

# 應用實驗模態分析於高爾夫球頭素料之材料性質測定

王柏村 趙志燁 吳建德  
國立屏東科技大學機械工程研究所

## 摘要

本文係應用實驗模態分析法，將材料形狀模擬成懸臂樑的型式，以實驗模態的方法求得材料的自然頻率，再配合半能量點法與阻尼修正的方法，求得材料阻尼比，並利用在實驗模態方法中所求得的自然頻率與有限元素分析結果相互比較以求得材料的楊氏係數；主要分析目前商業高爾夫球頭桿常用之素材，如 Ti-6Al-4V、17-4PH 和 304SS，同時亦分析高強度高韌性鐵鋁錳 (FeAlMnC 合金) 合金鋼板。根據實驗結果可知：Ti-6Al-4V、17-4PH、304SS、FeAlMnC 合金的阻尼比在第一模態時分別為：0.0160、0.0107、0.0224、0.0306，而楊氏係數分別為：101、199、196、202 GPa。其中以 FeAlMnC 合金具有最大阻尼比和楊氏係數之材料性質。此外，本研究實驗模態分析之楊氏係數和理論值比較可知：Ti-6Al-4V 合金誤差為 8.18%，17-4PH 與 304SS 誤差為 1.53%，FeAlMnC 誤差為 1%，因此本文所建立之楊氏係數與阻尼比量測步驟，應可供工業界使用參考。

## 一、前言

根據調查，目前國內高爾夫球頭年產量約 3000 萬只（生產地包括台灣和大陸廠），其中使用鈦合金與 17-4PH 不銹鋼高價位特大型球頭約佔 20 ~ 30%，且近來有持續增加之趨勢。過去，國內高爾夫球頭的製造大都屬於代加工模式，但隨著經濟產業與高科技人才蓬勃發展，使得國內對高爾夫球頭的製造過程由以往的加工部分漸漸的演變成自行研發的過程，從材料性質設計、開模、鑄造與研發完的測試過程都漸漸的由國人自行開發。

一般而言，目前高爾夫球頭的設計皆利用電腦輔助設計之軟硬體設備，其考量的因素主要為：(1) 成功的擊球：希望擊球點於桿面靠近中管處，減少失誤，或增大球桿甜蜜區，以提高成功的擊球率。而在高爾夫球頭重量約一定下，要增加球頭甜蜜區的方法為：1. 增加材料的強度/重量比；2. 透過電腦模擬設計。(2) 良好的擊球點：一般擊球時，球與桿面的擊球時間約為 0.0045 秒，因此中管對擊球好壞並無影響，而桿面的穩定與否，卻是擊球好壞的絕對因素，所以大尺寸的桿面與背凹式的桿頭設計是必須的。(3) 新的加工方式、組合模式與造型設計：一般為提升加工速度、減低材料的浪費以節省成本，並增加球頭的可變性，新的生產與組合方式為最近的發展趨勢。

在研發設計過程中，了解材料本質，如楊氏係數、彈性係數、衝擊值、抗拉強度、降伏強度、硬度、密度及抗振性（阻尼比），為電腦輔助設計的最重要參數。此類材料本質之參數，可透過查詢相關書籍獲得，或由實驗求得。惟其中參數楊氏係數的求法傳統大都利用拉伸試驗法求得[1]，存在較大的人為誤差，而阻尼比[2]則較少有相關數據以供查詢。此外，若為新開發的材質，如 FeAlMnC

合金的材料，更是少有資料可依循，因此如何建立工業上材料本質數據，尤其是阻尼比和楊氏係數為十分重要的課題。

綜合上述，本文主要的目的在參考 ASTM 標準[3]建立用振動方式量測材料阻尼比與楊氏係數的方法，同時將其應用在目前常用的高爾夫球頭素材，如 Ti-6Al-4V、17-4PH 和 304SS，以及新開發的 FeAlMnC 合金。此外，利用實驗模態及有限元素分析其材料的楊氏係數。

