

高爾夫球木桿之模態分析

¹王栢村 ²吳國禎

¹國立屏東科技大學機械工程系教授

²國立屏東科技大學機械工程系碩士班研究生

E-mail: wangbt@mail.npust.edu.tw

摘要

本文探討單獨球頭與完整高爾夫球桿之振動特性，分別對整支球桿與單獨球頭進行有限元素分析，由所得的模態參數來判斷其兩者間有何差異及關聯性，結果顯示，在對應到的模態自然頻率百分比差大概在 14% 左右。並也對一高爾夫球木桿作振動模態分析，分別對三種握把處不同邊界狀態，自由、固定與彈簧等邊界進行分析，經模態分析後可求得各個狀態的模態參數，如自然頻率與模態振型。並解釋各模態的振型所代表的物理意義。並找出彈簧與自由、固定等邊界三者之間的關係，結果顯示當彈簧邊界之彈簧常數很大時會趨近於固定邊界狀態，若其值很小時，則會趨近於自由邊界狀態。因此可藉由分析模型預測實際握桿狀態。

關鍵詞：有限元素分析、模態參數、模態分析、自由邊界、固定邊界、彈簧邊界。

1. 前言

在一場高爾夫球比賽中，開球往往決定了輸贏的一半，開球開地愈好，贏球的機率就大大的增加，所以選手們對於球桿品質的要求也愈來愈高。世界高球明星 Tiger Woods 就是一個以開球出色聞名的選手，他開球的距離大多在 400 碼左右，這也是他之所以能縱橫高球球場的原因。開球所使用的高爾夫球桿為 1 號木桿 (Driver)，也是本報告所分析的球桿。希望藉由此報告以客觀的數據與分析資料，為高爾夫球選手往後選取球桿的一項依據。

在關於高爾夫球桿的開發與研究上，有許多的相關文獻，王和黃[1]主要是對相同高爾夫球桿與握把而不同球頭之完整高爾夫球桿進行有限元素分析與實驗模態分析，分別求取模態參數，並由其所的模態參數判斷球桿的品質與確定有限元素模型的可行性。王和黃[2]此文是對一高爾夫球鐵桿進行有限元素分析與實驗模態分析，分別求取模態參數與頻率響應函數。在有限元素方面架構三種有限元素模型進行模態分析，並與實驗模態分析所求得的模態參數比較，在進行有限元素模型的修正，亦在進行簡諧分析求取頻率響應函數並與實驗所求得的進行比較驗證，以確立有限元素模型的可行性，可作為往後各種球桿分析之參考。徐[3]此報告中第四章球頭振動特性分析及品質探討，對一高爾夫球頭進行有限元素分析與實驗模態分析，分別求得模態參數，並做比較驗證，確定球頭有限元素模型的適用性。另外，由模態振型來計算高爾夫球頭的打擊面能量大小，來探討高爾夫球頭打擊面振動能指標，未來可在球頭設

計上，探討改變球頭幾何形狀與機械性質對球頭振動特性得影響。王等人[4]是以等向性材料來作探討以求得碳纖維高爾夫球桿之楊氏係數與浦松比。以單自由度對球桿作實驗模態分析(EMA)，在與立體元素架構球桿之有限元素分析求得的模態參數做比較，吻合後，在以 ANSYS 分析軟體作等向性材料最佳化分析，如此便得知材料的楊氏係數與浦松比。璩等人[5]主要是對高爾夫球木桿進行有限元素分析與實驗模態分析，分別求取模態參數，並利用模態振型來定義甜蜜區，並說明如何在實驗模態分析中求得甜蜜區的範圍。劉等人[6]對單獨高爾夫球桿形有限元素分析與實驗模態分析，分別求取模態參數與頻率響應函數，之後進行有限元素模型得驗證。再進行球桿材料性質的設定，並以有限元素所求得的材料性質作最佳化分析。甜蜜區的求得是對一高爾夫球桿進行模態分析，求取模態參數與其節點位置，並利用節點來界定球頭甜蜜區的範圍。

