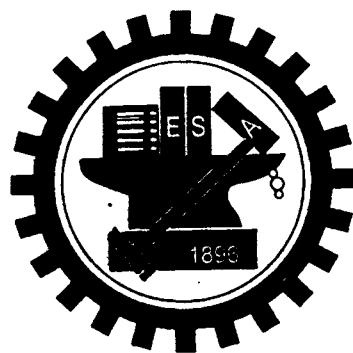
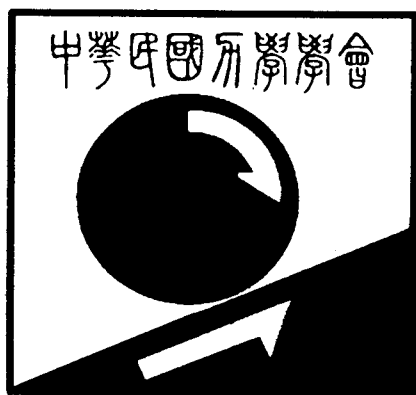


中華民國力學學會
第廿三屆全國力學會議論文集
Proceedings of the 23nd National Conference on
Theoretical and Applied Mechanics

(二)



中華民國 新竹市
Hsinchu, Taiwan, R.O.C.
中華民國八十八年十二月
December 1999

高爾夫球桿振動模態參數之測定

王柏村** 黃瑞光*

國立屏東科技大學機械工程系

摘要

本文主要是對一高爾夫球鐵桿分別做有限元素分析及模態實驗分析，以求得球桿頻率響應函數及模態參數，包括自然頻率、阻尼及振形。首先以有限元素法架構三種有限元素模型進行模態分析(modal analysis)分別求取其模態參數，並與實驗模態分析求取之模態參數做比較，進行有限元素模型之修正，探討不同模型之適應性，同時亦再進行簡諧分析(harmonic analysis)求取頻率響應函數再與實驗模態分析求取之頻率響應函數進行比較驗證。經由兩種分析比較各種結果顯示，有限元素分析模型可視為此高爾夫球桿之實際模型，可作為此一高爾夫球桿其他應用分析之基本模型，並可做為其他種類球桿模態分析之參考。

一、前言

高爾夫球是一種需藉助運動器材的運動，而高爾夫球桿之設計與製造隨著球員對揮桿擊球品質之要求愈趨複雜，而對影響球桿品質之因素相當多，包含非技術性主觀因素如造型、材質等及技術性客觀因素如重量、強度等。對於非技術性主觀因素，各廠商絞盡腦汁打出如鈦合金球頭、碳纖維球桿等噱頭吸引顧客，然而就技術性客觀因素，廠商需投入球桿設計與製造之研發，以客觀性的數據分析或實驗資料來取信於顧客。

球桿振動特性之分析與設計考慮已逐漸受到製造廠商的重視，國外也有相關的文獻探討，Hockell et al. [1]以非接觸式雷射振動儀及電子光束干涉技術求得空心高爾夫球頭之振動模態特性，並以有限元素分析分析結果作比對驗證。Wicks et al. [2]探討高爾夫球桿振動模態分析，應以外加

質量及阻尼模擬手握把部分的完全為自由端邊界的樑最吻合球桿動態特性。Wicks et al. [3]也應用振動模態分析技術，由球桿之振動模態、聲音模態及結構阻尼，來探討比較鑄造與鍛造球頭之差異性。Merkel and Blough [4]則應用模態分析技術得到球頭之模態振型，發現多數模態振型之節線(nodal line)多座落接近於所謂甜蜜區，因此可作為球桿球頭設計之參考依據，同時也探討擊球點在甜蜜區與非甜蜜區，握把、球頭之振動頻率響應，以瞭解揮擊過程之能量損失情形。Wicks et al. [5]也以衝擊錘作用於球頭，並量測握把處之加速度，以得到頻率響應函數，再擷取球頭之模態振型，也得到如Merkel and Blough [4]之類似結論。