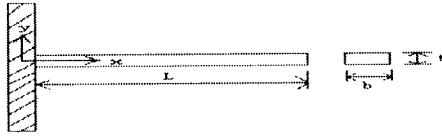
## 二、理論分析

本研究係將材料形狀模擬成懸臂樑的形式，去做振動量測。在求材料之楊氏係數方面，利用由實驗模態分析對材料所得的自然頻率與有限元素分析方法所得到的自然頻率相互比較，以期得到兩者頻率相等時在有限元素中的楊氏係數。而在阻尼比方面，則利用實驗模態方法所得到的自然頻率再配合半能量點法與阻尼修正的方法。在理論分析方面，主要分為懸臂樑的自由振動分析、半能量點法、阻尼比修正法與比阻尼容量，茲分述如下：

### 2.1 懸臂樑自由振動分析

考慮長度為  $L$  之均勻懸臂樑，如圖一所示。引用尤拉樑理論，其懸臂樑自由振動方程式為[4]：

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + \rho b l \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$



圖一、均勻懸臂樑圖形

(1)式中  $y$  為懸臂樑的側向位移， $E$  為懸臂樑的楊氏係數， $I$  為懸臂樑的慣性矩， $\rho$  為懸臂樑的密度， $b$  懸臂樑的寬度， $t$  為懸臂樑的厚度。

懸臂樑的邊界條件，一端為固定端，懸臂樑的位移與斜率為零，另一端為自由端，其彎矩與剪力為零，利用分離變數法，令  $y(x,t) = \Phi(x)q(t)$  帶入運動方程式，化簡：

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2 \Phi(x)}{\partial x^2}) q(t) + \rho b t \frac{\partial^2 q(t)}{\partial t^2} \Phi(x) = 0 \quad (2)$$

將邊界條件帶入 (2) 式，得四個聯立方程式，化簡可得特徵方程式，此特徵方程式，可以由數值方法可求得特徵值解  $\alpha_n L$ ,  $n=1,2,\dots$ ，其解為：

$$\begin{aligned} \alpha_1 L &= 1.875104 \\ \alpha_2 L &= 4.694091 \end{aligned}$$

懸臂樑之自然頻率為：

$$\omega_n = (\alpha_n L)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho b t L^4}} = 2\pi f_n \quad (3)$$

其中， $\omega_n$  單位為 rad/秒， $f_n$  的單位為 Hz。

## 2.2 半能量點法

由系統之頻率響應函數 (FRF)，若系統之自然模態其自然頻率相差夠大，又阻尼比相當小時，則可由半能量點 (half-power point) 法 [5]，如示意圖二，一下式求得系統之阻尼比：

$$\xi \approx \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_n} = \frac{f_2 - f_1}{2f_n} \quad (4)$$

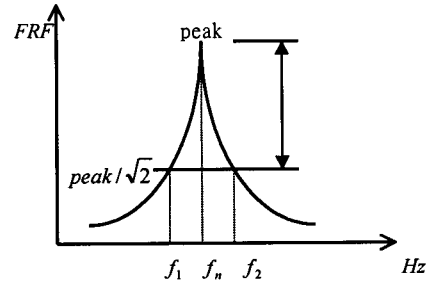
其中， $f_n$ ：共振頻率或取 FRF 之峰值， $f_2$ ：共振頻率之半能量點右側頻率， $f_1$ ：共振頻率之半能量點左側頻率

## 2.3 阻尼比修正

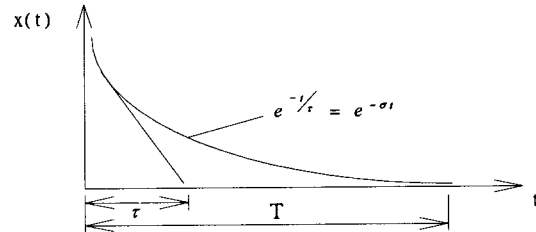
在實驗模態分析過程中，若不加任何視窗時，以單自由度系統為例，其脈衝響應函數為：

$$h(t) = e^{-\xi_n \omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi) \quad (5)$$

