

輪胎動態勁度及阻尼係數的測定

王栢村、張永宗、關錦穗

國立屏東技術學院機械工程技術研究所

摘要

本論文係以實驗模態分析方法，分析輪胎的動態特性，以單自由度系統假設求得輪胎的模態參數值，如動態勁度及阻尼係數。實驗中將預定不同胎壓之汽、機車輪胎自由懸吊，以隨機訊號輸入激振器做為激振源，而以加速計作為感測器。以訊號分析儀器分別量測系統之輸入與輸出信號，進而求得輪胎振動系統的頻率響應函數，再以單自由度之參數擷取方法，得到系統的模態參數，進而可求取輪胎之動態勁度、阻尼係數。結果顯示，在單自由度系統的假設下理論值與實驗值之頻率響應函數曲線相當一致，在不同胎壓下，胎壓愈大時自然頻率及動態勁度值愈大，阻尼係數則呈非線性變化，且汽車的動態勁度及阻尼係數皆高於機車。此實驗方法可作為輪胎設計時之參考，實驗量測之輪胎參數將可提供車輛動態模擬分析時之依據。

一、前言

近年來，汽、機車已成為大眾最便捷的交通工具，而乘座的舒適度日漸受消費者所重視，輪胎動態特性則直接或間接影響到舒適性。輪胎與舒適度有關之參數有靜態勁度 (static stiffness)、動態勁度 (dynamic stiffness)，包括非轉動及轉動動態勁度，以及阻尼係數。靜態勁度係以靜力負荷預加於輪胎上，並量測記錄輪胎之變形以求得在不同胎壓下之靜力負荷與變形曲

線，進而可得到靜態勁度[1]。非轉動動態勁度最簡單方法之一為「墜落測試」(drop test)令輪胎在預定荷重下自由落體，以度量每次彈跳高度在時間域上之變化，應用單自由度自由振動理論即可推算非轉動動態勁度及等效阻尼係數[2]。轉動動態勁度及阻尼係數，係測定旋轉中輪胎動態特性，一般來說實驗較複雜[3-5]，最近Huang and Hsu[6]以懸吊之轉動中輪胎作動態分析，以預測轉動輪胎之模態參數。另外輪胎結構動態特性以有限元素分析亦廣泛的被使用[7-9] Scavuzzo and Richards [10]探討車輛載運(乘座)品質的輪胎振動模式和影響，從路面的粗糙度、不連續的衝擊及著地型式等外在條件中去考慮引起輪胎的振動型式，而輪胎尺寸、輪胎結構、輪胎內部壓力、負載及溫度等參數亦皆影響到輪胎的振動頻率，其分析模式是以有限元素及模態測試進行。

模態分析(Modal Analysis)為目前求取結構的動態特性最常用的方法之一，而實驗模態分析(Experimental Modal Analysis, EMA)則是利用頻率分析儀量測到結構的頻率響應函數(Frequency Respose Function, FRF)，再經由參數評估(Parameter Estimation)方法得到結構之模態參數(Modal Parameter)，如自然頻率(natural frequency)及阻尼比(damping ratio)，進而求取材料結構之系統參數(spatial model)，如動態勁度及阻尼係數(damping coefficient)等。本文目的，則是嘗試以汽、機車輪胎在不同胎壓下，以隨機激振方式進行非轉動輪胎動態特性之實驗模態分析。文中考慮汽、機車輪胎在不

同胎壓下(分別取 18,16,12 psi)以輪胎自重模擬輪胎在路面上受隨機振動時之動態響應,假設單自由度(SDOF)模式,以理論推導出其頻率響應函數,並與本實驗分析做比較,進而做單自由度的曲線嵌合 (curve fitting),透過訊號分析儀 (BK-3550)及CADA-PC軟體便可求得模態參數值,包括自然頻率及阻尼比,在汽、機車輪胎重量為已知下,即可以求得輪胎參數值,如動態勁度及阻尼係數等。此數據將可提供作為車輛動態特性模態分析之參考。

二、理論分析與假設

1. 單自由度 (Single Degree of Freedom; SDOF)