本文亦應用振動模態分析技術，以三種有限元素模型與實驗模態分析比較，來確定有限元素分析模型對於高爾夫球桿之適用性，藉由此模

** 教授

* 研究生

型可對球桿、球頭的設計變更後或是各種不同材質球桿之比較，皆可提供一基本球桿振動分析之模型。

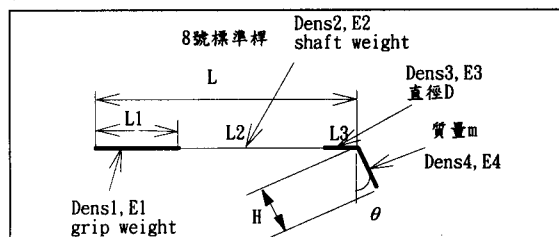
二、問題定義與分析目標

1.問題定義

本文採用大田精密股份有限公司所提供之八號鐵桿，為碳纖維球桿不鏽鋼球頭。以有限元素法及實驗模態分析，採用與[2]不同的 free-free 邊界情況，來探討高爾夫球桿之振動特性。其支撐方式以兩條橡皮筋所組合之彈性繩支撐球桿於支撐架上。如圖一所示。依球桿之外型、材質將球桿分為四段 L1, L2, L3 及 H，其各段之材料性質如表一。

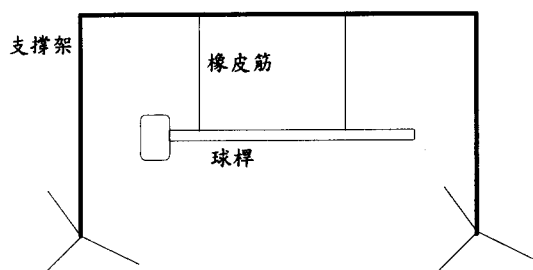
2.分析目標：

表一、各段材料性質



	L(m)	E (N/m ²)	Dens (kg/m ³)	Weight (kg)	θ
L1	0.26	1.57E10	1250	0.0218	30
L2	0.585	1.57E10	1000	0.168	
L3	0.045	2.07E11	4500	0.187	
H	0.08	2.07E11	4500		
總加	0.89			0.3768	

L:球桿長度
L1:握把部份
L2:球桿
L3:球頭
E:楊式係數
Dens:密度
 θ :球頭與球桿之角度
H:球頭高度



圖一、球桿之懸吊方式

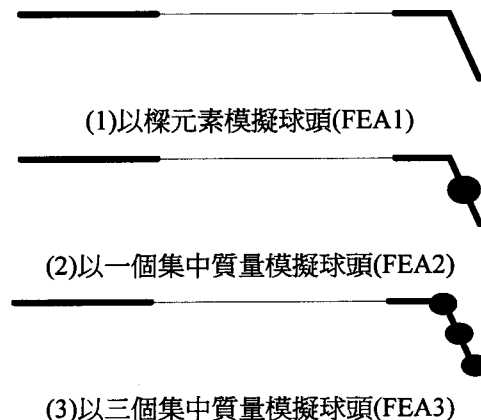
分別以有限元素分析做模態分析求取模態參數及做簡諧分析求取頻率響應函數，並以實驗模態分析求取球桿之頻率響應函數，再由曲線嵌合得到自然頻率、振型、阻尼比。比較兩種分析所得之頻率響應函數及模態參數，以確定有限元素分析模型之正確性。

三、有限元素分析

本文採用 ANSYS 軟體進行有限元素分析。首先架構球桿有限元素模型，因球桿為錐度，故將球桿區分為八段，將各段之大小直徑平均作為所架構元素之外徑，握把部份以密度加重其重量來表示。球頭部份採用三種不同的有限元素模型來分析如圖二，分別為：

- (I) 球頭以樑元素表示
- (II) 球頭以一集中質量表示
- (III) 球頭以三個集中質量表示

有限元素模型所使用元素形式為三維樑元素 (beam4)及三維質量元素(mass21)來架構模型。第一種模型球桿及球頭皆以 beam4 架構。第二種模型球桿以 beam4 架構球頭以一個 mass21 架構，其給定之質量為球頭之質量。第三種模型球桿以 beam4 架構，球頭以三個 mass21 架構，其質量分配為 1/6, 1/3 及 1/2 球頭質量。結構之分割在球桿部份為等份 32 個元素，在球頭部份為等分為 4 個元素，位移限制採用球桿兩端皆為 free-free 的方式。先進行模態分析(modal analysis)求取模態參數，再進行簡諧分析(harmonic analysis)求得頻率