本報告是利用振動模態分析，對單獨球頭與完整高爾夫球桿進行分析，由分別所得的模態參數，包括自然頻率、振型等，作進一步的比較，找出其對應的模態，並解釋其物理意義。也對三種不同握把處邊界條件之高爾夫球桿進行有限元素分析，探討三種不同握把處邊界條件高爾夫球桿的振動特性，並討其各模態的物理意義。如此，可更進一步的認識高爾夫球桿，也對未來在進行高爾夫球的研發工作有所幫助。

2. 問題定義與分析目標

本文取一典型高爾夫球木桿，其幾何模型如圖 1 所示，圖 1(a)為球頭、型號為 OM136，圖 1(b)為整支球桿，球桿之材料與幾何性質如表 1(a)、(b)、(c)所示，分別為球頭、碳纖維桿及握把之相關參數。

為了解一高爾夫球木桿之振動模態特性參數特性，本文擬分析：

- (1) 單獨球頭之振動模態特性。
- (2) 整支球桿之振動模態特性，考慮握把處三種不同邊界條件：自由、固定與彈簧等邊界。

經由以上分析，進而比較探討：

- (1) 球頭組桿前後，振動模態之差異，以提供球頭設計之參考。
- (2) 不同握把處邊界條件下，對整支球桿振動模態之影響，以其了解實際握桿之球桿振動模態特性。

3. 有限元素分析

本文是採用套裝軟體 ANSYS 對高爾夫球木桿進行有限元素分析，並將 Pro/E 繪製球桿之幾何模型轉入 ANSYS。使用元素形式為 ANSYS 軟體所提供的線性殼元素(shell63)，由於是採用殼元素，故僅是以高爾夫球桿實體的中性面表示，並忽略其球頭內的肋的特徵，元素分割先採用每個元素分割成 5mm，之後依序球頭、球桿與握把處逐一分割，使用 FREE MESH 的分割方式。單獨球頭及整支球桿之有限元素模型分別如圖 2(a) 及 2(b)。進行振動模態分析可求得其理論自然頻率及模態振型。

為探討整支球桿不同握把處邊界條件對其模態參數之影響，考慮以下三種邊界：

- (1)自由邊界：有限元素模型如圖 2(b)所示，無位移限制條件設定。
- (2)固定邊界：握把處之有限元素模型如圖 3(a)，在取兩個圓環所有節點的自由度 u 、 v 、 w 、 θ_x 、 θ_y 、 θ_z 等於零。
- (3)彈簧邊界：握把處之有限元素模型如圖 3(b) 所示，在與固定邊界相同位置取出上下左右四個點，加上三維線性及旋轉彈簧元素 (COMBIN 14)，其彈簧常數分別為 K_L (N/m) 及 K_θ (N-m/rad)，以期模擬實際握把之狀態。

4. 結果與討論

4.1 單獨球頭與整支球桿之模態特性比較

分別對完全自由邊界之單獨球頭及整支球桿進行模態分析，可分別求得其自然頻率及對應之模態振型，表 2 為單獨球頭與整支球桿在球頭部分有對應模態振型之比較表，討論如下：

- (1)就模態數而言，在相同頻率頻率範圍內，整支球桿之模態數明顯比單獨球頭高許多，此乃整支球桿多了碳纖維桿之影響。
- (2)表 2 所對應之模態，反映出球頭部分之振型幾乎相似，而且球桿處之振幅很小，可斷定表中整支球桿之模態即為對應於單獨球頭模態，而自然頻率差異在 13-14.6% 之間。
- (3)單獨球頭與整支球桿自然頻率之差異乃在碳纖維桿，所以，單獨球頭在組桿後自然頻率會向下偏移 13% 左右，此點對球頭設計提供了重要的訊息。

