約樑之 1/4 處)，其時間歷程皆固定為： $t_2$  為 1 毫秒， $s_2$  為 2 毫秒，分別比較其結果並探討其預測模式之適應性。

表三為不同外力作用位置對外力大小與時間歷程之預測結果，表中 case 欄中  $(i, j)$  符號表示量測響應位置為  $i$ ，衝擊外力作用之位置為  $j$ ，表三為不同外力作用位置時其外力大小與時間歷程之預測結果，表中可以得知所預測之外力大小與時間歷程與實際值差異不大，圖六為對應表三所得外力大小與時間歷程之實際值與預測值比較圖，實線部分表示各項組合之實際值，虛線部分則為外力預測所得之值，圖中可看出其外力作用型式之趨勢皆可正確的預測出；圖七為對應表三之不同外力作用位置對位置之預測結果，由圖中可以得知其預測位置之結果相當良好，表示此預測模式於不同外力作用位置時其適應性與可行性相當高。

表外力預測所得到之值，由圖中可以看出其外力作用之趨勢都相當吻合，圖九為對應表六在不同量測響應位置所預測位置之結果，圖中各組合皆能預測出外力作用位置之趨勢，顯示本預測模式在不同量測響應位置時有良好之適應性與可行性



圖六、對應表三之外力大小與時間歷程



圖七、組合 (I) 作用力位置於預測外力之結果

### 5.1.2 作用力大小不同之影響

本節將對作用外力大小不同時，作用位置、時間歷程與量測響應位置均不變的情況下探討本預測模式之適應性。表四中可得知所預測之外力大小與實際值相當接近，而時間歷程方面所預測之時間相對於實際作用時間較短，但與實際值差異不大，所以顯示本預測模式在作用外力大小不同時有良好之適應性。

### 5.1.3 時間歷程不同之影響

本節主要探討當外力作用時間歷程改變，外力作用位置、大小與量測響應位置都不變時，本預測模式之適應性。表五中可看出當時間歷程改變時對其作用外力大小與時間歷程之預測結果，雖有些許的偏差，但與正確值差異都還在可接受範圍，顯示本預測模式可適用於不同時間歷程時之預測。

### 5.1.4 量測響應位置之影響

本節將探討不同量測響應位置時對本預測模式之影響，並進一步探討其適應性與可行性。本實驗採取將外力作用位置固定於分割點 18 之位置，在分割點 2、5、7、10 點量測結構響應，表六中可看出其不同量測位置所預測之外力大小與外力作用時間歷程之結果，除了 (5,18) 之組合其時間歷程所預測值有較大之差異外，其餘各組之結果都與實際值相當接近，圖八為對應表六之不同量測位置時實際外力大小與時間歷程和外力預測所得之外力大小與時間歷程比較圖，實線部分代表實際值，虛線部分代

表三、組合 (I) 作用力位置於預測外力大小與時間歷程之結果

$F_j$ (N) Case	實際值	外力預測所得	時間歷程 (毫秒)	
			$t_2$ (1)	$s_2$ (2)
(2,5)	1.000	1.149	1.0947	1.7451
(2,7)	1.500	1.520	0.6789	2.2721
(2,10)	0.800	0.709	1.6390	1.8209
(2,18)	0.799	0.654	0.8511	1.7097

表四、組合 (I) 作用力大小不同之分析結果

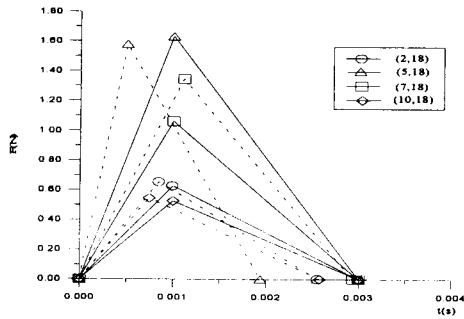
$F_j$ (N) Case	實際值	外力預測所得	時間歷程 (毫秒)	
			$t_2$ (1)	$s_2$ (2)
(2,3)	0.601	0.660	0.8122	1.8895
(2,3)	0.930	0.970	0.8453	1.7230
(10,18)	0.525	0.544	0.7452	1.8354
(10,18)	1.240	1.236	0.9446	1.9517