圖二、有限元素模型

響應函數。

四、球桿之實驗模態分析

本文的實驗架構情形如圖三所示，首先將衝擊錘用導線接於訊號分析儀之 A 輸入模組，其次再將加速度計用導線經過電荷放大器接於訊號分析儀之 B 輸入模組，再透過 IEE-488 介面將訊號分析儀與個人電腦相連接。其實驗的動作原理為，利用衝擊錘對高爾夫球桿激振，利用加速度計作感測器，量取結構之響應訊號，經過電壓放大器將訊號傳入雙頻道訊號分析儀，由訊號分析儀對輸入之訊號作快速傅立葉轉換，求得球桿的頻率響應函數和關聯性函數，最後再將所得到的頻率響應函數傳入 CADA-PC 軟體作曲線嵌合(curve fitting)工作，則可得到球桿模態參數，即自然頻率、阻尼比和振型等。本實驗所使用之實驗儀器及其型號如表二。

實驗過程中，首先須完成 BK 3550 訊號分析儀設定，頻寬設為 0~800Hz，解析條數為 800 條，本實驗驅動器因使用衝擊錘，所以加 Transient 加權函數，在感測器之加速度響應加 Exponential 加權函數。

實驗模態分析之方式是固定衝擊錘敲擊的位置移動加速度計。以固定敲擊在球桿劃分的 12 個測試點(如圖四所示)中的第 3 點，而移動加速度計在球桿上的每一測試點，由量測出的響應經由訊號放大器傳入訊號分析儀作分析，即可得到 12 組頻率響應函數，再將之傳入 CADA-PC 軟體作曲線嵌合，以求取球桿的模態參數。分別對圖四所示 droop 及 swing 平面進行完整之模態測試。

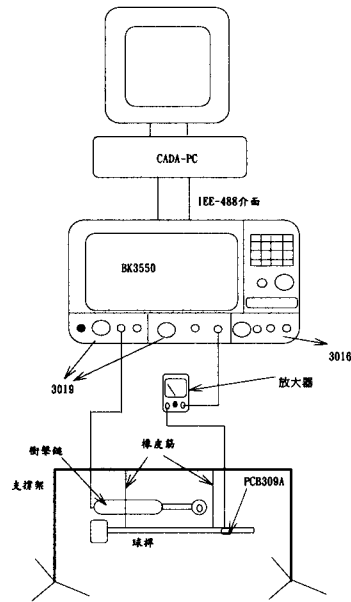
五、結果與討論

1. 有限元素分析結果

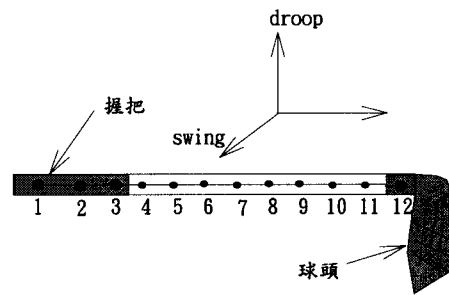
在相同材料性質條件下球桿之前六個自然頻率如表三。第 1,3,5 模態為 droop 平面模態，而第 2,4,6 模態為 swing 平面模態。圖五及圖六分別是 droop 及 swing 平面各模態振型，1、2、3 分別代表有限元素模型(I)、(II)、(III)

