

應用壓電轉換器於懸臂樑模態測試之可行性分析

王柏村、王重杰

國立屏東技術學院機械工程技術研究所

摘要

本論文旨在探討以壓電轉換器取代傳統轉換器於懸臂樑實驗模態分析之可行性。考慮四種感應器與驅動器之組合，包括加速度計/點力、加速度計/壓電片、壓電薄膜/點力、壓電薄膜/壓電片，首先推導四種組合之頻率轉換函數，進而以數值方法求得一系列之頻率轉換函數，再以多自由度之模態擷取方法作曲線嵌合，以求得自然頻率、振幅與阻尼比等模態參數。結果顯示以任意四種組合，均可成功地得到自然頻率與阻尼比，而以點型轉換器可得到位移振形，若以壓電轉換器將可得到轉換器兩端之斜率差振形。本文提供了以壓電轉換器作實驗模態分析之理論基礎，也以數值方法證明了四種感應器與驅動器之組合在實驗模態分析之可行性。

一、前言

從事實驗模態分析，頻率響應函數的求取相當重要；而求取頻率響應函數的轉換器有很多種選擇，傳統的轉換器，一般多以衝擊錘或激振器作為驅動器，而以加速度計作為感應器。Ebersbach and Irretier(1989)，Han and McConnell (1991)，以衝擊錘作為驅動器，以加速度計作為感應器進行樑的實驗模態分析。Wright and Al-Hadid(1991)，El-Deeb and Royles(1992)，Song and Koss (1993)，Worden et al.(1994)等人則使用激振器與加速度計，求取結構的模態參數。然而因加速度計會對結構造成質量效應，故有許多研究利用雷射光作為感應器，對結構進行非接觸量測(Sriram et al.,1990；Zhang et al.,1992)。

壓電材料有質量輕、體積小、價格便宜的性質，以及具有良好的壓電特性，其中壓電片(PZT)及壓電薄膜(PVDF)適合當作驅動器或感應器。有關壓電片的理論模式，已有許多學者提出，Crawley and de Luis(1987)最早完整地提出壓電片與結構耦合的靜態模式，包括理想黏在結構表面及嵌合於結構中兩種不同組合的驅動器；並以此推導與懸臂樑耦合之動態模式，最後以實驗證明理論模式。Wang and Rogers(1991a)應用古典複合層板理論(Classical Laminar Plate Theory)於壓電驅動器，得到驅動器的等效力及彎矩。Wang and Rogers(1991b)並利用其結果發展層板的應變能模式(Strain Energy Model)，導出純彎曲變形壓電片耦合於複合層板及樑的驅動模式。

關於壓電薄膜之的理論模式亦有許多論文研究，Hubbard (1987)發展出壓電薄膜的均佈參數模式

(Distributed Parameter Model)，並推導動條狀壓電薄膜的驅動及感應理論，可從事一維樑的振動控制。Lee and Moon(1990)發展出模態驅動器及感應器(Modal Actuator/Sensor)理論，利用各種特定形狀之壓電薄膜，可分別求出特定的模態參數。Collins et al.(1992)則提出特定形狀之壓電薄膜的設計、製造及應用。目前壓電轉換器已經被廣泛應用於結構振動、噪音控制等領域中(Bailey and Hubbard, 1986；Young and Hansen,1994；Lester and Lefebvre, 1993；Clark et al.,1993；Clark and Fuller, 1992a；Wang, 1994)。而亦有研究將壓電轉換器發展於模態分析之應用，Sun et al.(1993)由壓電片的electric admittance推導出頻率響應函數，進行樑的實驗模態分析，得到曲率振型。Wang(1995)則推導出傳統轉換器與壓電轉換器四種組合，彼此頻率響應函數及振型(mode shape)的關係，其結果可應用於簡支樑的實驗模態分析。

本文目的，則是嘗試以傳統壓電器取代轉換器，從事結構之實驗模態分析。文中以理論推導出加速度計/點力、加速度計/壓電片、壓電薄膜/點力、壓電薄膜/壓電片四組頻率響應函數；並以理論分析及理論結果配合軟體合成分析方法，進行懸臂樑之模態測試之可行性分析。

二、理論分析

懸臂樑的自由振動分析

考慮長度為 L_b 之均勻懸臂樑，如圖1所示。引用尤

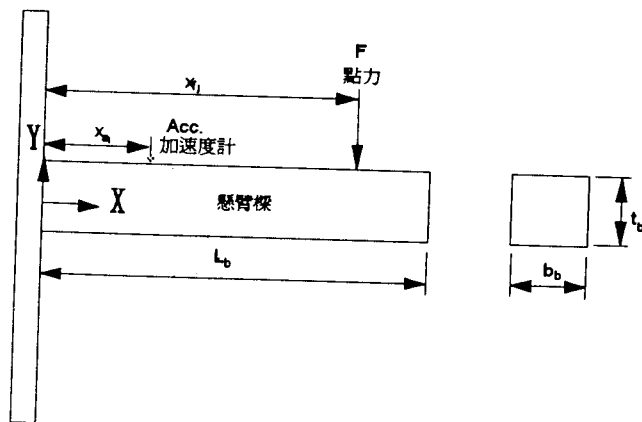


圖1. 懸臂樑尺寸及施力位置圖

拉樑理論，即忽略剪力變形(Shear deformation)及轉動慣量(Rotary Inertia)的效應，且不考慮阻尼效應，則懸臂樑自由振動的運動方程式為：

$$E_b I_b \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho_b b_b t_b \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = p(x,t) \quad (1)$$

其中 y 為懸臂樑的側向位移(transverse displacement)； E_b 為懸臂樑的楊氏係數； I_b 為懸臂樑的慣性矩； ρ_b 為懸臂樑的密度； b_b 為懸臂樑的寬度； t_b 為懸臂樑的厚度； $p(x,t)$ 為力量函數；下標 b 代表懸臂樑。

懸臂樑的邊界條件，一端為固定端，懸臂樑的位移及斜率為零；而一端為自由端，其彎矩及剪力為零：在 $x=0$ ，

$$y(0) = \frac{\partial y(0)}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

在 $x=L_b$

$$E_b I_b \frac{\partial^2 y(L_b)}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} (E_b I_b \frac{\partial^2 y(L_b)}{\partial x^2}) = 0 \quad (3)$$