當加了 Exponential 加權函數時，假設系統為單自由度，則其脈衝



圖二、半能量點之示意圖



圖三、Exponential 加權函數式意圖

響應函數為：

$$h(t) = e^{-(\xi_n \omega_n + \sigma)t} \sin(\omega_d t + \phi) \quad (6)$$

其中  $\sigma = \frac{1}{\tau}$ ， $\tau = \frac{T}{3}$ ， $\sigma$  為衰減率 (Decay Rate)， $\tau$  為加權函數

長度， $T$  為加權時間函數時間域總時間長度，其示意圖如圖三所示，

由式 (5) 與 (6) 可得知

$$\xi_n \omega_n + \sigma = \bar{\xi}_n \omega_n \quad (7)$$

或

$$\bar{\xi}_n = \frac{\xi_n \omega_n - \sigma}{\omega_n} \quad (8)$$

將單位變成 Hz 時，(15) 式變成

$$\bar{\xi}_n = \frac{\xi_n 2\pi f_n - \sigma}{2\pi f_n} \quad (9)$$

## 2.4 比阻尼容量 (Specific damping capacity)

比阻尼容量的定義為每一循環損失的能量與其每一循環全部能量的比值 [6]。

$$\text{比阻尼容量} = \frac{\Delta W}{W} \quad (10)$$

其中， $\Delta W$ ：每一循環所損失的能量； $W$ ：每一循環全部的能量。

對能量減少率取對數，可以得到：

$$\delta = \frac{\Delta W}{2W} = \ln \frac{X_n}{X_{n+1}} \quad (11)$$

其中， $\delta$ ：能量對數減少率； $X_n, X_{n+1}$ ：第  $n$  或  $n+1$  個週期之振幅量，利用半能量點法，式 (4) 與式 (11) 中所示

$$\xi = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_n} = \frac{\delta}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta W}{W} = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta W}{W} \quad (12)$$

由式 (12) 可以得知：

$$\delta = \frac{\pi(f_2 - f_1)}{f_n} \quad (13)$$

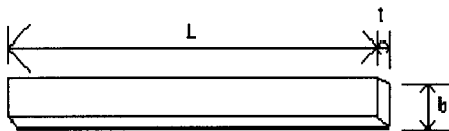
$$\text{比阻尼容量} = 4\pi\xi \quad (14)$$

### 三、實驗方法與步驟

本研究考慮的材料有 Ti-6Al-4V、17-4PH 與 304SS 為屏東大田鋼鐵鑄造公司所提供的高爾夫球頭一般商用材料，而 FeAlMnC 合金板材為自行研發的材料，其材料是在溫度 1580°C 時澆成一半徑為 8 公分，高為 15 公分的圓柱，再由溫度為 1050°C 時鍛造成一長 8 公分，寬 2 公分以及高 180 公分的長方體，再經由熱軋成一薄板材，其成分經清大貴儀中心 AES 與 ICP 成分分析，鑑定為 Fe-7.8Al-29.3Mn-0.83C。本研究實驗的步驟分別敘如下：

#### 3.1、材料尺寸的量測

分別對本次所研究的四種材料切削成薄板結構，如圖四，以便模擬成懸臂樑形式，並進行尺寸的量測，如表一。



圖四、懸臂樑形式構造

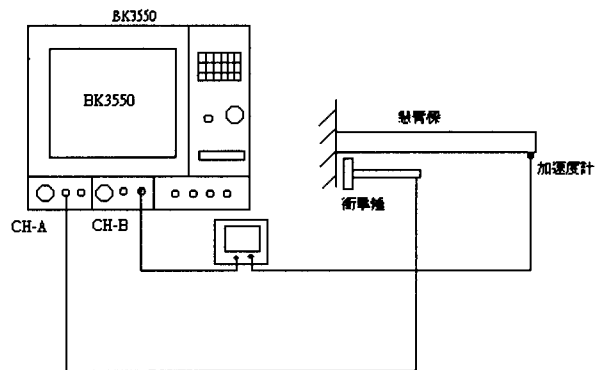
表一：材料基本性質

材料	長度 L (cm)	寬度 b (cm)	厚度 t (cm)	密度 (g/cm <sup>3</sup> )
Ti-6Al-4V	20 ± 0.1	2.8 ± 0.1	0.28	4.54
17-4PH	20 ± 0.1	2.8 ± 0.1	0.29	7.80
304SS	20 ± 0.1	2.8 ± 0.1	0.23	8.00
FeAlMnC 合金	20 ± 0.1	2.8 ± 0.1	0.12	6.70

