

基於模態參數之結構缺陷預測

王柏村、梁偉光

國立屏東科技大學機械工程技術研究所

摘要

本文發展一套基於結構模態參數變化之結構缺陷位置預測模式，以一具缺陷懸臂樑為例，首先以有限元素法探討分析有無缺陷懸臂樑之自然頻率及位移振型之變化特性，並以實驗模態分析進行模型驗證。最後發展一缺陷位置自動預測程式，在已知有無缺陷結構之自然頻率與位移振型的條件下，經由自然頻率變化差值百分比，以及位移振型差之比較分析，可求得結構缺陷指標，作為判斷結構缺陷所在。結果顯示缺陷位置預測模式對不同缺陷寬度、深度、位置及多個缺陷時，均有很好的預測適應性，由實驗量測也證明此預測方法的可行性，所發展的缺陷位置預測模式將可應用到其他類型結構。

關鍵詞：模態參數、結構缺陷預測、懸臂樑、缺陷指標

一、前言

對於結構體有缺陷的存在，已經有許多文獻探討從力學分析到動態分析更發展各種非破壞檢驗(NDT)方法[1]，如目視檢測法、壓力和洩漏測試法、液體滲透檢測法、X-射線照相檢測法、超音波檢測法、動態測試法等，其中動態測試法是以激振結構或材料，也就是以實驗模態分析[2]為基礎，藉由模態參數的變化找出破壞的位置。近來由於頻譜分析儀之普及化以及振動實驗模態分析技術的成熟，以振動量測訊號作為缺陷非破壞的方法也逐漸受到重視，由於動態資料擷取技術及分析能力的改善，再者缺陷之改變對結構物理性質如質量、勁度及阻尼的變化進而導致結構動態特質如自然頻率、阻尼及振型的轉移(shift)，因此振動實驗模態測試之技術提供了缺陷檢測的良好工具。

具缺陷樑的理論分析，Xiuting et al.[3]的研究中推導出具缺陷懸臂樑的自然頻率及其振型。而利用實驗模態分析及有限元素分析方法從事結構非破壞檢測的文獻有許多的探討，實驗模態分析方法中以振動為基礎之結構破壞及裂縫之檢測方法[4-11]，主要是量測振動訊號，並以模態分析技術為基礎，獲得結構之頻率響應函數，來判斷破壞之可能性，然而直接由頻率響應函數觀察，通常需有良好的頻率解析度，因此可應用曲線嵌合方法來得到模態參數，即自然頻率、阻尼比、及模態振型等，以利於破壞或裂縫之預測。Surace and Rutolo[12]以 Wavelet Transform 來找出懸臂樑裂縫的位置。Meneghetti and Maggiore[13]以遭受破壞結構間之動態特性改變，來找出兩端懸吊樑的裂縫位置。Wolff and Richardson[14]以振型差來判斷板裂縫的位置。Pandey et al.[15]以有限元素方法分析所得的自然頻率和振型差找出懸臂樑的裂縫位置和大小。此外，缺陷的產生通常會增加結構的阻尼效應[16-18]，由阻尼比的增加亦可預測缺陷的位置，因此也有以發展各種能量模式理論角度[17]來探討具裂縫結構之分析，其中有以彎曲彈簧模擬裂縫能量之消散，也有以裂縫間之摩擦來代表裂縫之阻尼效應[18]。

本文沿用以上文獻之探討，以一個無缺陷懸臂

樑和一個具缺陷懸臂樑進行分析及實驗。首先以有限元素分析，分別將兩個懸臂樑做自由振動分析，求得自然頻率和位移振型，接著以傳統的驅動器亦即衝擊錘和加速度計作實驗，可分別求得兩個懸臂樑的模態參數，最後以實驗模態分析的結果來驗證有限元素模型正確，並嘗試由實驗資料來預測缺陷的位置，最後發展一套自動缺陷偵測軟體，來預測缺陷之位置。本文主要的目的是以有限元素分析搭配實驗模態分析，以所分析出來的無缺陷懸臂樑和具缺陷懸臂樑的自然頻率變化及位移振型差搭配自動缺陷偵測軟體來找出缺陷的位置。

二、有限元素分析

本節探討利用 ANSYS 5.0 軟體為求解工具對無缺陷懸臂樑及具缺陷懸臂樑做自由振動有限元素分析，求取無缺陷懸臂樑及具缺陷懸臂樑的自然頻率及位移振型。在架構無缺陷懸臂樑及具缺陷懸臂樑有限元素模型過程中，採用 SHELL63(殼元素)元素，架構雙邊缺陷樑及無缺陷樑。以下分別對有限元素分析之過程及結果作說明。

2.1 問題定義與分析目標

考慮兩個鋼性材質的矩形懸臂樑，且材料性質都相同，一個為完整無缺的樑，一個具雙邊缺陷，其幾何模型分別圖 1 所示，其長、寬和厚度分別為 $L=30\text{cm}$ 、 $b=4\text{cm}$ 和 $t=0.16\text{cm}$ ，雙邊缺陷樑其缺陷位置在距固定端處 $L_d=12\text{cm}$ 及其缺口的寬度和深度均為 2cm ，即 $a=d=2\text{cm}$ ，但其深度為 1cm ，即 $d=1\text{cm}$ 。樑之材料性質如表 1 所示，而主要的分析目標如下：