利用分離變數法，令 $y(x,t) = \phi(x)q(t)$ 代入運動方程式化簡後，將邊界條件代入(4)式，得四個聯立方程式，求解後得：

$$1 + \cos \alpha_n L_b \cosh \alpha_n L_b = 0 \quad (4)$$

此為特徵方程式，可由數值方法求得特徵值解 α_n ($n=1, 2, \dots$)，其解(Meirovitch, 1986)為：

$$\begin{aligned} \alpha_1 L_b &= 1.875104 \\ \alpha_2 L_b &= 4.694091 \\ \alpha_3 L_b &= 7.854757 \\ &\vdots \end{aligned}$$

故自然頻率為：

$$\omega_n = (\alpha_n L_b)^2 \sqrt{\frac{E_b I_b}{\rho_b b_b t_b L_b^4}} = \alpha_n^2 \sqrt{\frac{E_b I_b}{\rho_b b_b t_b}} \quad (5)$$

振型為：

$$\phi_n(x) = \cosh \alpha_n x - \cos \alpha_n x - \sigma_n (\sinh \alpha_n x - \sin \alpha_n x) \quad (6)$$

其中

$$\sigma_n = \frac{\sinh \alpha_n L_b - \sin \alpha_n L_b}{\cosh \alpha_n L_b + \cos \alpha_n L_b} \quad (7)$$

懸臂樑的強制振動分析

點力：

若外力為諧和激振(harmonic excitation)之點力(point force)，其點力作用點座標如圖1，則此力可表示為：

$$p(x,t) = F \delta(x - x_{fj}) e^{j\omega t} \quad (8)$$

其中 F 表示力量大小； $\delta(x)$ 為脈衝函數(Delta function)； x_{fj} 表示第 j 個力量作用的位置。假設系統亦為諧和運動，利用假設模態法(Assumed Mode method)，令

$$y(x,t) = e^{j\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{W}_n \phi_n(x)$$

取積分 $\int_0^{L_b} dx$ ，因為 $\phi_n(x)$ 為正交函數，因此可化簡得

$$\bar{W}_n = \frac{\frac{1}{L_b} F \phi_n(x_{fj})}{E_b I_b \alpha_n^4 - \rho_b b_b t_b \omega^2} = \frac{\frac{1}{L_b} F \phi_n(x_{fj})}{\rho_b b_b t_b (\omega_n^2 - \omega^2)} \quad (9)$$

其中， \bar{W}_n 為模態振幅(modal amplitude)。故位移為：

$$y(x,t) = e^{j\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{1}{L_b} F \phi_n(x_{fj}) \phi_n(x)}{\rho_b b_b t_b (\omega_n^2 - \omega^2)} \quad (10)$$

令 x_{fj} 為第 j 個點力作用位置座標(force coordinate)， x_{aj} 為第 i 個加速度計位置座標(response coordinate)，由(10)式可推導在 x_{fj} 位置施加點力與在 x_{aj} 位置測加速度之頻率響應函數如下：

$$\alpha_{ajf}(\omega) = \frac{\ddot{y}}{F} = -\omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{1}{L_b} \phi_n(x_{aj}) \phi_n(x_{fj})}{\rho_b b_b t_b (\omega_n^2 - \omega^2)} \quad (11)$$

壓電片：

當壓電片(piezoceramic patch)對稱貼於懸臂樑上下兩端，且上下施以反相電壓，如圖2所示。此時壓電片兩端形成等效力矩，其所造成的力量函數為可表示成(Wang and Rogers, 1991b)：

$$p(x,t) = M_{eq} [\delta'(x - x_{c1}) - \delta'(x - x_{c2})] e^{j\omega t} \quad (12)$$

其中， x_{c1} ， x_{c2} 為第 j 個壓電片兩端的位置座標； M_{eq} 為壓電片所形成的等效力矩；而此力矩分布於壓電片的兩端，則以脈衝函數的一次微分來表示。 M_{eq} 為下列參數之函數： Λ 為壓電片所產生的應變； Ψ 為有效勁度比(effective stiffness ratio)； V_c 為施加電壓； d_{31} 為壓電應變常數 (piezoelectric dielectric strain

constant)； E_c 為壓電片的楊氏係數； b_c 為壓電片的寬度； t_c 為壓電片的厚度；下標c代表壓電片。同理可推導在 x_{c1j} 、 x_{c2j} 位置之壓電片受 V_c 電壓作用與在 x_{ai} 位置加速度之頻率響應函數如下：

$$\alpha_{a_j}(\omega) = \frac{\ddot{y}}{V_c} = -\omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{1}{L_b} \frac{C_d d_{31}}{t_c} \phi_n(x_{ai}) [\phi_n(x_{c2j}) - \phi_n(x_{c1j})]}{\rho_b b_b t_b (\omega_n^2 - \omega^2)} \quad (13)$$

壓電薄膜感應器方程式

將壓電薄膜 (PVDF) 貼於懸臂樑的上方如圖2，壓電薄膜之形狀函數 (Shape function) 為：

$$\Gamma(x) = u(x - x_{p1}) - u(x - x_{p2}) \quad (14)$$

其中 x_{p1} 、 x_{p2} 為第i個壓電薄膜兩端的位置座標； $u(x)$ 為步階函數 (step function)，下標p代表壓電薄膜，則壓電薄膜的感應方程式 (Hubbard, 1987) 為：

$$q(t) = \frac{t_b + t_p}{2} b_p e_{31} \int_0^L \Gamma(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} dx \quad (15)$$