表五、組合 (I) 時間歷程不同之分析結果

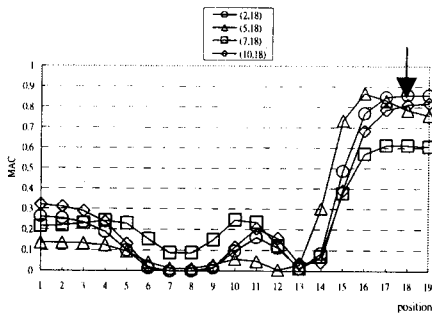
Case	外力大小之比較 $F_j$ (N)		實際值		外力預測所得	
	實際值	預測值	$t_2$	$s_2$	$t_2$	$s_2$
	時間歷程 (毫秒)					
(2,3)	0.601	0.660	1.0	2.0	0.812	1.889
(2,3)	0.601	0.537	1.0	1.0	0.536	1.046
(10,18)	1.240	1.236	1.0	2.0	0.944	1.951
(10,18)	1.240	0.975	1.5	1.0	1.473	1.098

表六、組合 (I) 量測響應位置於預測外力大小與時間歷程之結果

Case	$F_j$ (N)	實際值	外力預測所得	時間歷程 (毫秒)	
				$t_2$ (1)	$s_2$ (2)
	(2,18)	0.626	0.654	0.8511	1.7097
(5,18)	1.630	1.577	0.5038	1.4359	
(7,18)	1.060	1.344	1.1111	1.8271	
(10,18)	0.525	0.544	0.7452	1.8354	



圖八、對應表六之外力大小與時間歷程



圖九、組合 (I) 量測響應位置於預測外力位置之影響

5.2 組合 (II) 理論分析所得模態參數搭配實驗量測所得響應

本節將探討只對結構進行實驗響應量測，以理論分析所得之模態參數來進行外力預測分析，進一步探討本方法之可行性，分別就外力作用位置、作用力大小與響應量測位置之影響作比較分析。

5.2.1 外力作用位置之影響

在外力作用位置之影響探討方面，將分別量測於分割點第 2、10 之響應，又因敲擊時之外力大小與作用時間歷程有所不同，可一併探討時間歷程不同與時間歷程之影響。表七為不同作用位置時其實際與預測之結果，由表中可得知其預測之外力大小與時間歷程有較明顯的誤差情形，圖十為對應表七之外力大小與時間歷程之比較圖，實線部分為各種組合之正確型式，虛線部分則為預測所得之結果，圖中可得知雖其誤差量增大，應該與 60Hz 雜訊之影響有關，但還是可看出其外力作用之大概型式，圖十一為對應表七為不同外力作用位置之位置預測結果，圖中可得知其外力作用位置之趨勢，就算無法正確預測出外力作用位置，也可判斷出外力作用附近之位置，所以本預測模式所預測之結果雖有些許誤差，但其外力大小、作用時間歷程與外力作用位置均可預測出，所以其結果都還算可以接受。

5.2.2 作用力大小不同之影響

本節所探討的是當作用之外力大小，時間歷程不同，作用力位置與量測位置不變的情況下，本預測模式之可行性與適應性。表八為不同作用力大小時其外力與時間歷程之預測結果，由表中可得知外力預測所得之外力大小與時間歷程與實際值有些許的差異，其主要原因應該為 60Hz 雜訊所導致，但還是可以判斷出其外力大小與時間歷程之大概型式，所以本預測模式還是有其可行性。