- (1) 以 SHELL63(殼元素)架構有限元素模型，並對結構做自由振動分析，求得結構之自然頻率及振型。
- (2) 比較缺陷懸臂樑和無缺陷懸臂樑間之自然頻率有何改變及振型差有何差異性。

2.2 有限元素分析模型

由於結構為一均勻厚度之懸臂樑，其厚度方向

都一致,所以可以選用Shell163元素來分析。Shell163為三維殼元素,乃假設厚度方向呈純彎曲變形,可看出寬度方向之變形,尤其可得到轉矩模態(Torsion mode),亦可分別模擬單邊及雙邊缺陷。圖1(b)顯示出Shell163元素雙邊缺陷情形之有限元素模型分割情形。分割時在寬度方向分割四等分。邊界條件只須在固定端設定位移限制為零,而不須設定任何位移或力量負載,

2.3 有限元素分析結果

本節就無缺陷懸臂樑與缺陷懸臂樑之自然頻率的改變及振型差之變化作說明,探討結構有缺陷發生時,其自然頻率及位移振型變化之特性。

1. 自然頻率方面

表2顯示出理論值與Shell163元素分析所得之自然頻率值及其誤差百分比,由表2之結果可以得知由分析得到之自然頻率值與理論值比較誤差很小,當懸臂樑有缺陷產生時,其自然頻率會變小,可能的原因為由於缺陷的產生使得勁度矩陣變小,所以其自然頻率就隨著變小了。

表2中缺陷懸臂樑和無缺陷樑比較之自然頻率值差,可以得知自然頻率全部都變小,其自然頻率差值百分比都在4%以下,總體變化方面,以第一模態和第二模態之自然頻率值差百分比比較大,而第三模態與第四模態之自然頻率差百分比變化較小,再由模態振型的圖比較,可以看出第一模態振型和第二模態振型在缺陷附近響應比較大,而第三模態振型在缺陷處接近節點位置,由上述可以歸納如下:

- (1) 自然頻率變化最大的模態數,通常是缺陷位置恰好在該模態振型最大響應的位置。
- (2) 自然頻率變化最小的模態數,通常是缺陷位置恰好在該模態振型節點的位置。

2. 位移振型差方面

圖2為Shell163元素所架構之有限元素模型分析後所得之結果,經處理後所劃出前四個模態響應和位置之間的關係圖及位移振型差圖,以Shell163元素分析得到之模態振型有轉矩模態(Torsion mode)的產生。由圖2可以發現在離固定端10cm~15cm處,其響應有明顯的變化,而該處恰巧為缺陷位置所在,由此可知當缺陷產生時其在缺陷附近振型會有變化。而變化的大小有一特性,即缺陷位置若在模態響應最大處,其有無缺陷樑之振型差振型差變化最大,相反的,若缺陷位置在模態響應最小處,則其有無缺陷樑之振型差振型差變化最小。

三、實驗模態分析

本節主要對無缺陷懸臂樑與缺陷懸臂樑結構從事實驗模態分析,以衝擊錘為驅動器,加速度計為感測器,量測求得結構之頻率響應函數(Frequency Response Function, FRF),最後經由參數估測方法(modal parameter estimation method),得到結構的模態參數(modal parameter),包括自然頻率(natural frequency)、阻尼比(damping ratio)、及振型(mode shape)等。以下分別對實驗儀器架構及實驗步驟作說明,並探討實驗模態分析之結果。

3.1 實驗儀器架構與實驗步驟

圖3為本文所使用之懸臂樑模型,實驗架構情形如圖4所示,本實驗在驅動器因使用衝擊錘,所以加Transient加權函數,在感測器之加速度響應加Exponential加權函數,因為在實驗的過程中所量得的訊號往往不是一個完整週期之訊號,所以訊號經由訊號分析儀做快速傅立葉轉換後會有洩漏(Leakage)的情形發生,因此實驗過程中驅動器和感測器必須加適當的加權函數(Weighting function),以減少訊號的洩漏。

本實驗的實驗方式是固定衝擊錘敲擊的位置移動加速度計,由於加速度計振型和點力振型皆為位移振型,所以無論移動或固定哪一個轉換器,即衝擊錘和加速度計,所得之振型一定為位移振型。本文實驗步驟,以固定敲擊在懸臂樑劃分的15等分(如圖3所示)中的第2等分,而移動加速度計的位置在懸臂樑上的每一等分點,其中當加速度計和衝擊錘均在第2點時,將加速計固定於懸臂樑之反面上,由量測出的響應經由訊號放大器傳入訊號分析儀作分析,即可得到15組頻率響應函數,再將之傳入CADA-PC軟體作曲線嵌合,以求取懸臂樑的模態參數。