4.2 整支球桿握把處不同邊界之模態特性差異

本節將探討整支球桿在握把處不同邊界，包括自由、固定與彈簧等邊界之模態特性。彈簧邊界之彈簧係數分別取 $K_L = 10$ 、 1200 、 10×10^9 、 10×10^{25} 、 10×10^{27} (N/m)， K_θ 取相同數值，但其單位為 (N-m/rad)，表 3 為握把處三種邊界整支球桿之自然頻率之比較表，討論如下：

- (1)自由邊界整支球桿有 6 個剛體模態，第 7 個模態起為撓性體模態，最低撓性體模態自然頻率為 60Hz 左右。固定邊界之最低自然頻率為 10Hz

左右。

- (2)理論上，在彈簧邊界中，所輸入的 K_L 與 K_θ 值愈小其為愈趨近於自由邊界狀態。如表 3 所示，由於前 6 個模態為剛體模態所以不納入考慮，輸入 $K_L = 10$ (N/m) 與 $K_\theta = 10$ (N-m/rad)，兩者自然頻率都非常相近，差距都在 0.4Hz 以內，第 21 模態之後之乎完全一樣。而且兩者模態振型的比較，其振型也對應的非常好。

- (3)固定邊界與彈簧邊界 $K_L = 10 \times 10^{25}$ (N/m) 與 $K_\theta = 10 \times 10^{25}$ (N-m/rad) 自然頻率與振型的比較，其自然頻率誤差在 -0.02319~2.72403% 之間，誤差非常小。但理論上應該是要全部的模態要相等，在此僅對應了 31 個模態，原因可能為在連接彈簧元素 (COMBIN 14) 時只取上下左右 4 個點，並無將整個圓環有所節點連接，可能是造成誤差的原因。

為進一步比較自由與固定邊界球桿之振動特性，表 4 為兩者相對應模態自然頻率的比較，表 5 則為其對應之模態振型，綜合討論如下：

- (1)在低頻率之前的數個模態振型，由於握把處邊界之差異並無對應，故未顯示於表中。
- (2)由表 5 可觀察出，自由與固定邊界在高模態數時，其模態振型對應相當吻合。
- (3)由表 4 可看出在第 6、7 個彎曲模態，兩種邊界之自然頻率差異載 6~8% 左右，在第 9 個彎曲模態，其自然頻率則幾乎相近，因此可推論實際握桿時之影響，主要在 4000Hz 以下。

由以上討論，可知不同邊界狀況對整支球桿振動特性之影響，實際握桿狀態應介於自由與固定邊界之間，此須進一步實驗確認。

5. 結論

本文是以套裝軟體 ANSYS 進行有限元素分析，對一單獨球頭與三種不同握把處邊界高爾夫球桿進行振動模態分析，得知單獨球頭在與碳纖維桿組桿後，其自然頻率會下降 13% 左右。並且確定實際握桿時的狀態，應介於自由邊界與固定邊界之間，但實際的握把情況並未清楚，須未來進一步的確定。在本文當中所使用的有限元素模型僅是面架構，並非為體架構，高爾夫球頭內有許多肋的特徵並無考慮進去，還有球桿在本文是以等向性材料來設定，以後應設定成正向性材料才符合原本球桿的材料性質。上述是本文為涵蓋到的範圍，若以後要更進一步的作分析，要能確實涵蓋進去，使分析的結果與實際更為接近。

6. 誌謝

感謝大田精密機械股份有限公司，提供高爾夫球桿相關資料，得以完成本報告。

7. 參考文獻

[1] 王栢村，黃瑞光，2000，「不同球頭之高爾夫球桿振動特性及品質探討」，*中華民國振動與噪音工程學會 第八屆學術研討會*，屏東縣，第 209-216 頁。

[2] 王栢村，黃瑞光，2000，「高爾夫球桿振動模態參數之測定」，*中華民國力學學會第二十三屆全國力學會議論文集*，新竹市，第 457-464 頁。

[3] 徐川洋，2002，「高爾夫球桿品質指標之評估與探討」，*碩士論文*，國立屏東科技大學。

[4] 王栢村，洪研庭，劉文全，2003，「碳纖維高爾夫球桿材料機械性質探討」，*中華民國振動與噪音工程學會第十一屆學術研討會*，基隆，第 63~69 頁。

[5] 璩春暉，蔡鋒儒，劉建志，2002，「高爾夫球木桿振動品質特性」，*2002 年國立屏東科技大學論文集*，國立屏東科技大學機械工程系，第 12-1~12-11。