其中， t_p 為壓電薄膜的厚度； b_p 為壓電薄膜的寬度； e_{31} 為壓電場強度常數 (piezoelectric field intensity

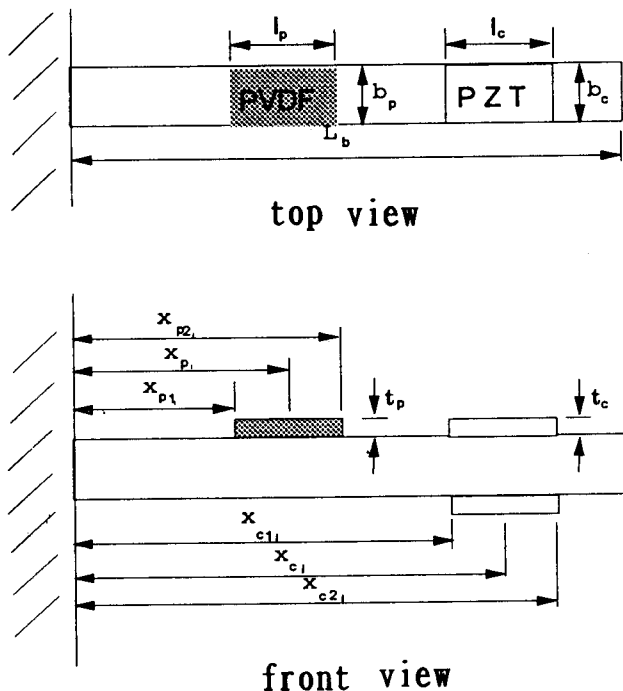


圖2. 壓電驅動器於懸臂樑上之位置圖

constant)。因為壓電薄膜有類似電容之效應，故壓電薄膜的電壓為：

$$V_p(t) = \frac{q(t)}{\epsilon A_p} t_p \quad (16)$$

其中 $V_p(t)$ 為壓電薄膜的電壓； $q(t)$ 為壓電薄膜的電量； ϵ 為壓電薄膜的電容係數 (permittivity)； A_p 為壓電薄膜的面積。壓電薄膜的電壓可改寫為：

$$V_p(t) = \frac{t_p}{\epsilon A_p} \frac{t_b + t_p}{2} b_p e_{31} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{W}_n [\phi'_n(x_{p2}) - \phi'_n(x_{p1})] \quad (17)$$

則可推導出在 x_{fj} 位置施加點力F與在 x_{p1} 、 x_{p2} 位置之壓電薄膜產生 V_p 電壓之頻率響應函數如下：

$$\alpha_{p_j} = \frac{V_p}{F} = \frac{t_p}{\epsilon A_p} \frac{t_b + t_p}{2} b_p e_{31} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{1}{L_b} [\phi'_n(x_{p2}) - \phi'_n(x_{p1})] \phi_n(x_{fj})}{\rho_b b_b t_b [\omega_n^2 - \omega^2]} \quad (18)$$

又可推導在 x_{c1j} 、 x_{c2j} 位置之壓電片受 V_c 電壓作用與在 x_{p1} 、 x_{p2} 位置之壓電薄膜產生 V_p 電壓之頻率響應函數如下：

$$\alpha_{p_j c_j} = \frac{V_p}{V_c} = \frac{t_p}{\epsilon A_p} \frac{t_b + t_p}{2} b_p e_{31} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{1}{L_b} \frac{C_d d_{31}}{t_c} [\phi'_n(x_{p2}) - \phi'_n(x_{p1})] [\phi_n(x_{c2j}) - \phi_n(x_{c1j})]}{\rho_b b_b t_b [\omega_n^2 - \omega^2]} \quad (19)$$

頻率響應函數

令 x_{c_j} 為第j個壓電片中點的位置座標， x_{p_i} 為第i個電薄膜中點的位置座標，如圖2所示， $x_{c1j} = x_{c_j} - l_c/2$ ， $x_{c2j} = x_{c_j} + l_c/2$ ， $x_{p1i} = x_{p_i} - l_p/2$ ， $x_{p2i} = x_{p_i} + l_p/2$ 。考慮比例阻尼 (proportional damping)，由 (11)、(13)、(18)、(19) 可得加速度計匹配點力作用、加速度計匹配壓電片驅動器、壓電薄膜感應器匹配點力作用、壓電薄膜感應器匹配壓電片驅動器，四種不同組合所得之頻率響應函數通式：

$$\alpha_{a_j} = \frac{\ddot{y}_{a_j}}{F_{j_j}} = -\omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i \Phi_{n_j}^* \Phi_n'}{\rho_b b_b t_b [(\omega_n^2 - \omega^2) + i 2 \zeta_n \omega_n \omega]} \quad (20)$$

$$\alpha_{aej} = \frac{j_{ae}}{V_{ej}} = -\omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i \Phi_{nj}^a \Phi_n^c}{\rho_b b_b t_b [(\omega_n^2 - \omega^2) + i 2 \zeta_n \omega_n \omega]} \quad (21)$$

$$\alpha_{n,j} = \frac{V_{nj}}{F_{jj}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i \Phi_{nj}^p \Phi_n^f}{\rho_b b_b t_b [(\omega_n^2 - \omega^2) + i 2 \zeta_n \omega_n \omega]} \quad (22)$$

$$\alpha_{n,i} = \frac{V_{ni}}{V_{ej}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i \Phi_{nj}^p \Phi_n^c}{\rho_b b_b t_b [(\omega_n^2 - \omega^2) + i 2 \zeta_n \omega_n \omega]} \quad (23)$$

中

$$i \Phi_n^a = \sqrt{\frac{1}{L_b}} \phi_n(x_a) \quad (24)$$

$$j \Phi_n^f = \sqrt{\frac{1}{L_b}} \phi_n(x_j) \quad (25)$$

$$i \Phi_n^p = \sqrt{\frac{1}{L_b}} k_p [\phi_n'(x_{p_1} + l_p/2) - \phi_n'(x_{p_1} - l_p/2)],$$

$$k_p = \frac{t_c t_b + t_c t_e b_e e_{31}}{\epsilon A} \quad (26)$$

$$j \Phi_n^c = \sqrt{\frac{1}{L_b}} k_c [\phi_n'(x_{c_1} + l_c/2) - \phi_n'(x_{c_1} - l_c/2)],$$

$$k_c = \frac{C d_{31}}{t_c} \quad (27)$$

$$\phi_n'(x) = \alpha_n [\sinh \alpha_n x + \sin \alpha_n x - \sigma_n (\cosh \alpha_n x - \cos \alpha_n x)] \quad (28)$$