F) 理論分析: 一單自由度系統如圖 1 所示, 並假設為黏滯性阻尼 (Viscous Damping) 可推導出振動方程式 [11]。

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = f(t) \quad (1)$$

式中, M 為質量; C 為阻尼係數; K 為勁度。若假設外力 $f(t)$ 為一簡諧激振 (Harmonic Excitation), 則系統響應 $x(t)$ 也為簡諧響應, 可分別表示為: $f(t) = Fe^{i\omega t}$, $x(t) = Xe^{i\omega t}$, 將之代入 (1) 式可得到位移與力量大小之頻率響應函數如下:

$$\begin{aligned} H(\omega) &= \frac{X}{F} = \frac{1}{(K - \omega^2 M) + iC\omega} \\ &= \frac{1}{(\omega_n^2 - \omega^2) + i(2\zeta\omega_n\omega)} \end{aligned} \quad (2)$$

式中,

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (3)$$

$$\zeta = \frac{C}{2\sqrt{KM}} \quad (4)$$

ω_n 為自然頻率, ζ 為阻尼比, 由於振動系統的自然頻率及阻尼比可藉由模態試驗中所求得的 FRF 圖形, 再經過曲線嵌合而求出 ω_n 、 ζ , 且質量 M 為已知, 故系統勁度 K 值可由 (3) 式得之, 進而 C 值可由 (4) 式而求得。

2. 系統假設

由於汽、機車輪胎的實驗模擬裝置如圖 2 所示, 與單一自由度系統相類似, 故進行實驗測試時, 可合理地假設為單自由度系統。

三、輪胎振動實驗系統之設定

1. 敲擊測試系統架構

此測試系統以一隨機信號驅動的激振器 (shaker) 為激振源, 以加速度計 (acc) 為感測器, 汽 (機) 車輪胎以彈性繩懸吊於支撐架上, 如圖 3 所示。

2. 儀器設定

整個模態測試儀器系統如圖 4 所示, 分別由 CADA-PC、B&K3550、功率放大器及敲擊系統架構所組成。訊號產生器產生隨機訊號, 透過功率放大器連接激振器做隨機激振, 激振器上的力量轉換器 (force transducer) 則連接到 CHA 量測輸入的力量, 輪胎上的加速度計 (acc) 連接 CHB 量測輸出加速度響應。因為從激振器所量測之力的訊號受到寬擾, 由於輪胎變形無法得到理想之寬頻訊號, 因此實際量測係以訊號產生器的輸出作為輸入信號, 以求取 FRF。透過 IEE-488 介面可傳送 BK3550 量測之資料到 CADA-PC 軟體, 以進行模態參數擷取。

由於訊號產生器產生隨機 (Random) 訊號, 所以在 CHA 及 CHB 採用 Hanning Window 以避免因訊號的不連續產生洩漏 (Leakage)。同時每一測試均取 30 次的平均值, 以降低隨機誤差, 因所觀察的自然頻率在低頻 (13-17 Hz) 左右, 所以頻寬取 200 Hz, 解析度為 800 條。

進行測試時將輪胎分成四等分, 分別對其每一等分位置做量測, 在更改位置時, 加速度計的位置必須置於激振點激振器的正上方, 以確定模

擬SDOF之假設。實驗得知輪胎的自然頻率出現在低頻率，容易受到地面振動的影響，若有人走動時常造成關聯性函數(Coherence)無法達到0.6，而影響實驗值的可靠性，因此實驗中關聯性函數均控制在0.8以上。

3. 實驗步驟

- (1). 建立模態敲擊系統架構，如圖3所示。
- (2). 建立模態測試系統，將CADA-PC軟體BK-3550(訊號分析儀)及敲擊系統連線完成，如圖4所示。
- (3). BK-3550量測系統參數的設定。
- (4). 執行CADA-PC的軟體，以進行模態測試。
- (5). 進行測試，由BK-3550透過IEE-488介面傳輸量測資料到CADA-PC軟體。
- (6). 將所有傳輸資料存入硬碟。
- (7). 在CADA-PC軟體中作曲線嵌合，以單自由度(SDOF)分析，選擇peak picking法則，來求取自然頻率及阻尼比。
- (8). 以式(3)及(4)計算動態勁度及阻尼係數。