[6] 劉健鋒，黃必偉，劉立晟，2001，「高爾夫球桿振動品質指標之探討」，*2001 年國立屏東科技大學論文集*，國立屏東科技大學機械工程系，第 16-1~16-16 頁。

[7] 邱佑宗，1998，「高爾夫球頭甜區計算」，*中華民國第廿二屆全國力學會議論文及*，台南市，第 395-400 頁。

[8] 謝裕忠，1995，「高爾夫球頭電腦輔助分析技術概論」，*工業材料*，第 104 期，第 114-126 頁。

[9] Okubo, N., and Simada, M., 1990, "Application of CAE (Computer Aided Engineering) to Golf Club Dynamics," *Proceedings of the First World Scientific Congress of Golf 9-13*, pp.270-273.

[10] Iwata, M., Okuto, N., and Satoh, F., 1990, "Application of CAE (Computer Aided Engineering) to Golf Club Dynamics," *Proceedings of the First World Scientific Congress of Golf 9*, pp.274-279.

[11] Van Gheluwe, B., Deporte, E., and Ballegeer, K., 1990, "The Influence of the Use of Graphite Shaft on Golf Performance and Swing Kinematics," *Proceedings of the World Scientific Congress of Golf 9-13th*, pp.258-263.

Modal Analysis of Golf Club Wood Driver

Bor-Tsuen Wang, Guo-Zhen Wu
Department of Mechanical Engineering
National Pingtung University of Science and Technology
E-mail: wangbt@mail.npust.edu.tw

Abstract

This paper studies vibration characteristics of golf club head and a whole golf club wood driver, respectively. Finite element analysis is performed to obtain modal parameters of both the golf club and its head, respectively. Results show that the golf club with the fiber composite shaft decreases about 14% of natural frequencies in comparison to the golf club head. The golf club in three types of boundary conditions, i.e., free-free, free-fixed and free-spring, is also analyzed to compare their modal frequencies and mode shapes. The physical interpretations of mode shapes are described. When the spring constants at spring end approach to zero, the golf club act just like a free-free boundary. On the contrary, for the spring constants approaching to infinity, the modal characteristics of the golf club are similar to those of the free-fixed boundary. The realistic boundary condition for grips can be fell between the free-free and free-fixed boundary conditions. The modal properties of golf club in grips condition can then be predicted.

Keywords: finite element analysis, modal parameters, modal analysis, free-free, free-fixed, free-spring

表 1、高爾夫球木桿之材料與幾何性質
(a)、球頭

楊氏係數 (N/m ²)	73.565×10 ⁹
浦松比	0.27014
密度 (kg/m ³)	4730
球頭厚度(mm)	2.6

(b)、碳纖維球桿

總長(mm)	1017
楊氏係數 (N/m ²)	60.875×10 ⁹
浦松比	0.3
密度 (kg/m ³)	1556
無握把長度 (mm)	817
無握把最小直徑(mm)	4.3
無握把最大直徑(mm)	12
球桿厚度(mm)	2