3.2 實驗模態分析結果

本小節討論以加速度計為感測器,衝擊錘為驅動器實驗所得之結果做比較及討論,以下分別就自然頻率之比較、及振型之比較等作討論。

(1) 自然頻率之比較

表3為理論之無缺陷樑自然頻率、Shell163元素分析雙邊缺陷樑之自然頻率、及實驗所得加速度計匹配衝擊錘所得之自然頻率值做比較,由表3(a)得知,實驗所得之無缺陷樑之自然頻率和理論值比較,其誤差均在0.42%以下,呈正負之變動,並沒有偏向正或負,表示無缺陷樑結構模擬相當正確,若偏向正或負,則表示結構或是實驗有問題。由表3(b)得知,實驗所得之缺陷樑之自然頻率和有限元素分析值之比較,其誤差均在0.78%以下,但都呈負變動,但變動不大,所以還可以接受,最後比較實驗之有無缺陷樑之自然頻率值,由表3(c)可知,當懸臂樑有缺陷的產生時,其自然頻率均變小,原因為勁度矩陣變小,所以自然頻率隨著變小。由第二節有限元素分析之探討,當自然頻率變化最大的模態數,其模態振型最大響應處為缺陷可能之位置,當自然頻率變化最小的模態數,其模態振型之節點為缺陷可能之位置,而實驗有無缺陷樑之自然頻率變化百分比,在不考慮第一個自然頻率下,原因為實驗之振型在第一個模態均不好,以第二個自然頻率變化最大,第三個自然頻率變化最小,而第二個模態振型最大響應處約在離固定端0.137m處,此點剛好為缺陷之位置。且第三個模態振型之節點位置,也有在缺陷位置附近。所以由以上之結果更能證明有限元素所推論之自然頻率變化特性。

(2) 振型之比較

實驗所得之模態振型結果相當不錯,除了第一模態振型外,原因為在低頻響應低且動態範圍不足所導致,由於實驗只取15點,所以曲線平滑度較差。圖5為有無缺陷樑之模態振型差之圖,由圖可以得知,當懸臂樑有缺陷的產生時,其振型會變化,

尤其在缺陷處，在第二節已有討論，當缺陷產生時，位移振型差之變化特性，所以在此就不詳加討論，而缺陷之預測，留待至下節討論。

四、預測方法與結果

本節綜合第二節及第三節所探討預測缺陷之方法，撰寫自動缺陷預測程式，找出缺陷發生之位置，綜合前兩節的探討，可以得到以下幾點結論：

1. 自然頻率方面

- (1) 當懸臂樑結構有缺陷之發生時，自然頻率變化最大的模態數，其對應之模態振型最大響應處附近為缺陷可能之位置。
- (2) 自然頻率變化最小的模態數，其對應之模態振型的節點附近，為缺陷可能發生之位置。

2. 振型方面

振型差方面，以有限元素分析，可以得到結構之位移，經計算可得結構之位移振型，而以實驗模態分析，本文使用加速度計進行量測，加速度所量得之訊號為加速度，經處理後可得位移振型，可得下述特性：

- (1) 位移振型差在缺陷處有極值出現
- (2) 綜合各模態之極值出現位置及次數，出現次數最多之位置，為缺陷發生之位置。

綜合上述，缺陷位置在自然頻率及振型差方面之變化特性，利用 Fortran 程式語言撰寫自動缺陷預測軟體，只要將有限元素分析或實驗模態分析所得之有無缺陷自然頻率值及振型值代入程式，即可判斷出缺陷之位置。程式部份分為自然頻率變化特性及位移振型差變化特性撰寫，其流程圖如圖 6 所示，圖 6(a) 為自然頻率變化特性之程式架構流程圖，圖 6(b) 為位移振型差變化特性之程式架構流程圖，以下分別說明自然頻率變化特性及位移振型差程式架構之流程：

1. 自然頻率變化特性之程式流程

- (1) 程式之開始輸入分析得到之有無缺陷自然頻率值。
- (2) 接著計算自然頻率值差百分比。
- (3) 比較自然值差百分比，若自然頻率值差百分比隨模態數之增加，其自然頻率變化百分比也遞增，則固定端為缺陷位置，若自然頻率變化百分比隨模態數之增加，其自然頻率變化百分比遞減，則自由端為缺陷位置。
- (4) 若非上述兩種情形，將得到之自然頻率差百分比正規化。
- (5) 比較正規化之值，若正規化後之值大於 0.9，則定義為自然頻率變化大，若正規化後之值小於 0.3，則定義為自然頻率變化小。
- (6) 找出自然頻率變化大之模態數及其相對應之模態振型最大響應位置，與自然頻率變化最小之模態數及其相對應之模態振型節點位置。
- (7) 統計所有可能缺陷位置之次數。

- (8) 將得到之次數及對應之位置輸出，而輸出這幾點之位置，即為缺陷可能發生之位置。

2. 位移振型差變化特性之程式流程

在執行程式之前，須先將分析得到之結果整理成位移振型，有限元素分析得到的為位移，將此數據代入內插法之程式，找出對應實驗分割 15 點之位置，計算此 15 點之位移，及得到位移振型，而實驗模態分析部份，由於以加速度計量得之響應經訊號分析儀做快速傅立葉轉換後，做曲線嵌合之工作，即可得到模態參數，包括自然頻率、阻尼比、及振型，而此振型就是位移振型。

- (1) 程式之開始，將分析處理後之有無缺陷位移振型值輸入程式。
- (2) 第一步驟為將有缺陷得到之位移振型減無缺陷得到之位移振型，即可得到位移振型差。
- (3) 接著判斷極大值及極小值。
- (4) 統計極值出現之次數及位置。
- (5) 將極值出現位置及其次數輸出，而極值出現最多次之位置，即為缺陷可能之位置。

最後將自然頻率變化特性所找出之缺陷可能發生之位置，和以位移振型差改變特性得到之缺陷可能發生之位置，加以整合及統計，則可以找出真正缺陷發生之位置。

由上述之結果，可以歸納下式：

$$D = D_1 + D_2 \quad (4-1)$$

其中 D_1 為以位移振型差預測缺陷之指標； D_2 為以自然頻率變化特性預測之缺陷位置指標； D 則稱之為缺陷指標，而缺陷指標最大處之對應位置即為缺陷發生之位置。