四、結果與討論

本文實際測試之汽、機車輪胎，已知機車輪胎重5kg，汽車輪胎重為10.9kg，其規格型號如表1所示。以下則依FRF及輪胎動態參數做討論說明。

1. FRF 比較

圖5~7分別顯示一典型汽車輪胎在胎壓18 Psi下所得到之FRF及關聯性函數，圖5為實驗FRF，圖6為由曲線嵌合得到之模態參數代入式(2)，所得之SDOF的FRF。明顯看出實驗與嵌合的FRF曲線相當一致，因此單自由度系統之假設應屬合理之模擬。將所得之FRF作曲線嵌合可進而得到自然頻率及阻尼比。圖7為關聯性函數，由於自然頻率的準確度直接影響到動態勁度及阻尼係數，所以實驗時務必使關聯性函數大於0.8。而圖7上顯示除了在1Hz-4Hz外，關聯性函數均在0.8以上，可知實驗的可靠性很高。

2. 輪胎動態參數之比較

表2、表3分別顯示汽、機車輪胎所測得四個位置之自然頻率與阻尼比，以及由式(3)、(4)計算得到之動態勁度及阻尼係數，以及平均值與標準差。表2(c)第三個測試位置及表3(a)第四個測試位置之自然頻率與其他位置相比較有明顯差異，故未納入平均值之計算。同時，表2(a)第一個測試位置之阻尼比也與其他位置比較有明顯差異，故也未納入平均值之計算。

為便於比較，分別以輪胎之自然頻率、阻尼比、動態勁度、阻尼係數在不同胎壓繪製曲線圖，分別如圖8~11。圖8為輪胎在不同胎壓時自然頻率的關係曲線，△為機車輪胎，+為汽車輪胎，實線為平均值，虛線為取一個標準差區間。由圖8可知胎壓越大時，自然頻率越大，且機車的自然頻率大於汽車，另外標準差之大小在不同胎壓時相當一致，顯示實驗結果之穩定性。圖9則顯示輪胎在不同胎壓時阻尼比的關係曲線，同樣地，△為機車輪胎，+為汽車輪胎，實線為平均值，虛線為取一個標準差區間。可看出胎壓對阻尼比之影響，並非成線性關係。圖10顯示輪胎在不同胎壓時動態勁度的關係曲線，因動態勁度由自然頻率算出，所以當胎壓越大時，動態勁度越大，且汽車的動態勁度大於機車的動態勁度將近二倍左右。而且由圖10看出汽車的曲線斜率大於機車的曲線斜率，因此可知汽車輪胎的動態勁度隨胎壓之變化較機車輪胎大。圖11為輪胎在不同胎壓時阻尼係數的關係曲線，其分佈曲線為非線性關係，大約呈V字型分佈，且汽車的阻尼係數大於機車的阻尼係數，也在二倍左右。

本文實驗係考慮輪胎自重時之響應，然而輪胎的荷重直接影響到勁度及阻尼的值，將來可在輪胎上加上荷重，來模擬輪胎受車體重量作用下的真實情況，使得實驗結果更接近實際狀況。

五、結論

本文係以實驗模態分析(EMA)的方法來量測分析輪胎的動態特性，以求得輪胎的模態參數及

系統參數。其理論基礎及系統模型都是以單自由度 (SDOF) 系統為基礎假設，並考慮輪胎負載 (Load) 為自重，經由 FRF 的量測及單自由度的線性嵌合而得到自然頻率 (ω_n) 及阻尼比 (ζ)，進而得到動態勁度 (K) 及阻尼係數 (C) 等參數。結果顯示胎壓越大時自然頻率及動態勁度越大，且機車的自然頻率高於汽車，而汽車的動態勁度及阻尼係數卻高於機車。此動態勁度及阻尼係數將可提供作為車輛動態模擬分析之參考，並可作為輪胎設計時之參考依據。同時，未來可以施加不同的載重在輪胎上，以模擬實際車輛的載重，求其輪胎的模態參數在不同荷重下之影響，以更深入瞭解輪胎參數之變化。