表 1、高爾夫球木桿之材料與幾何性質(續)
(c)、握把

握把長度(mm)	200
握把最大直徑(mm)	16
握把最小直徑(mm)	14
握把處密度(kg/m ³)	2000
握把厚度(mm)	4

表 2、單獨球頭與整支球桿之自然頻率與模態振型之對應表






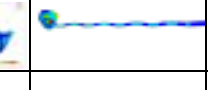

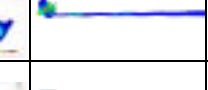



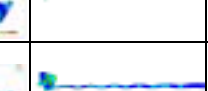





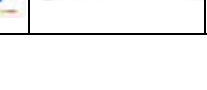
模態數	單獨球頭		整支球桿			自然頻率誤差(%)
	自然頻率(Hz)	模態振型	模態數	自然頻率(Hz)	球桿模態振型	
7	3910.07		26	3375.7		13.67
11	5701.80		36	4904.8		13.97
12	6319.69		37	5404.8		14.47
14	7635.95		41	6515.2		14.67
17	8463.60		48	7243.6		14.41
18	8684.26		49	7462.8		14.06
22	9695.39		56	8322.2		14.16
27	11006.72		63	9544.3		13.2
30	11617.69		69	9911.6		14.68

表 3、彈簧邊界不同 K_L (N/m) 值與彈簧邊界與自由邊界的自然頻率(Hz)的比較

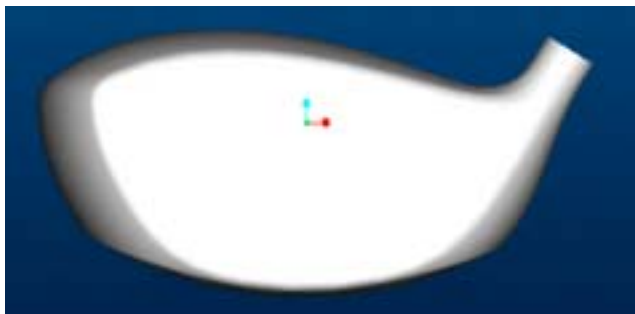
模態數	自由邊界	彈簧邊界 K_L (N/m) 及 K_θ (N-m/rad)					固定邊界
		$K_L = 10$		$K_L = 10 \times 10^9$		$K_L = 10 \times 10^{25}$	
		$K_\theta = 10$	$K_\theta = 1200$	$K_\theta = 10 \times 10^9$	$K_\theta = 10 \times 10^{25}$	$K_\theta = 10 \times 10^{27}$	
1	0	2.21E-03	1.33E-03	5.59E-04	10.668	10.668	10.794
2	1.12E-03	0.18244	0.57634	10.654	10.798	10.799	10.841
3	8.53E-03	0.91451	3.8626	10.766	82.351	82.351	83.743
4	4.38E-02	1.4666	6.9671	80.032	89.876	89.881	90.478
5	4.69E-02	2.9526	21.424	95.672	113.89	113.89	115.88
6	0.37163	3.8225	21.834	112.99	217.82	217.83	220.47
7	60.145	60.577	64.458	230.04	264.83	264.84	270.14
8	66.459	66.844	69.947	263.44	488.69	488.74	498.66
9	169.12	169.38	171.46	491.94	526.33	526.37	541.11
10	197.19	197.45	199.19	521.08	879.22	879.25	900.87
11	319.41	319.44	319.62	895.47	931.21	931.28	966.49
12	359.29	359.55	361.63	918.57	1062.5	1062.7	1075.2
13	389.98	390.21	391.73	992.85	1424.5	1424.5	1507.2
14	673.72	673.9	675.33	1372.5	1486.4	1486.6	1522.7
15	699.92	700.09	701.25	1426	1673.3	1673.3	2154.8
16	1110.8	1110.9	1111.7	1517.2	2021.5	2021.5	2182.1
17	1142.4	1142.5	1143.2	2019.5	2115.4	2115.9	2318.9
18	1468.7	1468.7	1468.8	2029	2644.5	2644.5	2877.7
19	1701	1701.1	1701.5	2514.1	2703.8	2703.8	2922.6
20	1713.9	1714	1714.5	2698.7	2820.7	2821.3	3353.9
21	2359.2	2359.2	2359.6	2711.3	3323.4	3323.5	3656.3
22	2388.8	2388.9	2389.3	3280.9	3403.2	3403.2	3695
23	2481.8	2481.8	2481.8	3317.6	3587.6	3588.3	3750.3
24	3083.8	3083.9	3084.2	3434.6	3621	3621.1	4024.2