5.2.3 量測響應位置之影響

本節主要探討量測響應位置之變化對本預測模式之影響，本實驗將外力作用位置固定於分割點 18 之位置，在分割點 2、5、7、10 點量測結構響應，由表八可得知由本預測模式所預測出之外力大小與時間歷程和實際之外力大小與時間歷程有些許的誤差，圖十二為對應表九之外力大小與時間歷程之比較圖，實線部分為實際之作用力大小與時間歷程，虛線部分則為預測模式所預測出之外力大小與時間歷程，可看出各個組合之差異性，雖各組合都有些許誤差，但由圖十二可看出外力型式之大概趨勢所在。圖十三為對應表九之不同量測響應位置所預測位置之結果，由圖中可判斷出其外力作用位置之趨勢所在，所以本預測方法還是有相當的可行性，其些許之誤差應該是實驗量測響應時之 60Hz 雜訊干擾所致。

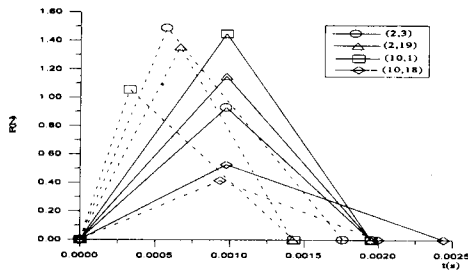
表七、組合 (II) 作用力位置於預測外力大小與時間歷程之結果

(a) 外力大小

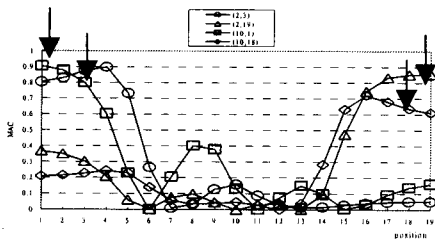
$F_j$ (N)	實際值	外力預測所得
Case (2,3)	0.930	1.489
(2,19)	1.150	1.356
(10,1)	1.450	1.055
(10,18)	0.525	0.414

(b) 外力作用時間歷程

Case	時間歷程 (毫秒)		外力預測所得		
	實際值	$t_2$	$s_2$	$t_2$	$s_2$
(2,3)	0.9765	0.9765	0.5775	1.1847	1.847
(2,19)	0.9765	0.9765	0.6649	0.7582	1.039
(10,1)	0.9765	0.9765	0.3280	1.1039	1.0657
(10,18)	0.9765	1.4647	0.9348	1.0657	



圖十、組合 (II) 作用力位置於預測外力時間歷程之圖示



圖十一、組合 (II) 作用力位置於預測外力位置之影響

表八、組合 (II) 作用力位置於預測外力大小與時間歷程之結果

(a) 外力大小

Case	$F_j$ (N)	實際值	外力預測所得
(2,3)	0.930	0.930	1.489
(2,3)	0.601	0.601	0.418
(10,18)	1.240	1.240	1.317
(10,18)	0.525	0.525	0.414

(b) 外力作用時間歷程

Case	時間歷程 (毫秒)		實際值		外力預測所得	
	$t_2$	$s_2$	$t_2$	$s_2$	$t_2$	$s_2$
(2,3)	0.9765	0.9765	0.5775	1.1847		
(2,3)	1.4647	1.4647	1.2734	1.0080		
(10,18)	0.9765	0.9765	0.3280	1.1039		
(10,18)	0.9765	1.4647	0.5809	1.5340		

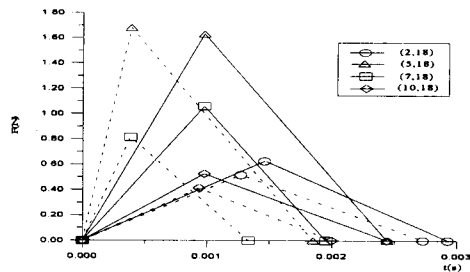
表九、組合 (II) 量測響應位置於預測外力大小與時間歷程之結果

(a) 外力大小

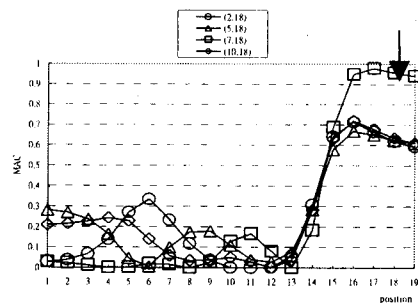
Case	$F_j$ (N)	實際值	外力預測所得
(2,18)	0.626	0.626	0.517
(5,18)	1.630	1.630	1.679
(7,18)	1.060	1.060	0.815
(10,18)	0.525	0.525	0.414