(20)-(23)式為四種不同轉換器組合，所得之頻率響應函數的通式。而(24)、(25)式之 $i \Phi_n^a$ 、 $j \Phi_n^f$ 分別為加速度、點力的第n個振型的第i或j個元素，表示為懸臂樑之正交化位移振型。(26)、(27)式之 $i \Phi_n^p$ 、 $j \Phi_n^c$ 分別為壓電薄膜、壓電片的第n個振型的第i或j個元素，表示為懸臂樑之位移振型在壓電轉換器兩端的斜率差。其中加速度、點力的振型可證明具有正交性，壓電薄膜、壓電片則無正交性(Blevins, 1985)。Wang (1995)證明在簡支梁之應用時，此壓電振形恰與位移振形形成比例關係。

三、理論合成分析

實驗模態分析是利用頻率分析儀求到結構的頻率響應函數(Frequency Response Function)，再經由參數估測方法(modal parameter estimation method)得到結構之模態參數(modal parameter)。本文分別以傳統的驅

動器及感應器：衝擊錘與加速度規，以及用壓電片作為驅動器，用壓電薄膜作為感應器等四種組合，以前述理論分析求得之頻率響應函數，並利用LMS CADA-PC的curve fitting軟體，求得上述四組模態參數。

CADA-PC軟體的curve-fitting方法分為兩種，一為單自由度(SDOF)分析，另一為多自由度(MDOF)分析。其中單自由度分析，可選擇Peak picking以及Circle fitting兩種不同的法則。而多自由度分析法則是採用最小平方複數指數法(Least Square Complex Exponential method, LSCE)，來求取頻率響應函數的極點(poles)，即自然頻率；並且使用最小平方頻率域法(Least Square Frequency Domain method, LSFD)，來求取頻率響應函數的餘數(Residues)，即振型的乘積。而本文則是採用多自由度(MDOF)法作分析。

另外，CADA-PC軟體還有一項資料傳送(Data Porting)的功能，可將用數值方法所求得的頻率響應函數理論值，透過Universal file輸入軟體中作curve-fitting，而求得一組模態參數。本文將利用CADA-PC軟體此一功能，以評估壓電轉換器於實驗模態分析之可行性。

四、結果與討論

數值模擬分析以鋼片長為0.3m，寬為0.04m，厚度為0.002m；將懸臂樑於長度方向分成15格，幾何形狀如圖3所示，其物理性質如表1。表2則列出壓電片與壓電薄膜之材料性質。由懸臂樑的自由振動分析之(5)式可得出懸臂樑之自然頻率，表3為數值分析所得前十模態之自然頻率。前四個自然頻率分別為18.4Hz，115.3Hz，

表1. 懸臂樑之材料性質

材料	鋼
長度(L)	0.3m
寬度(b)	0.04m
厚度(h)	0.002m
密度(ρ)	7870 kg/m ³
楊氏係數(E)	207 × 10 ⁹ N/m ²

表2. 壓電材料性質

壓電片	壓電薄膜
$E_c = 63 \times 10^{10} (N/m^2)$	$E_p = 2 \times 10^9 (N/m^2)$
$\rho_c = 7650 (kg/m^3)$	$\rho_p = 1800 (kg/m^3)$
$\nu_c = 0.28$	$\nu_p = 0.33$
$d_{31} = d_{32} = 166 \times 10^{-12} (m/V)$	$e_{31} = 54 \times 10^{-3} (C/m)$
$t_c = 1.905 (mm)$	$t_p = 28 \times 10^{-6} (m)$
	$\epsilon = 106 \times 10^{-12} (F/m)$

表3. 數值分析前十模態之自然頻率

模態數	自然頻率(Hz)
1	18.411
2	115.377
3	323.058
4	633.064
5	1046.501
6	1563.291
7	2183.440
8	2906.946
9	3733.812
10	4664.034

323.0Hz及633.0Hz。在推求頻率響應函數通式(20)~(23)式，考慮系統為結構阻尼，在此數值分析中假設其所有模態阻尼比值為 $\zeta_n = 0.01, n = 1, 2, \dots, N$ ，在數值分析模擬中，假設 $N = 15$ ，可以得到相當準確之收斂性。

理論振型分析

由(24)、(25)兩式可得加速度計與點力之振形，恰為懸臂樑之位移振型，而且具有正交化性。而壓電轉換器中，壓電薄膜之振形(26)式與壓電片之振形(27)式，皆為懸臂樑在轉換器兩端之斜率差振型，唯振幅不同。圖4即為數值分析所得傳統轉換器的前四個模態之正交化位移振型。圖5即為數值分析所得壓電轉換器的前四個模態之斜