25	3140.7	3140.7	3141.1	3620	3650.3	3650.5	4399.3
26	3375.7	3375.7	3375.8	3637.8	4012.2	4012.2	4476
27	3846.5	3846.6	3846.9	4008.2	4339.8	4339.9	4625.9
28	3922.2	3922.2	3922.8	4045.4	4384.5	4385.2	4659.1
29	4025.4	4025.4	4025.4	4355.6	4530.1	4530.4	4764.7
30	4064	4064	4064	4490.6	4592.2	4592.2	4895.9
31	4451.9	4451.9	4452.1	4570.3	4640.6	4640.6	5401.4
32	4565.4	4565.4	4565.4	4640.9	4675.6	4675.7	5674.3
33	4637.4	4637.4	4637.4	4674.2	4887.6	4887.7	5723.6
34	4727	4727	4727.5	4886.3	5372.6	5372.7	6086.6
35	4825.6	4825.6	4825.9	5370	5564.2	5564.4	6143.5
36	4904.8	4904.8	4904.9	5531.8	5597.8	5597.9	6187.2
37	5404.8	5404.8	5404.8	5593.1	6173.6	6173.6	6514
38	5674.2	5674.3	5674.8	6172.6	6504.7	6504.9	6616.5
39	5721.4	5721.5	5721.8	6511.3	6558	6558.1	6646.8
40	6184.3	6184.3	6184.3	6534.2	6567.6	6567.7	6698.4
41	6515.2	6515.2	6515.2	6549	6590.5	6590.8	6869
42	6540.4	6540.4	6540.7	6605.1	6682.5	6683.8	6909.9
43	6608.5	6608.5	6608.8	6791.1	6815.9	6816	7173.3
44	6671.2	6671.2	6671.4	7076.3	7132.1	7132.2	7242.9
45	6842.5	6842.6	6842.8	7125.7	7233.1	7233.1	7471.1
46	7075.2	7075.2	7075.2	7241.5	7445.4	7445.5	7586.2
47	7146.3	7146.3	7146.5	7450.9	7554.9	7555	7831.7
48	7243.6	7243.6	7243.6	7553.9	7797.1	7797.2	7888.7
49	7462.8	7462.9	7462.9	7802.8	7820	7820	8034
50	7573.6	7573.6	7573.6	7824.6	7864.2	7864.4	8056
51	7834.9	7834.9	7835.1	7855	7903.3	7903.4	8331
52	7852.8	7852.8	7853.2	7880.4	7926.9	7927	8449.7
53	7875.2	7875.2	7875.6	7921.6	8297.5	8297.7	8479.2
54	7918.3	7918.4	7918.8	8308.2	8450.1	8450.1	8731.1
55	7932.5	7932.5	7932.6	8449.9	8634	8634.2	8781.2
56	8322.2	8322.2	8322.2	8552.2	8687.8	8687.9	9072.7
57	8458.8	8458.8	8458.8	8680.3	8839.1	8839.3	9247.9
58	8673.5	8673.5	8673.7	8815.5	8971.2	8971.2	9416.6
59	8737.6	8737.7	8737.8	8943.1	9195.9	9196	9579.5
60	8951.7	8951.7	8951.9	9158.4	9322.4	9324.2	9680.7
61	9031.8	9031.9	9032.1	9333.3	9476.8	9479.2	9719.5
62	9211.4	9211.5	9211.7	9554.4	9584.9	9585	9918.2
63	9544.3	9544.3	9544.4	9571.9	9648.2	9649.2	
64	9567.1	9567.1	9567.3	9590.2	9659.4	9660	
65	9605.7	9605.7	9605.7	9715.9	9723.2	9723.3	
66	9649.8	9649.8	9650	9733.1	9866.6	9867	
67	9654.9	9655	9655.4	9914	9920.5	9920.5	
68	9715.6	9715.6	9715.6	9919.1			
69	9911.6	9911.6	9911.6				
70	9945.2	9945.3	9945.5				