由表三可看出第一種有限元素模型與第三種有限

元素模型其自然頻率較相近。再由圖五及圖六觀



圖三、實驗架構圖



Droop：與揮桿方向垂直的方向
Swing：揮桿方向

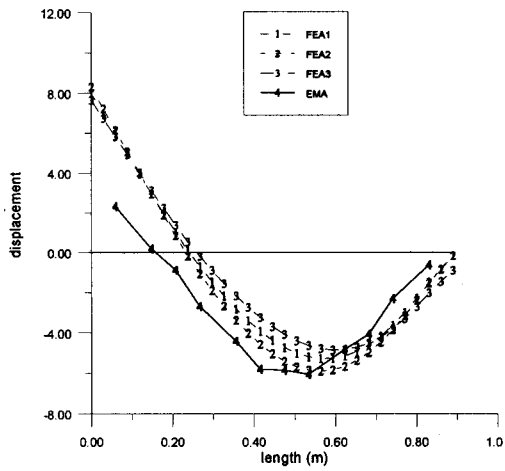
圖四、球桿分割之狀況

表二、使用之儀器一覽表

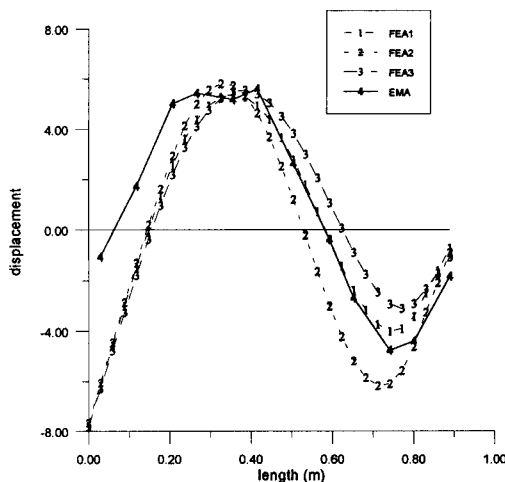
儀器名稱	型號
雙頻道訊號分析儀	BK 3550
衝擊錘	BK 8202
加速度計	PCB 309A
加速度計之電荷放大器	PCB 480E09
曲線嵌合軟體	LMS CADA-PC

表三、有限元素分析模型頻率

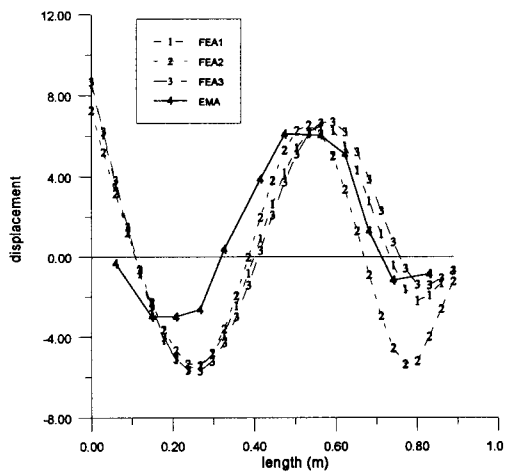
mode	FEA1	FEA2	FEA3	平面
1	40.477	46.01	39.226	Droop
2	46.452	75.34	50.028	Swing
3	110.46	145.21	107.47	Droop
4	131.93	194.90	161.47	Swing
5	235.82	288.51	223.86	Droop
6	265.21	359.86	330.90	Swing