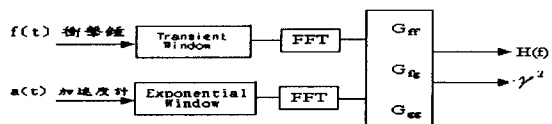
#### 3.2、實驗模態測試系統架構與實驗方法：

本次的實驗方法將高爾夫球頭的四種常用材料 (Ti-6Al-4V、17-4PH、304SS 與 FeAlMnC 合金) 形狀定義為懸臂樑型式，使用衝擊錘作為驅動器來驅動懸臂樑，以加速度計作為感應器，感應量測訊號，在經由 BK3550 系統接收驅動器與感應器的訊號，量測響應訊號，主要在求得材料的自然頻率。材料形狀與尺寸性質如 3.1 所示，實驗架構圖如圖五。實驗模態的訊號處理方式如圖六所示。實驗模態分析之實驗步驟如下：

- 1、將薄板一端固定挾持，模擬懸臂樑結構
- 2、將加速度器放在自由端的邊緣處，已衝擊錘敲擊固定端附近，儀器連線方式如圖六所示，可透過 BK3550 得到頻率響應函數，即系統之自然頻率 ( $f_n$ ) 和其 Coherence 函數 ( $\gamma^2$ )。
- 3、讀取自然頻率  $f_n$ ，再以半能量點方法求得未修正前的阻尼比  $\bar{\xi}$ ，再由阻尼比修正的方法求得修正後的阻尼比  $\xi$ 。
- 4、使用有限元素分析軟體 ANSYS5.0，主要在求得材料之楊氏係數，將材料的結構形狀與性質模擬在有限元素分析軟體中，使用 Shell163 元素來做分析，更改楊氏係數使得所得到的自然頻率與實驗模態所得之自然頻率相符合時，其楊氏係數既是實驗所得的數值。



圖五、實驗模態的架構圖



圖六、實驗模態的訊號處理方式圖

#### 四、結果與討論

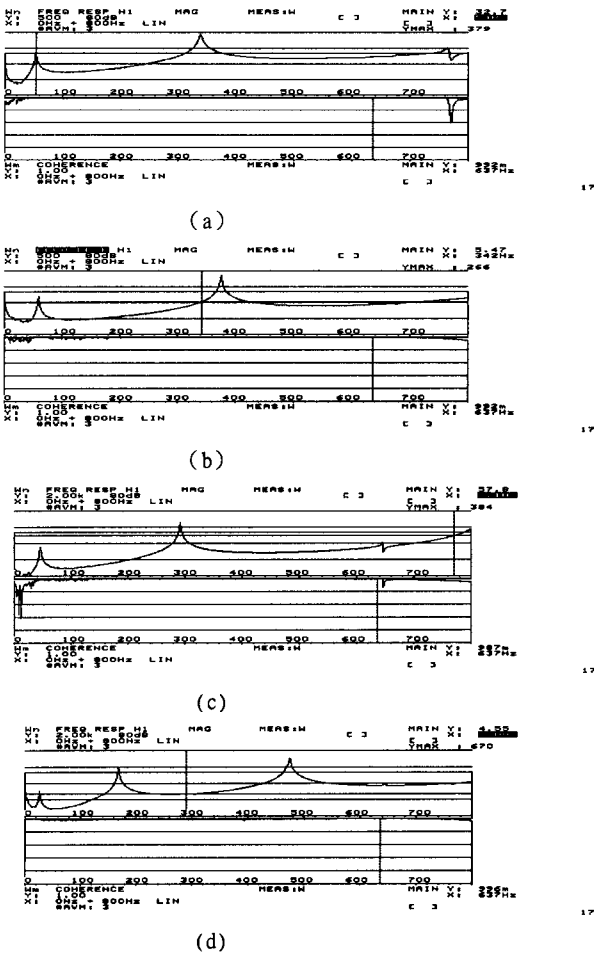
分別就高爾夫球頭的四種常用材料 (Ti-6Al-4V、17-4PH、304SS 與 FeAlMnC 合金)，由實驗模態分析所得的 FRF 與 Coherence 比較圖可得知其實驗模態結果的正確性，並進而利用半能量點法與阻尼修正法得到其阻尼比，最後就以有限元素分析與實驗模態比較所得的楊氏係數與查尋文獻所得的作比較，去判斷其正確性。