六、參考文獻

1. Wong, J. Y., "Theory of Ground Vehicles," John Wiley and Sons, Inc. pp. 59-73; 1993.
2. Overton, J. A., Mills, B., and Ashky, C., "The Vertical Response Characteristics of the Non-Rolling Tire," Proc. Institution of Mechanical Engineers, vol. 184, part 2A, No. 2, 1969-1970.
3. Eldik Thieme, H. C. A., and Pacejka, H. B., "The Tire as a Vehicle Component" S. K. Clark, Ed., Mechanics of Pneumatic Tires, Monograph 122. Washington, DC: National Bureau of Standards, 1971.
4. Lines, J. A., and Young, N. A., "A Machine for Measuring the Suspension Characteristics of Agriculture Tire," Journal of Terramechanics, vol. 26, No. 3/4, 1989.
5. Barson, C. W., James, D. H., and Morcombe, A. W., "Some Aspects of Tire and Vehical Vibration Testing," Proc. Institution of Mechanical Engineers, vol. 182, part 3B, 1967-1968.
6. Huang, S. C., and Hsu, B. S., "Approach to the dynamic analysis of rotating tire-wheel-suspension units," Journal of Sound and Vibration, vol. 156, pp. 505-519 (1992).
7. Takagi, R., and Takanari, S., "Tire Structural Parameter Analysis for Road Noise Using An

- Accurate FEM Model," SAE Transaction, vol. 100, pp. 987-996 (1991).
8. Tseng, N. T., and Pelle, R. G., "Finite Element Simulation of Destructive Tire Testing," Tire Science & Technology, vol. 19, pp. 2-22 (1991).
9. Wenning, L., and Wenge, J., "3D Finite Element Analysis of Radial Tire," Fuhe Cailiao Xuebao / Acta Material Compositae Sinica, vol. 10, pp. 77-84 (1993).
10. Scavuzzo, R. W., and Richards, T. R., "Tire Vibration Model and Effect on Vehicle Ride Quality," Tire Science & Technology, vol. 21, pp. 23-39 (1993).
11. Ewin, D. J., "Model Testing: Theory and Practice," Bruel & Kjaer, 1984.

The determination of tire dynamic stiffness and damping coefficient

Ueng-Tzung Chang, Chin-Shui Kuan,
Bor-Tsuen Wang
Department of Mechanical Engineering
National Pingtung Polytechnic Institute

ABSTRACT

This paper determines the dynamic properties of the tire by using experimental modal analysis (EMA) technique. The single degree-of-freedom (SDOF) system can be assumed to analyze the modal parameters of the tire, such as dynamic stiffness and damping coefficient. The shaker is used as the excitation force by the input of random signal, while the accelerometer is used as the sensing device. The input and output signals are recorded and processed by an FFT analyzer to obtain the frequency response function (FRF) of the tire. By the use of the SDOF parameter extraction method, the dynamic stiffness and damping coefficient can then be determined.

Results show that under the assumption of SDOF system the theoretical and experimental FRFs agree very well. For different tire inflation pressures, the natural frequency and dynamic stiffness increase with the tire inflation pressure and the damping coefficient reveals to be nonlinear with the change of the tire inflation pressure. The dynamic stiffness and damping coefficient of a car tire are higher than those of a motorcycle tire. The developed experimental method for determining the dynamic properties of the tire can be applied to the evaluation of a tire design. The measured tire parameters can also be used for analytical simulation of vehicle dynamic.

keywords: tire, dynamic stiffness, dynamic damping coefficient.