五、缺陷預測結果

為證明所發展之自動缺陷預測軟體之適用性及正確性，本節將分別探討(1)缺陷寬度及深度固定下，不同缺陷位置之預測、(2)缺陷位置及寬度固定下，不同缺陷深度之預測、(3)缺陷位置與深度固定下，不同缺陷寬度之預測、及(4)當同時有兩個缺陷產生時，這四種不同情況下，自動缺陷預測軟體之適用性及正確性。最後將實驗所得之自然頻率值及振型值代入自動缺陷偵測軟體，來找出缺陷發生之位置。

(1) 不同缺陷位置之預測

本組預測之項目為缺陷寬度為 2cm，深度為 2cm 情形下，缺陷位置分別在第 4、7、10、及 13 點之位置，其分割點之位置為對應實驗所分割樑之 15 等分位置，為對應實驗模態分析分割點之結果，取前四個模態之有無缺陷自然頻率值及斜率差振型值代入程式執行，執行之結果如缺陷指標之統計圖如圖 7。舉缺陷位置在分割點第七點之位置說明，位移振型差極值出現之位置，以第一模態而言出現在第 7 點及第 9 點，所以在位置 7 及 9 處標記，第二模態極值出現在第 5、7、9 三點，同樣的也在對應之模態數及位置處標記，以此類推，第三模態及第四模態也同樣的找出極值出現之位置，最後分別合計此四個模態在 15 個分割點出現次數之總合，即

為指標 D_1 ，同樣地，自然頻率也以相同之方法標記，得到指標 D_2 ，將 D_1 加上 D_2 即為缺陷指標，由表可以得知，在第 7 點位置缺陷指標最大，則第 7 點為缺陷位置，實際上第 7 點也為缺陷位置。由圖 7 結果可以正確找出缺陷位置，由此可以驗證此自動缺陷預測程式可以分析當缺陷寬度及深度固定下，不同缺陷位置預測之正確性。

(2) 不同缺陷深度之預測

本組預測之項目為缺陷寬度為 2cm，缺陷位置在樑分割點第 7 點(離固定端 12cm)情形下，預測當缺陷深度分別為 0.5cm、1cm、1.5cm 及 2cm 情況下，缺陷位置是否出現在第七點位置。除圖 8(a)缺陷深度 0.5cm 外，其餘皆可找出真正缺陷位置，本組之驗證得到一個結果，當缺陷深度越深，越能找出缺陷真正位置，缺陷深度淺的樑，能找出缺陷可能之位置。所以發展之自動缺陷預測軟體，也適用於不同缺陷深度之預測。

(3) 不同缺陷寬度之預測

本組預測之項目為缺陷深度為 2cm，缺陷位置在樑分割點第 7 點(離固定端 12cm)情形下，預測當缺陷寬度分別為 0.5cm、1cm、1.5cm 及 2cm 情況下，預測缺陷位置是否出現在第七點位置。

圖 9 為程式執行得到之相關缺陷指標對應圖，由圖 9(a)、圖 9(b)、圖 9(c)與圖 9(d)缺陷寬度分別為 0.5cm、1cm、1.5cm 及 2cm 之缺陷指標圖，可以得知最大之缺陷指標出現在第 7 點，所以第 7 點為真正之缺陷位置，實際上也是如此，由本組之預測，可以得知，自動缺陷預測程式，不受缺陷深度之影響，都能真正的預測出缺陷位置。

(4) 兩個缺陷同時發生之預測

本組之預測為當缺陷寬度及深度均為 2cm 時，同時有兩個缺陷發生之情形下，自動缺陷預測軟體之適用性及正確性，本組之預測規劃三個不同之缺陷位置之組合，分別為：

- (1) 缺陷位置在離固定端 5cm(對應樑之分割點介於第 3 點和第 4 點間)，及 15cm(對應樑之分割點介於第 8 點和第 9 點間)處。
- (2) 缺陷位置在離固定端 8cm(對應樑之分割點為第 5 點)，及 20cm(對應樑之分割點為第 11 點)處。
- (3) 缺陷位置在離固定端 10cm(對應樑之分割點為第 6 點)，及 21cm(對應樑之分割點介於第 11 點和第 12 點間)處。

圖 10 為程式執行得到之相關缺陷指標對應圖表，由本組之預測，可以得知，自動缺陷預測程式，對有兩個缺陷同時發生時，若缺陷位置能明確地在分割點位置上，也能適當的預測出缺陷位置，顯示預測方法對多個缺陷預測位置之適應性。

(5) 實驗分析結果之預測

本組是以加速度計為感測器，衝擊錘為驅動器從事實驗模態分析得到之結果做缺陷之預測，由於加速度計所得到的為位移振型，在預測時使用位移差振型之變化特性預測，圖 11 為以加速度計匹配衝擊錘所預測得到之缺陷指標圖表，由圖 11 可以得知，缺陷指標在第 4、6、7 三點均為最大值，所

以此三點均可能為缺陷之位置，而實際上缺陷之位置為第七點，所以對於本組實驗，自動缺陷預測程式，能找出缺陷可能發生之位置，但還不能真正的找出缺陷位置。可能的原因為實驗上之誤差，使得分析得到之自然頻率值及振型值不準確，以致不能真正的找出缺陷位置，而只能找出可能出現之位置。