##### 4.1 實驗模態分析之結果

由實驗模態分析所得的四種材料之 FRF 與 Coherence 比較圖，如圖七所示，可得知其實驗模態的結果有很好的正確性。

##### 4.2 材料阻尼比

利用 3.2 中實驗模態的方法所得到的頻率響應函數，可以得知各個材料的自然頻率值，再利用半能量點法與阻尼比修正的方法，分別



圖七、材料的 FRF 與 Coherence 比較圖 (a) Ti-6Al-4V 材料 (b) 17-4PH 材料 (c) 304SS 材料 (d) FeAlMnC 合金材料

表二、各個材料第一模態與第二模態的阻尼比、阻尼比修正值與比阻尼容量

材料	Mode	Ti-6Al-4V	17-4PH	304SS	FeAlMnC 合金
阻尼比 $\bar{\xi}$	1	0.0258	0.0195	0.0337	0.0502
	2	0.0117	0.0042	0.0056	0.0091
阻尼比修正 $\xi$	1	0.0160	0.0107	0.0224	0.0306
	2	0.0101	0.0028	0.0037	0.0060
比阻尼容量	1	0.2010	0.1344	0.2814	0.3845
	2	0.1269	0.0351	0.0464	0.0753

表三、實驗模態分析与查詢文獻所得楊氏係數 單位: GPa

材料	Ti-6Al-4V	17-4PH	304SS	FeAlMnC 合金
本實驗值	101	199	196	202
理論值	110 <sup>[7]</sup>	196 <sup>[8]</sup>	193 <sup>[9]</sup>	200*
誤差	-8.18%	1.53%	1.53%	1%

\* 為拉伸試驗量測分析五次平均值

代入式 (4) 與式 (8)，即可以得到材料的阻尼比與阻尼比修正值，綜合整理得四種材料之阻尼比及比阻尼容量如表二所示。由表二中可以得知阻尼比、阻尼比修正和比阻尼容量以 FeAlMnC 合金材料最大，其次是 304SS 材料，再來是 Ti-6Al-4V 材料，最後是 17-4PH 材料。

##### 4.3 材料楊氏係數

利用 3.2 節實驗模態分析中所得的自然頻率與有限元素分析方法比較，當兩者自然頻率吻合時，有限元素分析方法中所設定的楊氏係數即為所求。再與由查詢文獻所得的楊氏係數作比較如表三所示。由表三可以得知，其實驗模態分析所得的楊氏係數與傳統所獲得的楊氏係數除了 Ti-6Al-4V 誤差有 8% 之多，其餘都在 2% 的範圍以內，可知實驗的正確性與可行性。此外其楊氏係數的大小順序分別為：FeAlMnC 合金、17-4PH、304SS、Ti-6Al-4V，與阻尼比的大小順序比較可知，其阻尼比與楊氏係數皆以 FeAlMnC 合金為最高，阻尼比高，代表其吸振性好，楊氏係數高，代表其反彈位能大，可將撞擊物撞擊的較遠，所以可知 FeAlMnC 合金較其他三種材料適合製造高爾夫球頭。本次實驗模態中頻寬才用 800Hz，故只能清楚地看到兩個 Mode，所以楊氏係數與阻尼比也就只比較兩個模態，以後可以試著將頻寬範圍變大，比較多一點的模態會有較正確的數值。