表2汽車輪胎在不同胎壓下各項參數及其平均值與標準差
(a) 18Psi

| 位置 | ω_n (Hz) | ζ | K (kN/m) | C (kN-S/m) |
|-----|-----------------------------|---------------------------|--------------------|----------------------|
| * 1 | 15.673 | 5.14% | 106.921 | 0.11098 |
| 2 | 15.119 | 2.98% | 98.363 | 0.06171 |
| 3 | 15.408 | 3.38% | 102.160 | 0.07133 |
| 4 | 15.153 | 4.10% | 98.806 | 0.08510 |
| 平均值 | $\bar{\omega}_n = 15.338$ | $\bar{\zeta} = 3.49\%$ | $\bar{K} = 101.56$ | $\bar{C} = 0.07271$ |
| 標準差 | $\sigma_{\omega_n} = 0.223$ | $\sigma_{\zeta} = 0.46\%$ | $\sigma_K = 3.424$ | $\sigma_C = 0.00958$ |

(b) 16Psi

| 位置 | ω_n (Hz) | ζ | K (kN/m) | C (kN-S/m) |
|-----|-----------------------------|---------------------------|--------------------|----------------------|
| 1 | 15.369 | 3.40% | 101.643 | 0.07158 |
| 2 | 15.422 | 3.36% | 102.245 | 0.07094 |
| 3 | 15.511 | 3.76% | 103.530 | 0.07989 |
| 4 | 15.012 | 3.54% | 96.976 | 0.07279 |
| 平均值 | $\bar{\omega}_n = 15.329$ | $\bar{\zeta} = 3.52\%$ | $\bar{K} = 101.08$ | $\bar{C} = 0.0738$ |
| 標準差 | $\sigma_{\omega_n} = 0.183$ | $\sigma_{\zeta} = 0.16\%$ | $\sigma_K = 2.476$ | $\sigma_C = 0.00357$ |

表1 汽、機車輪胎規格表

| 式樣 | 規格 | 重量 | 輪胎外徑 | 輪框外徑 | 輪框內徑 |
|----|---------------------------------------|--------|--------------|--------------|--------------|
| 汽車 | Firestone (T115/70D14 Tubeless) | 10.9kg | ϕ 500mm | ϕ 370mm | ϕ 290mm |
| 機車 | 南港輪胎 (350-10型) | 5kg | ϕ 410mm | ϕ 280mm | ϕ 220mm |

(c) 12Psi

| 位置 | ω_n (Hz) | ζ | K (kN/m) | C (kN-S/m) |
|-----|-----------------------------|---------------------------|--------------------|---------------------|
| 1 | 14.977 | 4.40% | 96.524 | 0.09026 |
| 2 | 14.812 | 3.70% | 94.409 | 0.07507 |
| * 3 | 13.356 | 3.08% | 76.761 | 0.05635 |
| 4 | 14.565 | 3.93% | 91.287 | 0.07840 |
| 平均值 | $\bar{\omega}_n = 14.785$ | $\bar{\zeta} = 4.01\%$ | $\bar{K} = 91.073$ | $\bar{C} = 0.08124$ |
| 標準差 | $\sigma_{\omega_n} = 0.169$ | $\sigma_{\zeta} = 0.30\%$ | $\sigma_K = 2.15$ | $\sigma_C = 0.0065$ |

表3機車輪胎在不同胎壓下各項參數及其平均值與標準差
(a) 18psi

| 位置 | ω_n (Hz) | ζ | K (kN/m) | C (kN-S/m) |
|-----|------------------------------|---------------------------|--------------------|-----------------------|
| 1 | 17.269 | 4.71% | 58.866 | 0.05110 |
| 2 | 17.422 | 3.95% | 60.051 | 0.04329 |
| 3 | 17.422 | 3.95% | 60.051 | 0.04329 |
| * 4 | 16.108 | 4.11% | 51.217 | 0.04160 |
| 平均值 | $\bar{\omega}_n = 17.371$ | $\bar{\zeta} = 4.20\%$ | $\bar{K} = 59.656$ | $\bar{C} = 0.04589$ |
| 標準差 | $\sigma_{\omega_n} = 0.0721$ | $\sigma_{\zeta} = 0.36\%$ | $\sigma_K = 0.558$ | $\sigma_C = 0.003675$ |