(a)第一個振型



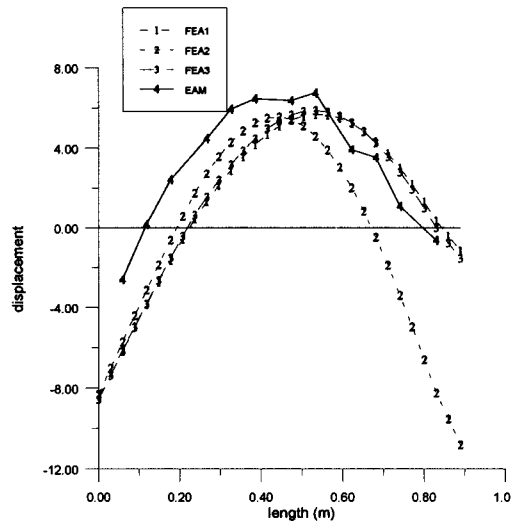
(b)第二個振型



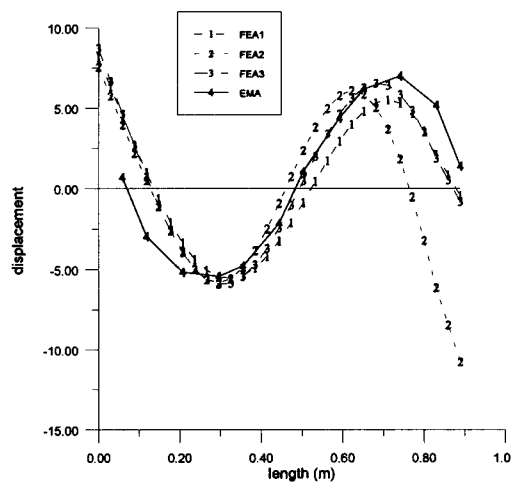
(c)第三個振型

圖五、droop 方向各種有限元素模型與實驗所得振型之比較

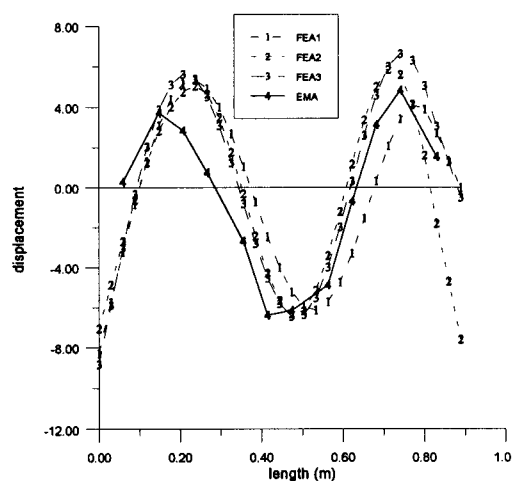
察 droop 與 swing 方向之振形，第一種有限元素模型與第三種有限元素模型亦較相近，此因為第三種有限元素將質量分散為三點與以 beam 元素



(a)第一個振型



(b)第二個振型



(c)第三個振型

圖六、swing 方向各種有限元素模型與實驗所得振型之比較

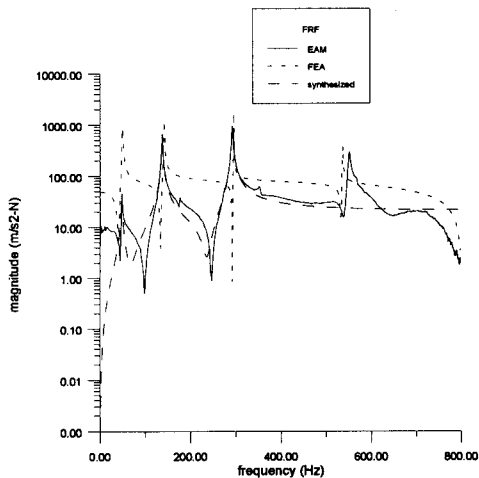
架構時相近。

2. 實驗模態分析結果之驗證

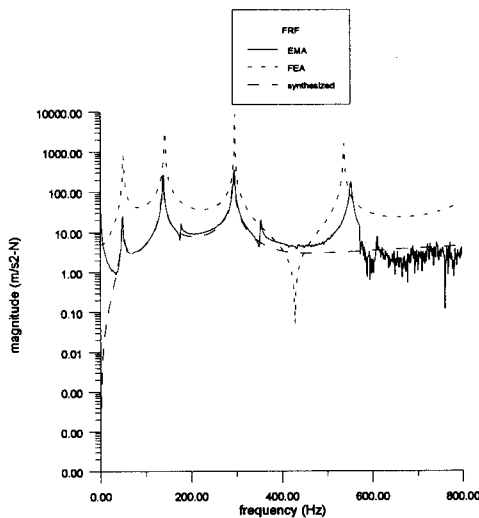
將實驗所得之頻率響應函數、關聯性函數、自然頻率、阻尼比及振型等作討論，來驗證有限元素分析的正確性。

(1) 頻率響應函數驗證

圖七(a)、(b)及圖八(a)、(b)分別為實驗所得 droop 方向及 swing 方向之頻率響應函數圖，圖中 $i = 3$ 及 $j = 3$ ，即輸入點為第 3 點，輸出點為第 3 點及第 12 點，圖中三條曲線分別為第一個有限元素模型(FEA1)的頻率響應函數曲線、實驗的頻率響應函數曲線(EMA)及 Synthesized 頻率響應函數曲線，其中 synthesized 曲線為曲線嵌合得到之模擬曲線，可以看出在前 3 個自然頻率範圍