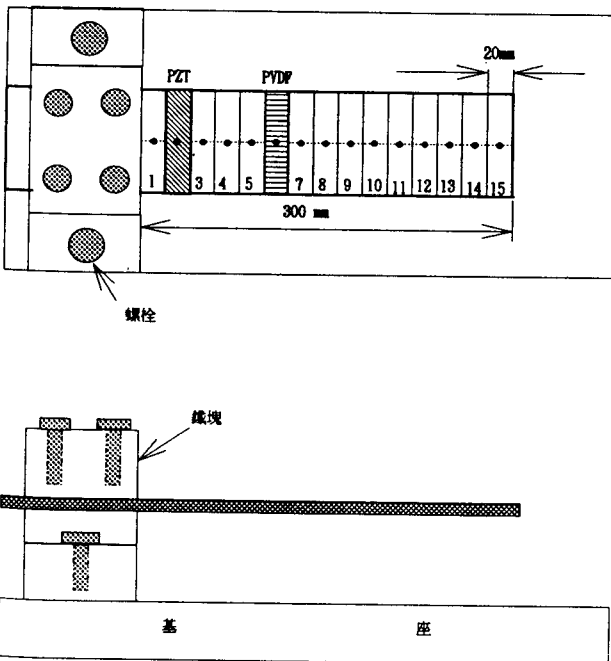


圖3. 實驗模擬之懸臂樑

Acc./Point Force

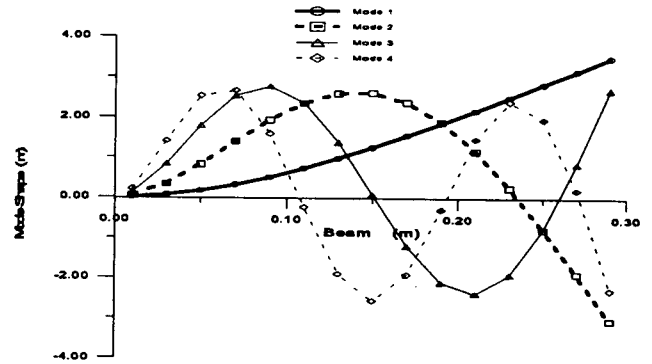


圖4. 數值分析所得傳統轉換器前四模態之振型

PVDF/PZT

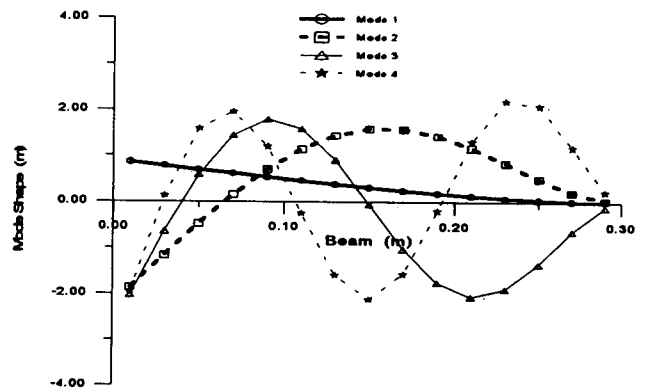


圖5. 數值分析所得壓電轉換器前四模態之振型

率差振型，其節點特性與傳統轉換器相同；但其固定端之振幅最大，而自由端之振幅最小，與傳統轉換器相反，恰成鏡像映射(mirror image)。在此特別說明的是，圖4所示為加速度計及點力之振型，代表樑之位移振型；而圖5所示為壓電薄膜及壓電片之振型，代表樑在壓電轉換器兩端之斜率差振型。

頻率響應函數

從(20)式到(23)式，可求出懸臂樑分別以加速度計匹配點力作用、加速度計匹配壓電片驅動器、壓電薄膜感應器匹配點力作用、壓電薄膜感應器匹配壓電片驅動器，四種不同轉換器組合所得之頻率響應函數。所分析的頻寬為0~800(Hz)。圖6(a)~6(d)為此四種不同轉換器之同點頻率響應函數(Point FRF)，令感應器置於第二點，驅動器亦置於第二點。圖7(a)~7(d)為此四種不同轉換器之轉換頻率響應函數(Transfer FRF)，令感應器置於第12點，驅動器則置於第二點。由圖6之同點頻率響應函數，可看出其反共振點(anti-resonance)，皆緊接共振點(resonance)之後出現，即波峰其後必有反尖峰出現。而由圖7之轉換頻率響應函數，可看出其反共振點不一定會形成。

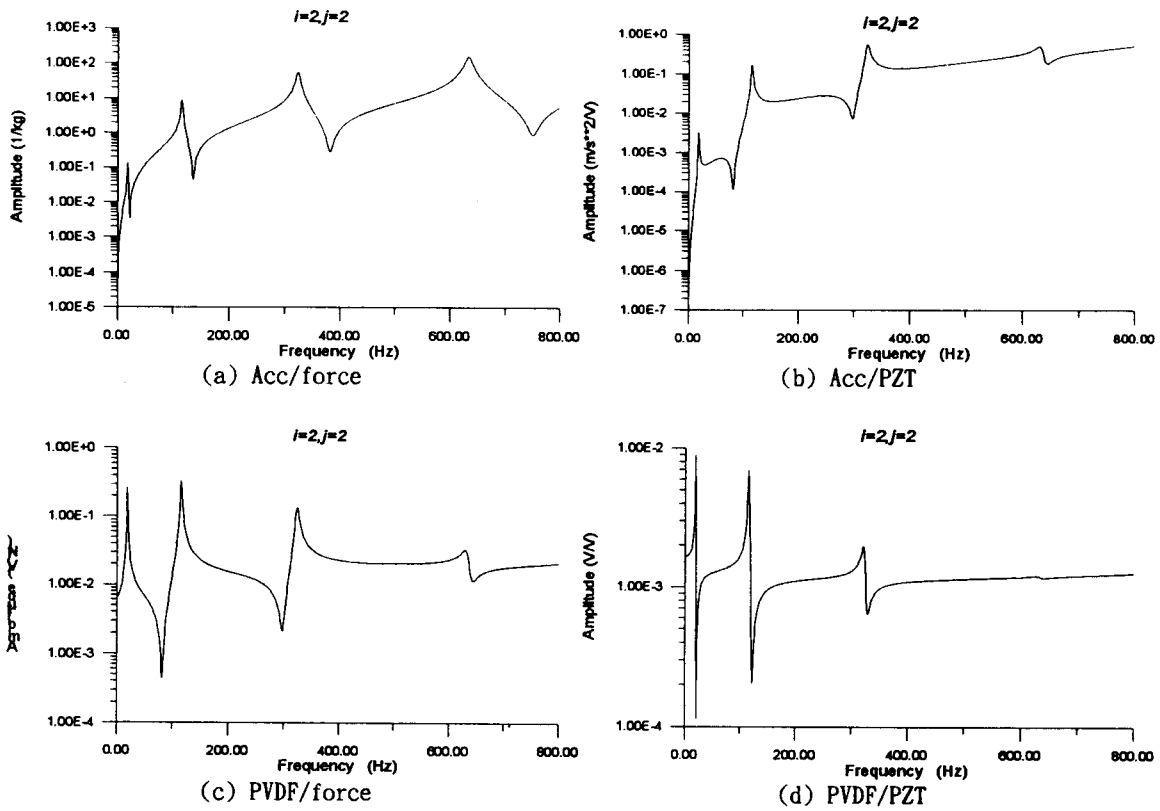


圖6. 理論分析之頻率響應函數(i=2, j=2)