(b) 16Psi

| 位置 | ω_n (Hz) | ζ | K (kN/m) | C (kN-S/m) |
|-----|-----------------------------|---------------------------|--------------------|-----------------------|
| 1 | 16.383 | 3.86% | 52.981 | 0.03973 |
| 2 | 17.039 | 3.45% | 57.308 | 0.03694 |
| 3 | 16.890 | 3.77% | 56.310 | 0.04001 |
| 4 | 16.936 | 4.41% | 56.618 | 0.04693 |
| 平均值 | $\bar{\omega}_n = 16.812$ | $\bar{\zeta} = 3.87\%$ | $\bar{K} = 55.804$ | $\bar{C} = 0.0409$ |
| 標準差 | $\sigma_{\omega_n} = 0.253$ | $\sigma_{\zeta} = 0.35\%$ | $\sigma_K = 1.67$ | $\sigma_C = 0.003681$ |

(c) 12Psi

| 位置 | ω_n (Hz) | ζ | K (kN/m) | C (kN-S/m) |
|-----|-----------------------------|---------------------------|--------------------|-----------------------|
| 1 | 16.207 | 4.53% | 51.848 | 0.04613 |
| 2 | 16.266 | 3.72% | 52.227 | 0.03802 |
| 3 | 16.357 | 3.91% | 52.813 | 0.04019 |
| 4* | 16.849 | 4.45% | 56.037 | 0.04711 |
| 平均值 | $\bar{\omega}_n = 16.420$ | $\bar{\zeta} = 4.15\%$ | $\bar{K} = 53.231$ | $\bar{C} = 0.0429$ |
| 標準差 | $\sigma_{\omega_n} = 0.253$ | $\sigma_{\zeta} = 0.35\%$ | $\sigma_K = 1.656$ | $\sigma_C = 0.003852$ |