(b) 外力作用時間歷程

Case	時間歷程 (毫秒)		實際值		外力預測所得	
	$t_2$	$s_2$	$t_2$	$s_2$	$t_2$	$s_2$
(2,18)	1.4647	1.4647	1.2724	1.4605		
(5,18)	0.9765	1.4647	0.3893	1.4617		
(7,18)	0.9765	0.9765	0.3833	0.9497		
(10,18)	0.9765	1.4647	0.9348	1.0657		



圖十二、組合 (II) 量測響應位置於預測外力時間歷程之圖示



圖十三、組合 (II) 量測響應位置於預測外力位置之影響

## 六、結論

本文主要在探討將智慧型材料導入外力預測模式之可行性，並利用簡支樑結構物受到外力作用時作驗證，對其簡支樑結構物進行響應量測進而發展出外力預測之模式，其衝擊外力之型式為三角力型式，以上各節之外力預測分析結果，歸納出幾點結論。

1. 本文所發展之外力預測模式，其參數之選取有很大之影響，適當的選取時間點、設計變數之初始值與上下限限制，對預測之結果都有相當的影響，選取之時間點在 5 到 30 點之間，設計變數之上下限限制在實際值附近以及適當設計變數初始值會有較佳的預測結果。
2. 在理論分析所得模態參數搭配理論分析所得響應來架構最佳化問題之外力預測模式中，適當參數之選取，對外力作用位置、時間歷程或作用力大小之預測結果都有相當高的準確度，可證實以壓電薄膜為感應器進行外力預測之可行性。
3. 當以壓電薄膜為感應器進行量測結構響應，與理論分析所得之模態參數搭配架構最佳化問題之外力預測模式中，其預測所得之值與實際值誤差量較以加速度計為感應器時之誤差量都來的大，主要是壓電薄膜具有高阻抗之特性，容易受到一般電力之輸出頻率 (60Hz) 影響，導致所量測之響應有所雜訊，而使得本組合之預測結果之正確值

整體降低，但其外力型式與作用力位置之趨勢還是可成功的預測出，所以在本預測模式中，若能避開一些不必要的雜訊（60Hz）干擾，壓電薄膜感應器應該可以成功的替代傳統感應器之加速度計進行外力預測。