六、結論

本文主要以傳統轉換器，從事結構之非破壞檢測，以有限元素分析搭配實驗模態分析，探討樑結構有缺陷產生時，結構在自然頻率及模態振型上變化特性，最後由探討得到之特性，發展一自動缺陷預測軟體，預測缺陷發生之位置。

本文在有限元素分析部份以不同缺陷位置、不同缺陷寬度、不同缺陷深度、及兩個缺陷同時發生情形下，成功地驗證自動缺陷預測軟體之適用性及準確性，在實驗模態分析方面，以傳統轉換器從事實驗，成功地驗證以加速度計為感測器衝擊錘為驅動器，得到之自然頻率值及位移振型，帶入自動缺陷預測軟體，能成功地找出缺陷可能發生位置，本文以懸臂樑結構進行實驗，發展基於實驗模態分析之破壞預測方法，有了實驗之原理，未來還可用到其他形式結構之破壞診斷。

誌謝

本計劃承蒙行政院國科會 NSC88-2212-E020-001 補助

參考文獻

1. 侯國琛，1992，*非破壞性檢測法*，財團法人徐氏基金會，台北。
2. Ewins, D. J., 1986, *Modal Testing: Theory and Practics*, Research Studies Press Ltd., England.
3. Xiuting, C. Man, R. D. Finch, and B. H. Jansen, 1997, "Vibration Monitoring of Slotted Beams Using an Analytical Model," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 102, pp. 382-390.
4. Balis Crema, L., and A. Castellani, 1985, "Modal Tests on Composite Material Structures Application in Damage Detection," *Proceedings of the 3rd International Modal Analysis Conference*, pp. 708-713.
5. Ko, J. M., C. W. Wong, and H. F. Lam, 1994, "Damage Detection in Steel Framed Structures by Vibration Measurement Approach," *Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference*, pp. 280-286.
6. Richardson, M. H., and M. A. Mannan, 1991, "Determination of Modal Sensitivity Functions for Location of Structural Faults," *Proceedings of the 9th International Modal Analysis Conference*, pp. 670-676.
7. Richardson, M. H., and M. A. Mannan, 1992, "Remote Detection and Location of Structural Faults

Using Modal Parameters," *Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference*, pp. 502-507.

8. Richardson, M. H., and M. A. Mannan, 1993, "Correlating Minute Structural Faults with Changes in Local Parameters," *Proceedings of the 11th International Modal Analysis Conference*, pp. 893-898.
9. Perchard, D. R., and A. S. J. Swamidias, 1994, "Crack Detection in Wavelet Transform", *Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference*, pp. 1141-1147.
10. Mannan, M. A., and M. H. Richardson, 1990, "Detection and Location of Structural Cracks Using FRF Measurements," *Proceedings of the 8th International Modal Analysis Conference*, pp. 652-657.
11. Adams, R. D., and P. Cawley, 1979, "The Location of Defects in Structures from Measurements of Natural Frequencies," *Journal of Strain Analysis*, Vol. 14, pp. 49-57.
12. Surace, C., and R. Rutolo, 1994, "Crack Detection of a Beam Using the Wavelet Transform," *Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference*, pp. 1141-1147
13. Meneghetti, U., and A. Maggiore, 1994, "Crack Detection by Sensitivity Analysis", *Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference*, pp. 1292-1298.
14. Wolff, T., and M. Richardson, 1989, "Fault Detection in Structure form Changes in their Modal Parameters", *Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference*, pp. 87-94.
15. Pandey A. K., M. Biswas, and M. M. Samman, 1991, "Damage Detection form Changes in Curvature Mode Shapes", *Journal of Sound and Vibration*. Vol. 138, No 2, pp. 321-332.
16. Rizos, P. F., N. Aspragathos, and A. D. Dimarogonas, 1990, "Identification of Crack Location and Magnitude in a Cantilever Beam From The Vibration Modes," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 138, 381-388.
17. Lee, H. P., and T.Y. Ng, 1994, "Natural Frequencies and Modes for the Flexural Vibration of a Cracked Beam," *Applied Acoustics*, Vol. 42, pp. 151-163.
18. Sanliturk, K. Y., and M. Imregun, 1991, "Theoretical Modelling of the Damping Produced by Fatigue Cracks," *Proceedings of the 9th International Modal Analysis Conference*, pp. 1370-1374.

Structural Fault Location Prediction via Modal Parameters

Bor-Tsuen Wang and Wei-Kuang Liang

Department of Mechanical Engineering
National Pingtung University of Science and Technology

Abstract

This paper develops a prediction model for structural fault location based on the change of structural modal parameters. A defected beam is considered. Finite element method is first introduced to study the characteristics of natural frequencies and displacement mode shapes of defected and non-defected beams. Experimental modal analysis validates the beam model. An automatic prediction program is then developed to find the structural fault location, while the natural frequencies and displacement mode shapes of defected and non-defected beams are known. By comparison of the variation of natural frequencies and mode shapes, a defect index can be determined to identify the fault location. Results show that the prediction program can adapt to find the fault locations for different width, depth and location of faults as well as for multiple faults. Experimental results also show the feasibility of the prediction method. The developed fault location prediction algorithm can be applied to other structures as well.