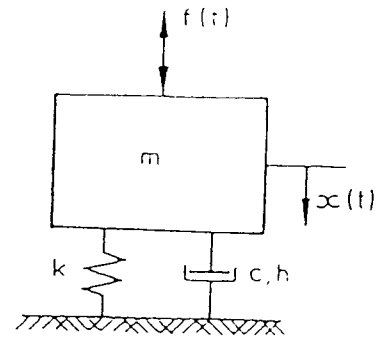


圖1 單一自由度系統

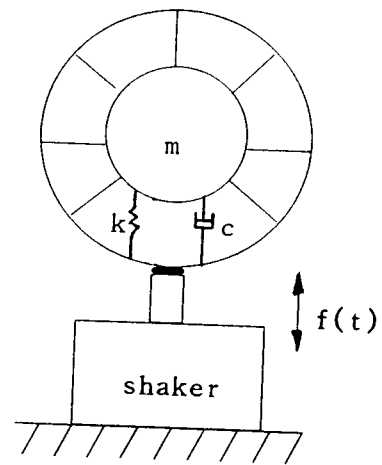


圖2 輪胎的振動模式

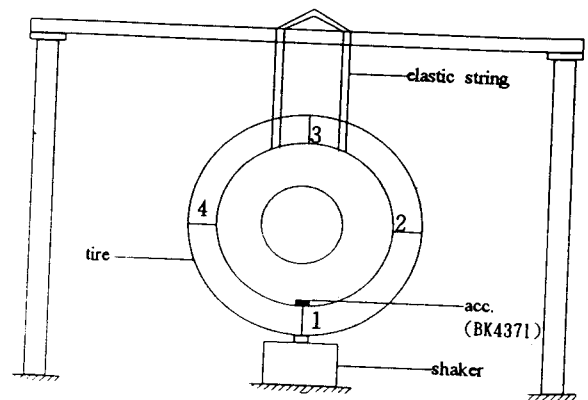


圖3 敲擊測試系統架構

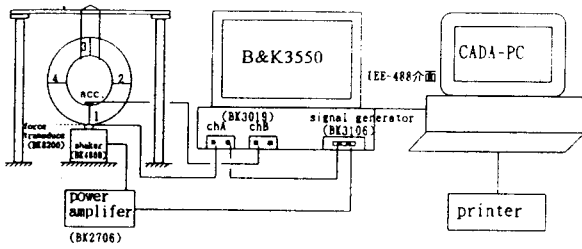


圖4 模態測試的儀器設定及連線

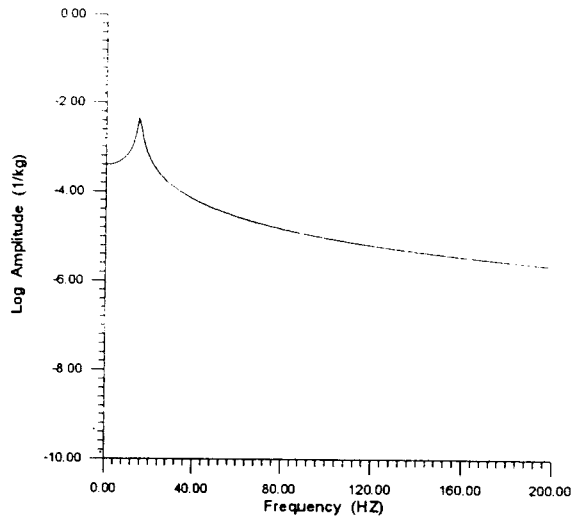


圖6 理論分析以汽車輪胎在18 psi時所求出頻率響應函數圖 (FRF)

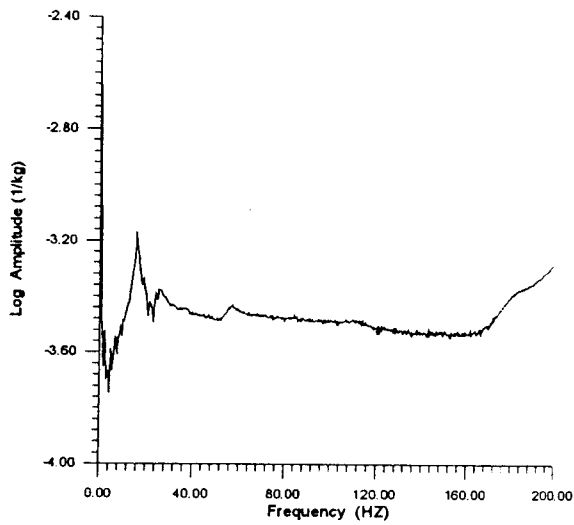


圖5 實驗分析以汽車輪胎在18 psi時所求出頻率響應函數圖 (FRF)