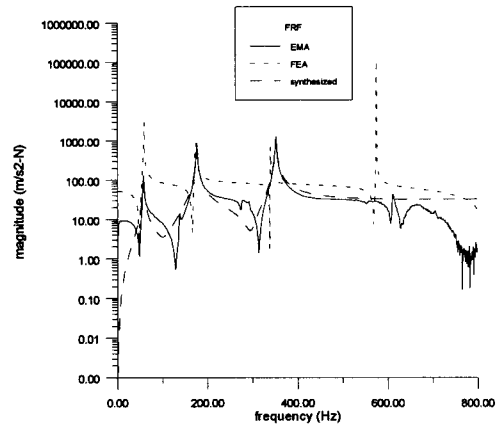


(a) $i=3, j=3$

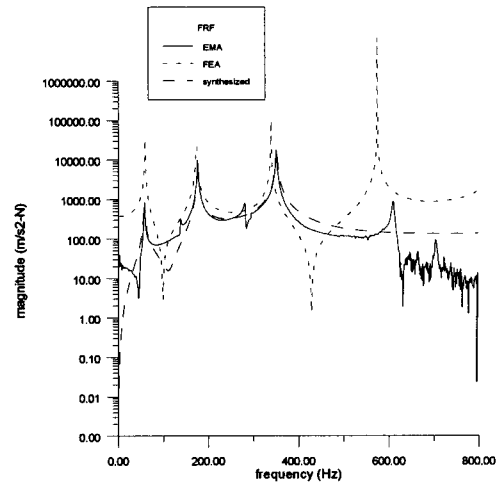


(b) $i=12, j=3$

圖七、droop 方向之頻率響應函數



(a) $i=3, j=3$

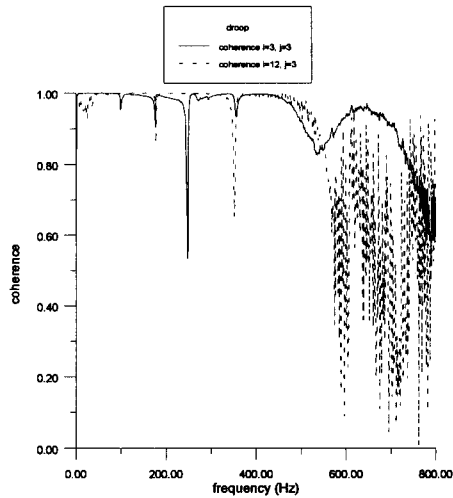


(b) $i=12, j=3$

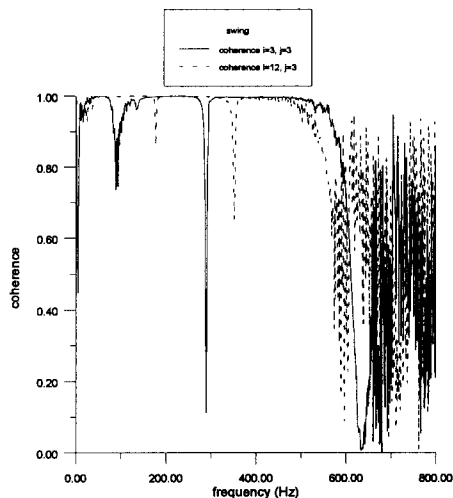
圖八、swing 方向頻率響應函數

與實驗曲線相當吻合，顯示出曲線嵌合的正確性。在將實驗的頻率響應函數曲線與有限元素分析的頻率響應函數曲線做比較可以看出在前 3 個自然頻率範圍相當吻合。

圖九為對應於圖七(a)(b)之關聯性函數圖，圖十為對應於圖八(a)(b)之關聯性函數圖，關聯性函數越接近 1，代表結構的頻率響應函數可信度高，由圖九及圖十可看出關聯性函數在高、低頻處和反共振點附近，關聯性函數值偏低，此乃因為低頻處和反共振點附近之響應小而導致關聯性偏低，高頻部分可能因握把阻尼效應影響而導致關聯性偏低，但整體而言關聯性函數大致上接近 1，所以本實驗之結果以前三個模態來說仍具有相當可靠性。