Keywords: modal parameter, structural fault prediction, cantilever beam, fault index

圖表與附錄

表 1：懸臂樑之材料性質

材料	鋼
長度 (L)	0.3m
寬度 (b)	0.04m
厚度 (h)	0.0016m
密度 (p)	7870 kg/m ³
楊氏係數 (E)	207*10 ⁹ N/m ²

表 2：以 Shell63 元素分析所得之自然頻率值及與理論值之相對誤差

模態數	1	2	3	4
元素				
理論值(無)	14.405	90.272	252.766	495.319
Shell63(缺)	14.053	87.730	252.97	488.65
誤差	-2.444%	-2.816%	0.0807%	-1.346%
Shell63(無)	14.546	91.179	256.15	504.46
值差	-0.493	-3.449	-3.18	-15.81
值差百分比	-3.39%	-3.78%	-1.24%	-3.24%

表 3：實驗所得無缺陷樑之自然頻率值和理論無缺陷樑值及有限元素分析雙邊缺陷樑值之比較

(a)理論無缺陷樑與實驗無缺陷樑之比較

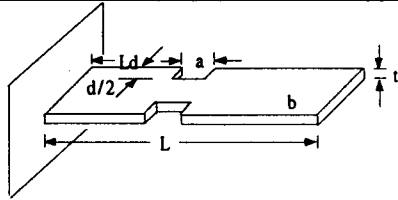
模態數	理論值	實驗值	誤差值	誤差百分比
1	14.405	14.466	0.061	0.42%
2	90.272	90.017	-0.255	-0.28%
3	252.766	252.553	-0.213	-0.084%
4	495.319	494.633	-0.686	-0.13%

(b)Shell163 雙邊缺陷樑與實驗有缺陷樑之比較

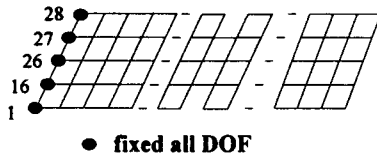
模態數	Shell163 分析值	實驗值	誤差值	誤差百分比
1	14.053	14.013	-0.04	-0.28%
2	87.730	87.965	0.235	0.27%
3	252.97	251.001	-1.969	-0.78%
4	488.65	486.674	-1.976	-0.40%

(c)實驗有無缺陷樑之比較

模態數	無缺陷樑	缺陷樑	誤差值	誤差百分比
1	14.466	14.013	-0.453	-3.13%
2	90.017	87.965	-2.052	-2.28%
3	252.553	251.001	-1.552	-0.61%
4	494.633	486.674	-7.959	-1.61%