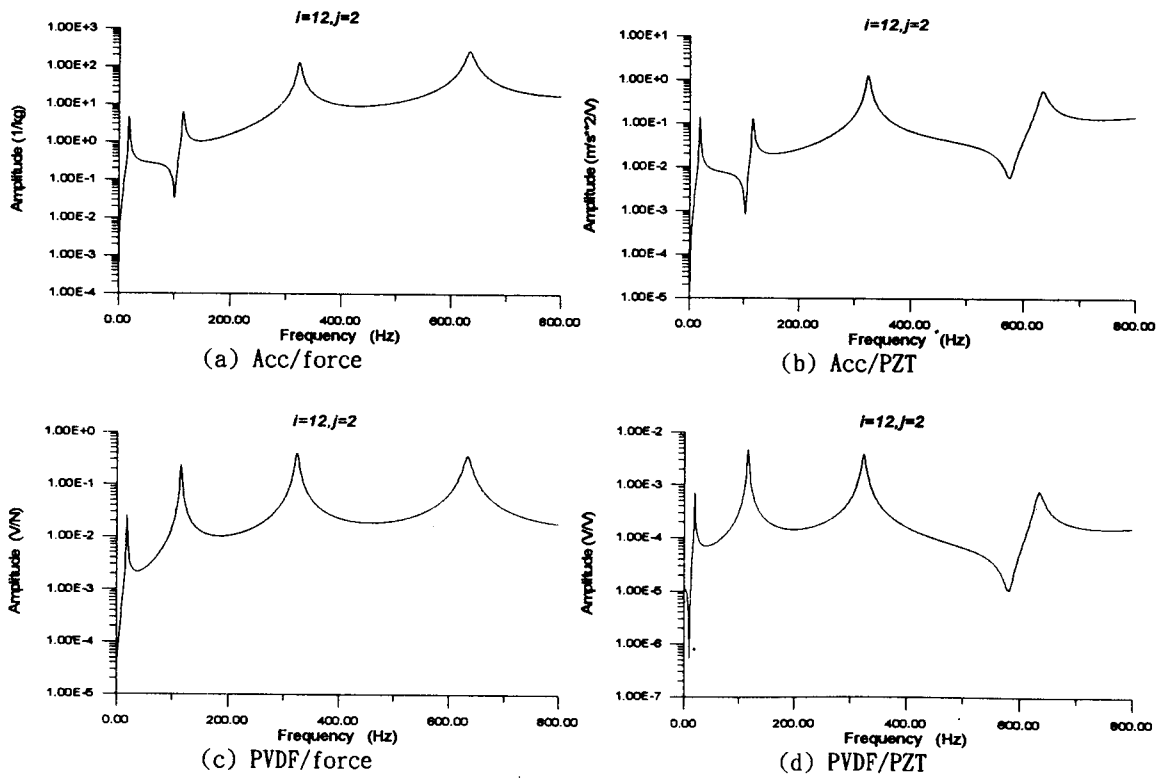


圖7. 理論分析之頻率響應函數圖 (i=12, j=2)

表4. 理論分析與CADA-PC軟體合成分析之自然頻率(Hz)比較

	第一模態 自然頻率	第二模態 自然頻率	第三模態 自然頻率	第四模態 自然頻率
理論分析	18.411	115.377	323.058	633.064
軟體合成分析 Acc/force	18.422 (0.062%)	115.372 (-0.004%)	323.041 (-0.053%)	632.938 (-0.019%)
軟體合成分析 Acc/PZT	17.411 (-5.429%)	114.371 (-0.872%)	322.057 (-0.310%)	632.031 (-0.872%)
軟體合成分析 PVDF/force	17.420 (-5.383%)	114.371 (-0.872%)	323.063 (-0.002%)	632.031 (-0.163%)
軟體合成分析 PVDF/PZT	17.406 (-5.495%)	114.373 (-0.870%)	323.043 (-0.005%)	632.028 (-0.164%)

數值方法配合 CADA-PC軟體合成之結果

以數值方法所求得的四種組合之頻率響應函數理論值，分別輸入CADA-PC軟體中作curve-fitting，可求得系統之模態參數，包括自然頻率、振型、阻尼。以下則分別作比較討論。

自然頻率比較

表4列出理論分析與數值方法配合CADA-PC軟體合成分析所得之前四個模態自然頻率，除了應用壓電轉換器在第一個模態誤差達5%外，其餘三個自然頻率，皆與數值分析所求出的結果相當接近。綜合以上之比較，應用任意四組轉換器之匹配於結構實驗模態分析，均應可以成功地預測到自然頻率。

阻尼比較

表5為數值方法配合CADA-PC軟體合成分析所得之前四個模態阻尼比與理論假設值之比較，軟體合成分析所求得的阻尼比相當接近1%之假設值，誤差在5%以內，因此可說明，以任意四組轉換器之匹配於結構實驗模態分析，均應可以成功地預測到阻尼比。

表5. 理論分析與CADA-PC軟體合成分析之阻尼比比較

模態數	理論分析 (假設值)	CADA-PC 軟體合成 分析 (Acc/force)	CADA-PC 軟體合成 分析 (Acc/PZT)	CADA-PC 軟體合成 分析 (PVDF/force)	CADA-PC 軟體合成 分析 (PVDF/PZT)
1	1.00%	0.95%	1.04%	1.03%	1.01%
2	1.00%	1.00%	1.01%	1.01%	1.01%
3	1.00%	1.00%	1.00%	1.01%	1.00%
4	1.00%	1.01%	1.01%	1.02%	1.01%

振型比較

以加速度計為感應器匹配衝擊錘為驅動器 (Acc./Point force)，配合CADA-PC軟體合成分析所得之

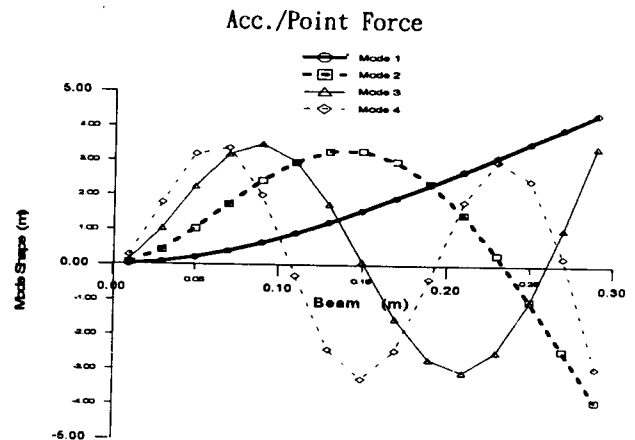


圖8. CADA-PC軟體合成所得前四模態之振型 (Acc./Point Force)