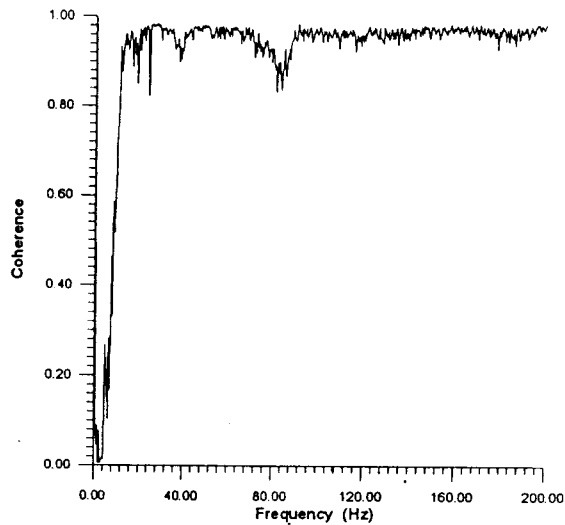


圖7 實驗分析以汽車輪胎在18 psi時所求出頻率響應函數之關聯性函數圖

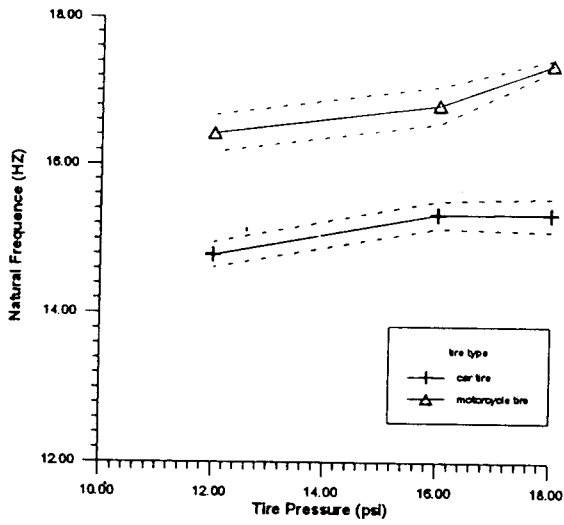


圖8 輪胎在不同胎壓時自然頻率的關係曲線

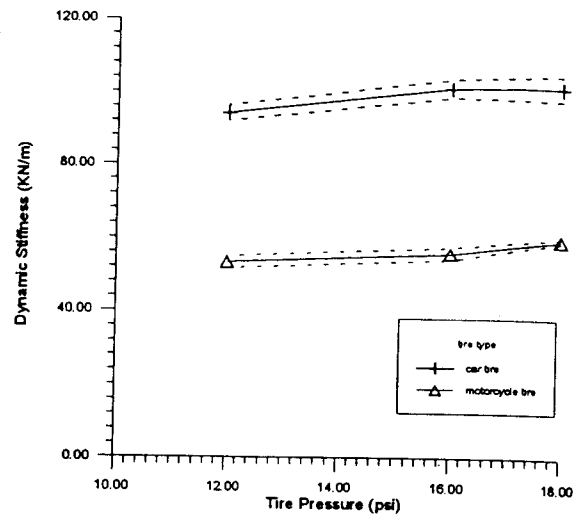


圖10 輪胎在不同胎壓時動態勁度的關係曲線

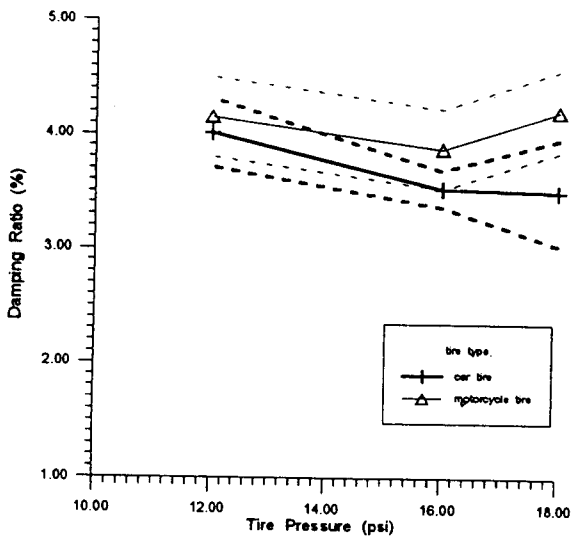


圖9 輪胎在不同胎壓時阻尼比的關係曲線

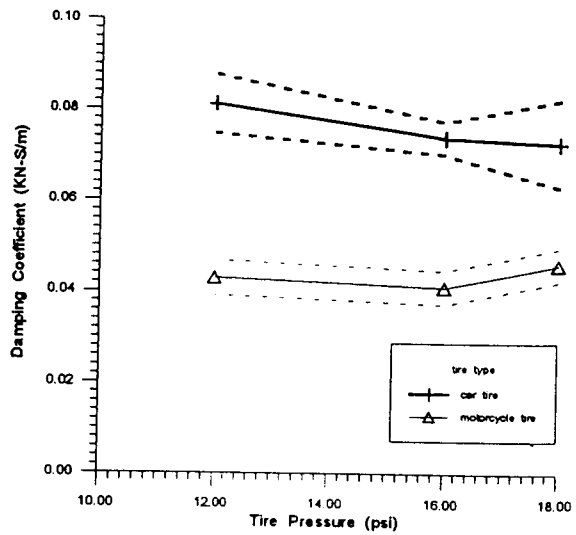


圖11 輪胎在不同胎壓時阻尼係數的關係曲線