(a)雙邊缺陷懸臂樑之幾何模型



(b)Shell163 元素之有限元素模型分割情形
圖 1：雙邊缺陷樑之幾何模型及有限元素分割情形

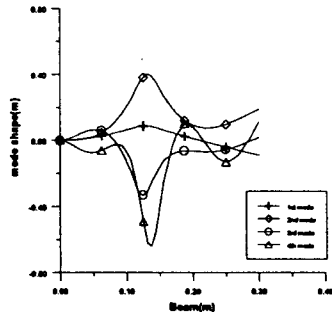


圖 2：Shell163 元素分析有無缺陷樑振型差圖

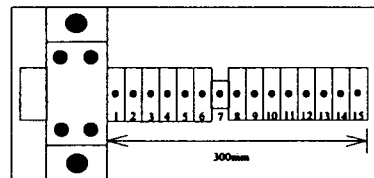


圖 3：懸臂樑模型分割情形

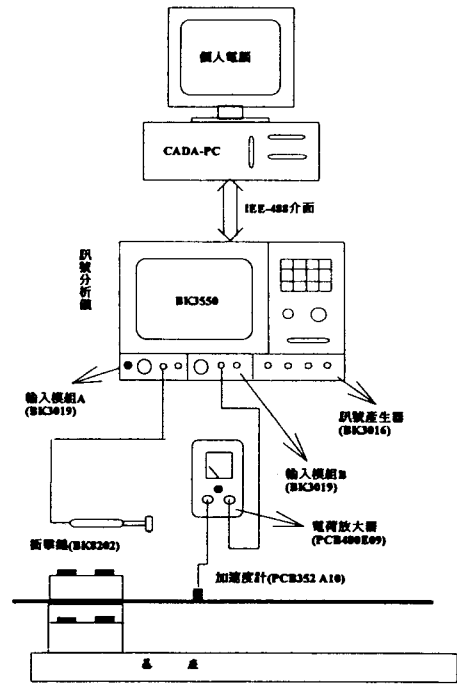


圖 4：加速度計匹配衝擊錘實驗儀器架構圖

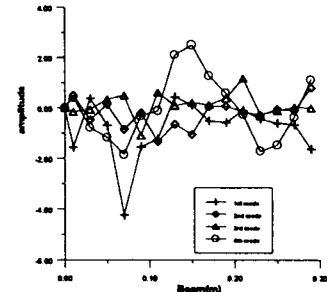
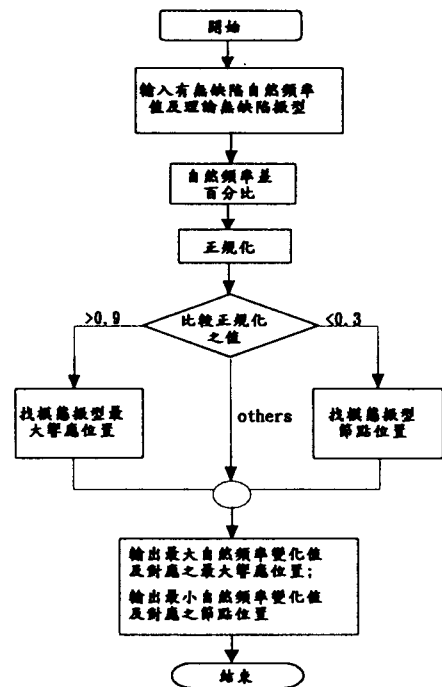
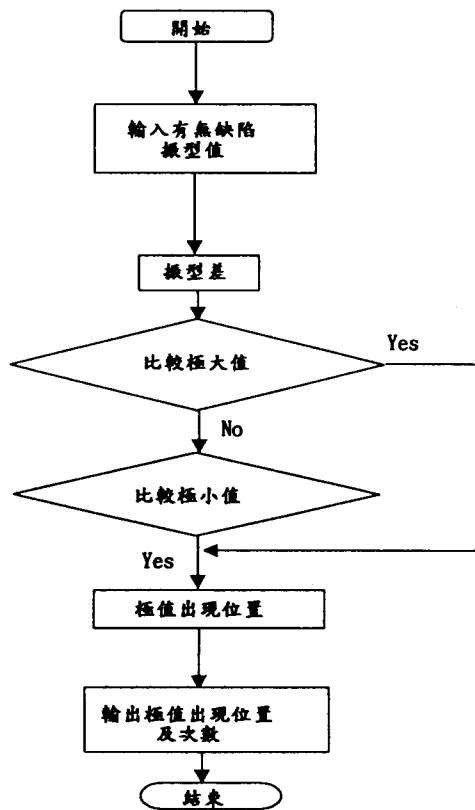


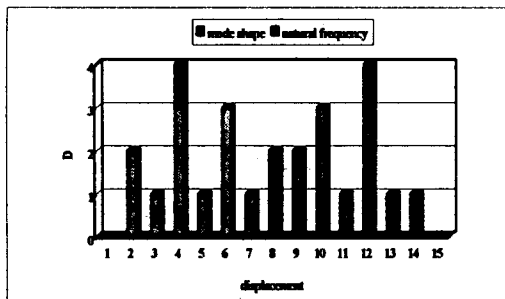
圖 5：實驗有無缺陷樑振型差圖



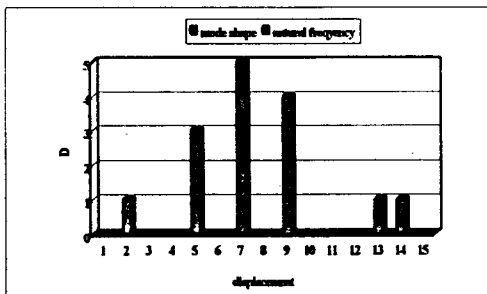
(a) 自然頻率變化特性之程式架構流程圖
圖 6：程式架構流程圖



(b) 位移振刑差變化特性之程式架構流程圖
圖 6：程式架構流程圖(續)

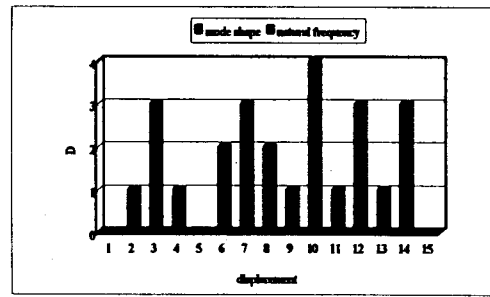


(a) 缺陷位置在第 4 點

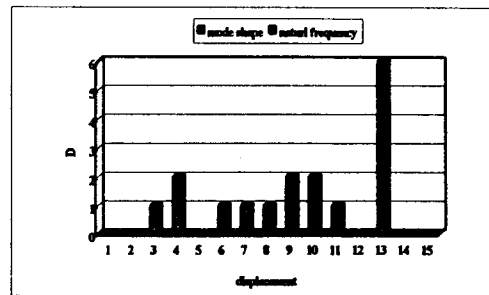


(b) 缺陷位置在第 7 點

圖 7：不同缺陷位置預測結果

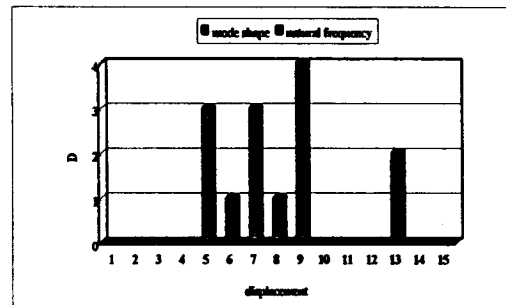


(c) 缺陷位置在第 10 點

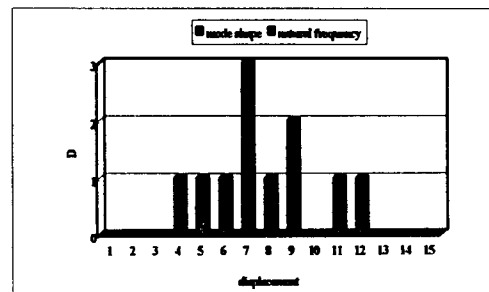


(d) 缺陷位置在第 13 點

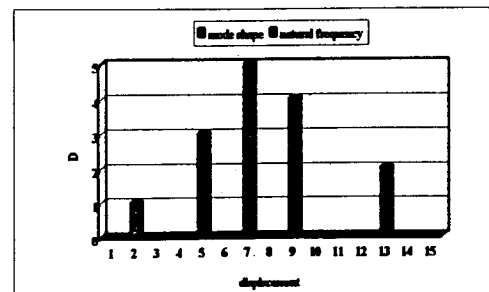
圖 7：不同缺陷位置預測結果(續)