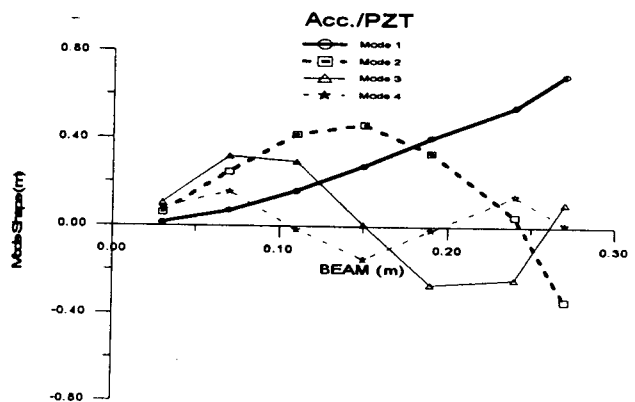


圖9. CADA-PC軟體合成所得前四模態之振型 (Acc./PZT)

懸臂樑前四個模態之振型如圖8，可看出此四個振型，曲線皆平滑，類似圖4所示之傳統轉換器振型，也就是懸臂樑之位移振型，此為傳統之實驗模態分析，與預料中完全吻合。圖9顯示以加速度計為感應器匹配壓電片為驅動器(Acc./PZT)，配合CADA-PC軟體合成分析所得之懸臂樑前四個模態之振型，可看出此四個振型，因僅分析其偶數點，即7個點，故振型曲線不若圖8平滑，但其節點特性與加速度計匹配衝擊錘組合(Acc./Point force)相同。值得注意的是，分析過程中均假設驅動器固定，變化感應器位置，以便取一系列頻率響應函數做曲線嵌合，因此以加速度計為感應器必可得到位移振型。

以壓電薄膜為感應器匹配衝擊錘為驅動器(PVDF/Point force)，假設點力固定，而分別度量偶數位置之壓電薄膜響應，可得到一組頻率響應函數，配合CADA-PC軟體做曲線嵌合分析所得之懸臂樑前四個模態之振型如圖10，此四個振型壓電薄膜振型，即壓電轉換器兩端之斜率差振型，與圖5所示之理論振型相吻合，唯由於取的點數較少，因此曲線較不平滑。若以壓電薄膜為感應器匹配壓電片為驅動器(PVDF/PZT)，假設壓電片固定，而

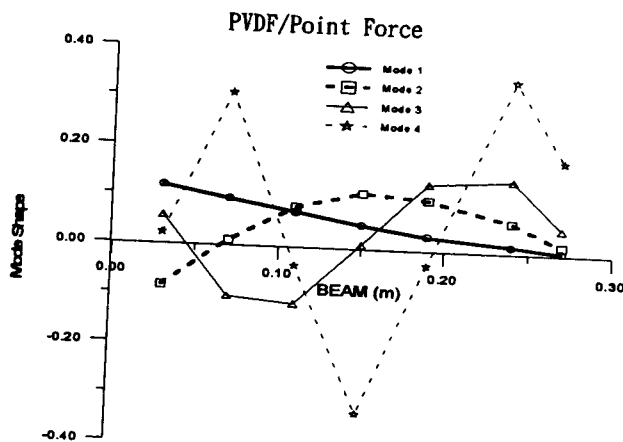


圖10. CADA-PC軟體合成所得前四模態之振型(PVDF/Point Force)

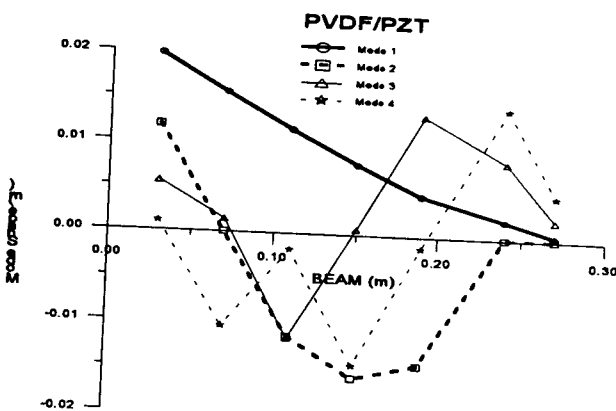


圖11. CADA-PC軟體合成所得前四模態之振型(PVDF/PZT)

分別度量偶數位置之壓電薄膜響應，也可得到一組頻率響應函數，配合CADA-PC軟體做曲線嵌合分析所得之懸臂樑前四個模態之振型如圖11，此四個振型仍為壓電轉換器兩端之斜率差振型，

五、結論

本文考慮了以加速度計與壓電薄膜為感應器，以及以點力與壓電片為驅動器之四種組合，作懸臂樑之實驗模態分析之可行性分析，首先推導了四種組合之頻率響應函數，並分別定義四種感應器與驅動器之振型，以數值方法求得一組頻率響應函數，並以多自由度之模態擷取方法，做曲線嵌合分析，任意四組之轉換器組合均可得到自然頻率及阻尼，以點式轉換器如加速度計，可成功地得到位移振形，若以壓電轉換器，將可得到斜率差振型，當考慮懸臂樑時，此斜率差振型又與位移振型成鏡像映射關係。本文證明了以壓電轉換器作懸臂樑實驗模態分析之可行性，將來可進一步做實驗驗證，並可推廣至其它結構之應用。

六、參考文獻

- Bailey, T. and Hubbard, J. E., "Distributed Piezoelectric-Polymer Active Vibration Control of a Cantilevered Beam," *Journal of Guidance Control*, Vol.6, pp. 605-611 (1986).
- B&K Inc., *Multichannel Analysis System Type 3550 Documentation*(1992).
- Blevins, R. D., *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*, Robert E. Krieger, Fla. (1985).
- Charette, F., Guigou, C., Berry, A., and Plantier, G., "Asymmetric Actuation and Sensing of a Beam Using Piezoelectric Materials," *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 96, pp. 2272-2283 (1994).
- Clark, R. L., Fuller, C. R., and Wicks, A., "Characterization of Multiple Piezoelectric Actuators for Structural Excitation," *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 90, pp. 346-357 (1991).
- Clark, R. L. and Fuller, C. R., "A Model Reference Approach for Implementing Active Structural Acoustic Control," *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 92, pp. 1534-1544 (1992a).
- Clark, R. L. and Fuller, C. R., "Modal Sensing of Efficient Acoustic Radiators with PVDF Distributed Sensors in Active Structural Acoustic Approaches," *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 91, pp. 3321-3329 (1992b).