圖九、關聯性函數 $i=3,12, j=3$



圖十、關聯性函數 $i=3,12, j=3$

(2) 模態參數驗證

表四(a)、(b)分別為實驗所得 droop 與 swing 方向前三個模態之自然頻率，阻尼比約在 0.4-2% 之間，此數值比一般鋼材 0.1 左右為高，可能是整桿阻尼效應所致。

表五為各種有限元素模型經修正後與實驗所得頻率之比較，其結果第一種有限元素模型與實驗所得頻率其誤差在 4% 以下，第二種有限元素模型與實驗所得自然頻率其誤差在 17% 以下，第三種有限元素模型與實驗所得頻率其誤差在 11% 以下，顯示第一種有限元素模型與實驗所得自然頻率最吻合。

表四、實驗所得之頻率與阻尼比

(a) droop

	EMA 頻率(Hz)	阻尼 (%)	修正後 阻尼(%)
1	48.72	2.03	2.029932
2	138.09	0.68	0.679976
3	293.35	0.41	0.409989

(b) swing

	EMA 頻率(Hz)	阻尼 (%)	修正後 阻尼(%)
1	57.58	1.59	1.589942
2	177.29	0.53	0.529981
3	352.01	0.59	0.589991

表五、各種有限元素模型與實驗所得頻率之比較

(a) 第一種有限元素模型

	EMA 頻率 (Hz)	FEA1 頻率 (Hz)	誤差 (%)	平面
1	48.72	50.245	-3.130	Droop
2	57.58	58.949	-2.377	Swing
3	138.09	141.88	-2.745	Droop
4	177.29	179.62	-2.0701	Swing
5	293.35	295.98	-0.896	droop
6	352.01	339.15	3.6533	swing

(b) 第二種有限元素模型

	EMA 頻率 (Hz)	FEA2 頻率 (Hz)	誤差 (%)	平面
1	48.72	40.909	16.032	droop
2	57.58	67.244	-16.78	swing
3	138.09	133.14	3.5846	droop
4	177.29	184.24	-3.92	swing
5	293.35	281.68	3.9782	droop
6	352.01	353.2	-0.338	swing

(c) 第三種有限元素模型

	EMA 頻率 (Hz)	FEA3 頻率 (Hz)	誤差 (%)	平面
1	48.72	43.747	10.20	droop
2	57.58	59.559	-3.437	swing
3	138.09	124.63	9.7472	droop
4	177.29	187.2	-5.589	swing
5	293.35	275.46	6.0985	droop
6	352.01	388.26	-10.3	swing

圖五(a)-(c)及圖六(a)-(c)分別為有限元素模型經過修正後與實驗所得之 droop 及 swing 振形比較，可發現有相當程度之吻合。又表六及表七分別為 droop 及 swing 之模態保證指標(MAC)，可發現 droop 方向對角線值在 0.6-0.9 之間，swing

表六、droop 方向實驗振型與理論振型之 MAC

(a) 第一種有限元素模型

Mode	1	2	3
1	0.7471	0.2082	0.1122
2	0.005	0.809	0.2036
3	0.5258	0.0552	0.6953

(b) 第二種有限元素模型

Mode	1	2	3
1	0.8148	0.0212	0.045
2	0.0046	0.8737	0.0147
3	0.5369	0.0011	0.6422

(c) 第三種有限元素模型

Mode	1	2	3
1	0.6874	0.4176	0.1093
2	0.0183	0.6966	0.3075
3	0.4925	0.17	0.6230

表七、swing 方向實驗振型與理論振型之 MAC

(a) 第一種有限元素模型

Mode	1	2	3
1	0.7196	0.1117	0.0622
2	0.1522	0.7266	0.2151
3	0.2477	0.2193	0.5319

(b) 第二種有限元素模型

Mode	1	2	3
1	0.5127	0.028	0.0198
2	0.0411	0.8579	0.022
3	0.5514	0.0001	0.7106

(c) 第三種有限元素模型

Mode	1	2	3
1	0.7489	0.0324	0.0326
2	0.1281	0.8447	0.0018
3	0.2707	0.1157	0.7686

方向對角線值在 0.5-0.9 之間為可接受之範圍。非對角線除(3,1)值較大，約在 0.2-0.5 不等稍差外，大體均有成模態正交性。判斷為何有這樣大之差距，可能之原因為握把(grip)阻尼效應之影響。