(a) 缺陷深度 0.5cm

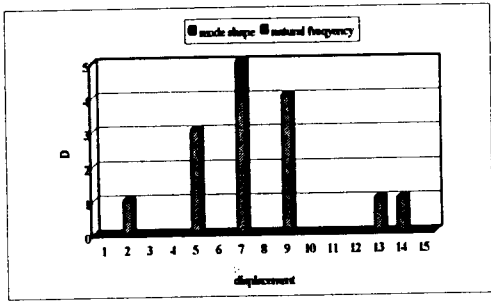


(b) 缺陷深度 1cm



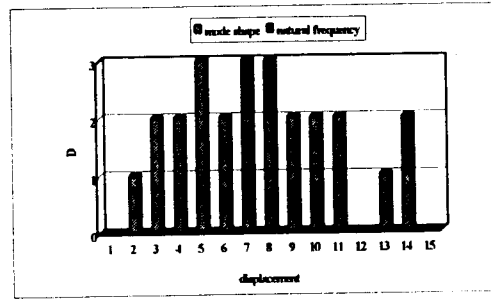
(c) 缺陷深度 1.5cm

圖 8：不同缺陷深度預測結果

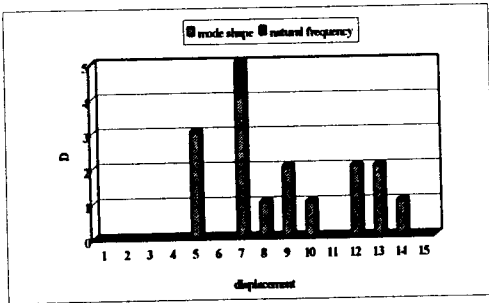


(d) 缺陷深度 2cm

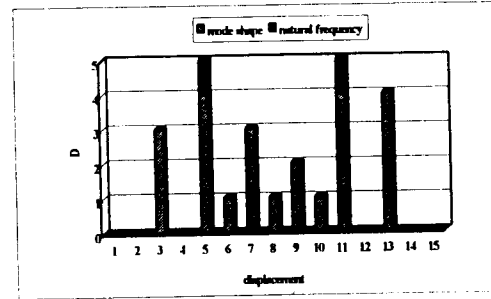
圖 8：不同缺陷深度預測結果(續)



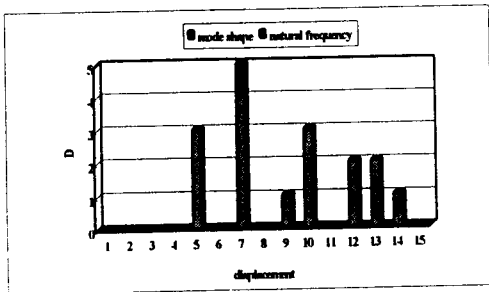
(a) 缺陷位置在第 3,4 點間及第 8,9 點間



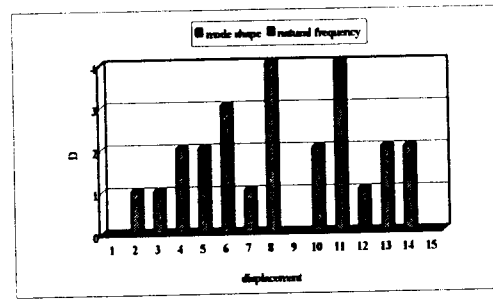
(a) 缺陷寬度 0.5cm



(b) 缺陷位置在第 5 點間及第 11 點間

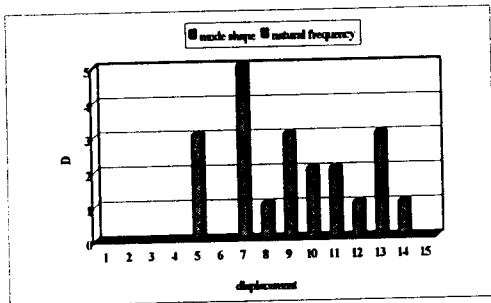


(b) 缺陷寬度 1cm



(c) 缺陷位置在第 6 點間及第 11,12 點間

圖 10：兩個缺陷同時發生之預測結果



(c) 缺陷寬度 1.5cm

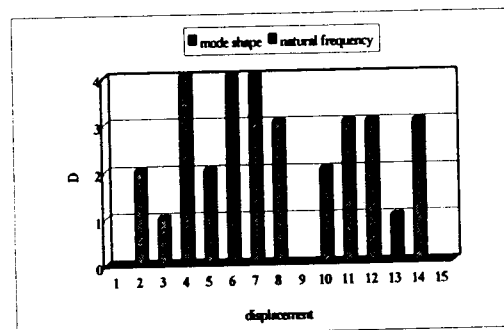
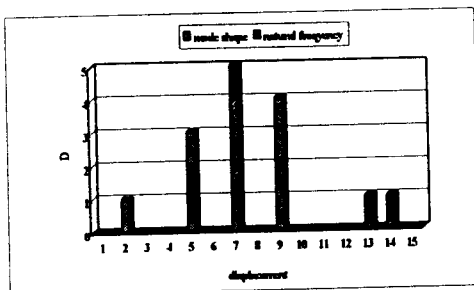


圖 11：加速度計匹配衝擊錘之預測結果



(d) 缺陷寬度 2cm

圖 9：不同缺陷寬度預測結果