- Clark, R. L., Burdisso, R. A., and Fuller, C. R., "Design Approaches for Shaping Polyvinylidene Fluoride Sensors in Active Structural Acoustic Control (ASAC)," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 4, pp. 354-365 (1993).
- Collins, S. A., Padilla, C. E., Notestine, R. J., von Flotow, A. H., Schmitz, E., and Ramey, M., "Design, Manufacture, and Application to Space Robotics of Distributed Piezoelectric Film Sensors," *Journal of Guidance Control*, Vol. 15, pp. 396-403 (1992).
- Crawley, E. F. and de Luis, J., "Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures," *AIAA Journal*, Vol. 25, pp. 1373-1385 (1987).
- Dimitriadis, E. K., Fuller, C. R., and Rogers, C. A., "Piezoelectric Actuators for Distributed Vibration Excitation of Thin Plate," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 113, pp. 100-107 (1991).
- Ebersbach, P. and Irretier, H., "On the Application of Modal-parameter Estimation Using Frequency-domain Algorithms," *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 4, pp.109-116 (1989).
- El-Deeb, K. M. M. and Royles, R. , "Modal Examination of an Echinodome," *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 7, pp.51-63 (1992).
- Gibbs, G. P. and Fuller, C. R., "Excitation of Thin Beams Using Asymmetric Piezoelectric Actuators," *Journal of Acoustical Society of America*, Vol 92, pp. 3221-3227 (1992).
- Han, S. and McConnell K. G., "The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 6, pp.147-159 (1991).
- Hubbard, J. E., "Distributed Sensors and Actuators for Vibration Control in Elastic Components," *Noise-Con 87*, Vol. pp. 407-412 (1987).
- Im, S. and Atluri, S. N., "Effects of a Piezo-Actuator on a Finitely Deformed Beam Subjected to General Loading," *AIAA Journal*, Vol. 27, pp. 1801-1807 (1989).
- Lee, C. K. and Moon, F. C., "Modal Sensors/Actuators," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 57, pp. 434-441 (1990).
- Lester, H. C. and Lefebvre, S., "Piezoelectric Actuator Models for Active Sound and Vibration Control of Cylinders," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol.4, pp.295-306 (1993).
- LMS Inc., *LMS CADA-PC User Manual* (1993).
- Meirovitch, L., *Elements of Vibration Analysis*, McGraw-Hill Book Company (1986).
- Pennwalt Coporation, *Piezo Film Sensor Application Notes* (1990)
- Piezo Systems Inc., *Product Catalog* (1990)
- Song, S. H. and Koss, L. L., "Dynamic Characteristics of an Oil Ball Damper," *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 8, pp.263-283 (1993).
- Sriram, P., Craig, J. I., and Hanagud, S., "A Scanning Laser Doppler Vibrometer for Modal Testing," *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 5, pp.155-167 (1990).
- Sun, F. P., Liang, C., and Rogers, C. A., "Experimental Modal Testing Using Piezoceramic Patches as Collocated Sensor-Actuators," *Proceedings of the 1994 SEM Spring Conference and Exhibits*, Vol. pp. 871-879 (1994).
- Wang, B. T. and Rogers, C. A., "Laminate Plate Theory for Spatially Distributed Induced Strain Actuators," *Journal of Composite Materials*, Vol. 25, pp. 433-452 (1991a).
- Wang, B. T. and Rogers, C. A., "Modeling of Finite-Length Spatially Distributed Induced Strain Actuators for Laminate Beams Structures," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 2, pp. 38-58 (1991b).
- Wang, B. T., Fuller, C. R., and Dimitriadis, E. K., "Active Control of Structurally Radiated Noise Using Multiple Piezoelectric Actuators," *AIAA Journal*, Vol. 29, pp. 1802-1809 (1991).
- Wang, B. T., "Active Control of Far-Field Sound Radiation by a Beam: Physical System Analysis," *Smart Materials Structures*, Vol. 3, pp. 476-484 (1994).
- Wang, B. T., "Characterization of Transfer Functions for Piezoceramic and Conventional Transducers," *ACTIVE-95* (1995).
- Worden, K., Wright, J. R., Al-Hadid, M.A., and Mohammdd, K. S., "Experimental Identification of Multi Degree-of-freedom Nonlinear Systems Using Restoring Force Methods," *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 9, pp.35-55 (1994).
- Wright, J. R. and Al-Hadid, M. A., "Sensitivity of the Force-State Mapping Approach to Measurement Errors," *The*

International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 6, pp.89-103 (1991).

Young, A. J. and Hansen, C. H., "Control of Flexural Vibration in a Beam Using a Piezoceramic Actuator and an Angle Stiffener," Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 5, pp.536-549 (1994).

Zhang, P. Q., Wang, Q. M., Wu, X. P., and Huang, T. C., "Experimental Modal Analysis of Miniature Objects by Optical Measurement Technique," The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 7, pp.243-253 (1992).

Feasibility Analysis of Using Piezoceramic Transducers for Cantilever Beam Modal Testing

Bor-Tsuen Wang
Chung-Chei Wang

Department of Mechanical Engineering
National Pingtung Polytechnic Institute

Abstract

This paper presents theoretical analysis for the application of piezoceramic transducers to modal testing of a cantilever beam instead of conventional transducers. Four sets of sensors and actuators, including accelerometer/point force, accelerometer/PZT, PVDF/point force and PVDF/PZT, are considered. The frequency response functions for the four sets of sensors and actuators are first derived. A row of frequency response functions is then obtained based on the theoretical formulation. A curve-fitting algorithm is then applied to extract the modal parameters, such as natural frequencies, mode shapes and damping ratios. Results show that any set of sensor/actuator can successfully determine natural frequencies and damping ratios. Point types of transducers result in the displacement mode shapes, while piezoceramic transducers gives the mode shapes of the slope difference between the edges of piezoceramic transducers. The paper provides the theoretical base of applying piezoceramic transducers to experimental modal analysis and numerically supports the feasibility of cantilever beam modal testing by using piezoceramic transducers.

Keyword : piezoceramic transducers , modal testing , cantilever beam