綜合自然頻率、振形比較及模態保證指標分析值觀察得以下幾點結論：

- (1) 自然頻率以第一種有限元素模型最吻合，第二種有限元素模型除第一個模態稍差外，第二、三個模態都算好，第三種有限元素模型則只以 swing 方向第一個模態較佳。
- (2) 由振形圖形看，實驗模態分析與有限元素分析結果有平移現象，可能是阻尼效應造

成複數振形(complex mode)之影響。

- (3) 由模態保證指標觀察，振形近似但對角線值未達 0.9 以上也可能是阻尼效應之影響。
- (4) 此阻尼效應可能來自握把部之吸振材質影響，也可能來自球頭與球桿接合處之影響，仍須進一步澄清。

六、結論

本文對一高爾夫球桿分別做有限元素模態分析及簡諧分析，以及模態實驗分析。分別求得球桿之模態參數與頻率響應函數，在進行所求得結果之驗證。結果顯示有限元素分析模型所得結果與球桿實體實驗所得之數據有相當程度吻合。因此所架構之理論有限元素模型可視為此種高爾夫球桿之實際模型，可作為此種高爾夫球桿振動分析、球桿，球頭設計變更之基本模型，亦可做為其他種類高爾夫球桿振動特性分析與設計變更等之參考。而握把處或球桿與球頭接合處之阻尼效應，使得有複數振型之效應，未來此點仍須進一步探討。

致謝

本研究承蒙屏東工業區大田精密工業股份有限公司提供球桿及相關技術資料以及部份經費資助，特此致謝。

參考文獻

1. Hocknell, A., Mitchell, S. R., Jones, R., and Rothberg, S. J., 1998, "Hollow Golf Club Head Modal Characteristics: Determination and Impact Applications," *Journal of Transportation Engineering*, Vol. 38 pp. 173-180.
2. Wicks, A. L., Knight, C. E., Braunwart, P., and Neighbors, J., 1998, "The Dynamics of a Golf Club," *Proceeding of The 17th International Modal Analysis Conference*, Vol. 1, pp. 503-508.
3. Wicks, A. L., Knight, C. E., Braunwart, P., and Neighbors, J., 1993, "The Comparison of Forged Heads to Cast Heads for Golf Clubs," *Proceeding*

of *The 12th International Modal Analysis Conference*, Vol. 2, pp. 1797-1802.

4. Ronald, C., Merkel, and Tom, Blough, 1998, "Dynamic Characterization and Comparison of Golf Clubs," *Proceeding of The 17th International Modal Analysis Conference*, Vol. 1, pp. 513-517.
5. Wicks, A. L., Knight, C. E., Braunwart, P., and Neighbors, J., 1993, "Identification of The 'Sweet Spot' for Golf Clubs," *Proceeding of The 12th International Modal Analysis Conference*, Vol. 2, pp. 1803-1806

The Determination of Modal Parameters for a Golf Club

Bor-Tsuen Wang and Jui-Kuang Huang
Department of Mechanical Engineering
National Pingtung University of Science and
Technology

ABSTRACT

This paper presents the finite element analysis (FEA) and experimental modal analysis (EMA) of an iron golf club. The frequency response functions (FRFs) of the golf club can be determined, and so forth the modal parameters including natural frequencies, damping ratios and mode shapes can also be obtained. Three kinds of finite element models are first constructed and used to perform modal analysis for determining the modal parameters of the golf club. A parallel, experimental modal testing is also conducted for the purpose of comparison study between the FEA and EMA. The proper finite element model can be modified accordingly and discussed its suitness and correctness. Harmonic analysis of the finite element model is further carried out to obtain FRFs which is in comparison with those from

EMA. Finally, the finite element model can be validated and applied to represent the golf club structure system. The validated model can be applied to other analysis, such as impact response analysis. The developed systematic analysis approach can be adopted for other types of golf clubs.