#### 參考文獻

1. Bell, R. G., and Rodeman, R., 1988, "External Force Estimation from Transient Response Data," *Proceedings of the 6th International Modal Analysis Conference*, pp. 588-593.
2. Okubo, N., and Tatsuno, S., 1985, "Identification of Force Generated by A Machine Under Operation Condition," *Proceedings of the 3rd International Modal Analysis Conference*, pp. 920-927.
3. Han, M. C., and Wicks, A. L., 1990, "Force Determination with Slope and Strain Response Measurement," *Proceedings of the 8th International Modal Analysis Conference*, pp. 365-372.
4. Wang, B. T., and Chiu, C. H., 1999, "Determination of Unknown Impact Force Acting on Arbitrary Structures," 17<sup>th</sup> IMAC, pp. 1653-1658.
5. 邱琬雯、陳朝光，1996，「振動逆問題之研究」，碩士論文，國立成功大學，台南。
6. Desanghere, G., and Snoeys, R., 1985, "Indirect Identification of Forces by Modal Coordinate Transformation," *Proceedings of the 3rd International Modal Analysis Conferences*, pp. 685-690.
7. Elliott, K. B., Juang, J. N., and Roubison, J., 1988, "Force prediction Using Singular-Value Decomposition," *Proceedings of the 6th International Modal Analysis Conference*, pp. 1582-1588.
8. Eddy, D., and Geert, D., 1991, "Updating of Force Functions," *Proceedings of the 9th International Modal Analysis Conference*, pp. 514-516.
9. Liu, D. M., Tsai, C. Z., and Wu, e., 1997, "A New Non-contact Technique to Identify Impact Force of beam Structure," *Proceedings of 14th national Conference of the Chinese Society of Mechanical Engineers*, pp. 347-354.
10. Huang, H., Pan, J., and McCormick, P. G., 1997, "Prediction of Impact Force in a Vibratory Ball Mill Using an Inverse Technique," *International Journal Impact Engng*, Vol. 19, No. 2, pp. 117-126.
11. Kreitinger, T. J., and Wang, M. L., 1988, "Force Identification From Nonlinear Structure Response," *Proceedings of the 6th International Modal Analysis Conference*, pp. 1655-1661.
12. Simonian, S. S., 1981, "Inverse Problems in Structural Dynamics - I. Theory," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 17, pp. 357-365.
13. Simonian, S. S., 1981, "Inverse Problems in Structural Dynamics -II. Applications," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 17, pp. 367-386.
14. Inoue, H., Ikeda, N., Kishimoto, K., Shibuya, T., and Koizumi, T., 1995, "Inverse Analysis of the Magnitude and Direction of Impact Force," *JSME International Journal, Series A*, Vol. 38, No. 1, pp. 84-91.
15. 楊世銘，1995，「智慧結構於振動控制之應用」，*科儀新知*，第十六卷，第六期，第43-54頁。
16. Clark, R. L., and Fuller, C. R., 1992, "Modal Sensing of Efficient Acoustic Radiators with Polyvinylidene Fluoride Distributed Sensors in Active Structural

Acoustic Control Approaches," *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 6, pp. 3321-3329.

17. Galea, S. C., Chiu, W. K., and Paul, J. J., 1993, "Use of Piezoelectric Films in Detecting and Monitoring Damage in Composites," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 4, pp. 330-336.
18. Keeyoung, C., and Chang, F. K., 1996, "Identification of Impact Force and Location Using Distributed Sensors," *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 1, pp. 136-141.
19. Hubbard, J. E., 1987, "Distributed Sensors and Actuators for Vibration Control in Elastic Components," *Noise-Con 87*, Vol. pp. 407-412.
20. 邱俊賢、王栢村，1998，「未知衝擊外力作用於任意結構之預測」，碩士論文，國立屏東科技大學，屏東

## Application of Smart Structural System to the Prediction of the Unknown Impact Force

Bor-Tsuen Wang, Der-Ho Wu, Chien-Te Wu

Department of Mechanical Engineering  
National Pingtung University of Science and Technology

#### Abstract

This work is to develop a force-predictive model for determining the amplitude, time history and location of the impact force acting on a simply-supported beam. The beam is adhered a series of PVDF sensors to measure structural response. The impact force is assumed as the triangular force that complies with the actual force. The structural modal parameter, including natural frequencies, modal damping and mode shapes, can be first obtained by theoretical approach or by experimental modal analysis. The structural PVDF sensor response due to an impact force can then be measured and recorded. The predicted response can be formulated based on the modal domain analysis and can be expressed as functions of the amplitude, time history and location of the impact force. The sum of mean square errors between the predicted and measured response can then be defined as the objective function. An optimization problem is constructed and solved for the amplitude and time history of the impact force as well as the mode shape information associated with the location of the impact force. In comparison to the structural mode shape, the location of the impact force can so forth be determined. This work demonstrates the feasibility of smart structural systems in the application to force prediction problem and can be extended to other structure.

Keywords: Intelligent material, triangular force, modal damping, and mode shape