## 五、結論與建議

本文的目的在於應用實驗模態分析的方法量測四種高爾夫球頭常用材料 (Ti-6Al-4V, 17-4PH, 304SS, FeAlMnC 合金) 性質之楊氏係數與阻尼比測定, 乃利用實驗模態分析的方法再配合半能量點法、阻尼比修正法與有限元素法, 有別於傳統的量測方法, 在楊氏係數的求得中, 與文獻所查詢的相比較, 誤差極小, 可知其實驗的正確性與可行性。其主要結論如下:

- 1、 阻尼比的數據與量測方法在國內工業界較少應用, 在此提供實驗模態分析方法搭配半能量點法與阻尼修正法, 去求得材料阻尼比值。
- 2、 利用實驗模態分析與有限元素分析的方法所得到之楊氏係數, 與文獻中所查詢到的相比較, 其誤差極小, 故其方法可以供工業界參考使用。
- 3、 由本研究所得之 FeAlMnC 合金材料的阻尼比與楊氏係數均較 Ti-6Al-4V, 17-4PH, 304SS 為高, 表示 FeAlMnC 合金材料有較好的吸振性與反彈位能, 對高爾夫球頭材料設計方面, 可提供參考比較。
- 4、 對於未來研究方面, 因 FeAlMnC 合金材料係對高爾夫球頭作研究分析, 在厚度與大小方面可模擬為薄板作研究分析, 以後研究方向可對厚度與大小的改變做相關性的研究, 以建立本研究的完整性。

## 六、誌謝

本研究感謝大田精密鑄造股份有限公司提供之商用高爾夫球頭板材, 以及國科會計畫 NSC87-2216-E-020-002 之部分經費提供, 使研究順利進行。

## 七、參考文獻

- 1 中國國家標準, 1996, *金屬材料拉伸試驗法*, 經濟部中央標準局印行。
- 2 James, G. H., Garne, T. G., and Veers, P. S., 1996, "Damping Measurements Using Operational Data," *Transactions of the ASME*, Vol. 118, pp. 190-193 .
- 3 American Society for Testing and Materials, 1983 "Standard Method for Measuring Vibration-damping Properties of Material," ASTM Standard E756-83, *American Society for Testing and Materials*.
- 4 王柏村, 1996, *振動學*, 全華科技圖書股份有限公司。
- 5 Ewins, D. J., 1986, *Modal Testing: Theory and Practice*, Research Studies Press TD.
- 6 Allgeier, T., Adams, R. D, and Evans, W. T , 1997, "Vibrational measurement of the specific damping capacity of 15-5 ph stainless steel," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part C, Journal of Mechanical Engineering Science*.
- 7 Cubborly, W. H., etc., 1980, *ASM Metal Handbook* 9<sup>th</sup> ed. Vol.3, p.388.
- 8 Cubborly, W. H., etc., 1980, *ASM Metal Handbook* 9<sup>th</sup>.ed. Vol 3 ,p. 30.
- 9 Cubborly, W. H., etc., 1980, *ASM Metal Handbook* 9<sup>th</sup>.ed. Vol 3, p. 34.

## Determination of Golf Club Material Properties by Experimental Modal Testing

Bor-Tsuen Wang, Chi-Yeh Chao, Jian-Teh Wu

Department of Mechanical Engineering

National Pingtung University of Science and Technology

Pingtung, Taiwan 91207

## Abstract

This paper presents the use of experimental modal testing method for the determination of golf club material properties, including Young's modulus and damping ratio. Four types of golf club materials, which are Ti-6Al-4V, 17-4PH, 304SS, and FeAlMnC alloy, are constructed as a cantilever beam structure, respectively, and tested to obtain the system frequency response function (FRF). The natural frequencies and damping ratio can then be extracted through the FRF by the half-power point method. Modal analysis of the cantilever beam is also performed via finite element analysis to fit the natural frequencies by adjusting the Young's modulus. The damping ratio and Young's modulus of the materials can, therefore, be determined experimentally and compared to the data from handbooks. Results show that satisfactory agreement can be achieved. The developed approach to determine the material properties can be further applied to other engineering applications.