表 4、自由邊界與固定邊界對應的模態的自然頻率比

自由邊界		固定邊界		頻率誤(%)	物理意義
模態數	自然頻率(Hz)	模態數	自然頻率(Hz)		
21	2359.2	15	2154.8	8.663954	6 th y-bending
22	2388.8	16	2182.1	8.65288	6 th z-bending
23	2481.8	17	2318.9	6.563784	1 st 長度方向膨脹
24	3083.8	18	2877.7	6.683313	7 th y-bending
25	3140.7	19	2922.6	6.944312	7 th z-bending
26	3375.7	20	3353.9	0.645792	(1, 1)
31	4451.9	25	4399.3	1.181518	9 th y-bending
32	4565.4	26	4476	1.958207	2 nd 長度方向膨脹
35	4825.6	29	4764.7	1.262019	9 th y-bending
36	4904.8	30	4895.9	0.181455	(2, 1)
37	5404.8	31	5401.4	0.062907	10 th z-bending
38	5674.2	32	5674.3	-0.00176	10 th y-bending
39	5721.4	33	5723.6	-0.03845	10 th z-bending
40	6184.3	36	6187.2	-0.04689	10 th z-bending
41	6515.2	37	6514	0.018418	(1, 2)
43	6608.5	39	6646.8	-0.57956	11 th y-bending
47	7146.3	43	7173.3	-0.37782	11 th y-bending
49	7462.8	45	7471.1	-0.11122	(2, 2)
50	7573.6	46	7586.2	-0.16637	11 th z-bending
56	8322.2	51	8331	-0.10574	11 th z-bending
69	9911.6	62	9918.2	-0.06659	(2, 2)

表 5、自由邊界與固定邊界對應的模態的模態振型

模態數	自由邊界		模態數	固定邊界	
	球頭模態振型	球桿模態振型		球頭模態振型	球桿模態振型
21			15		
22			16		
23			17		
24			18		
25			19		
26			20		
31			25		
32			26		
35			29		
36			30		
37			31		
38			32		
39			33		
40			36		
41			37		
43			39		
47			43		
49			45		
50			46		
56			51		
69			62		

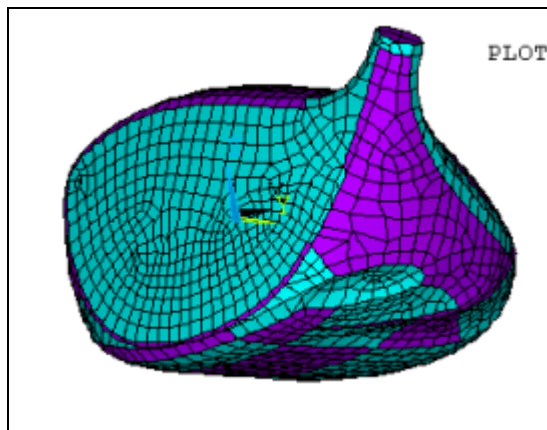


(a) 單獨球頭



(b) 整支球桿

圖 1、高爾夫球木桿 Pro/E 幾何模型

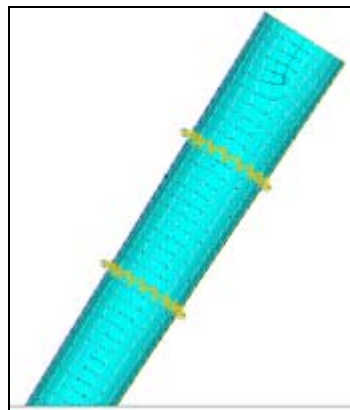


(a) 單獨球頭

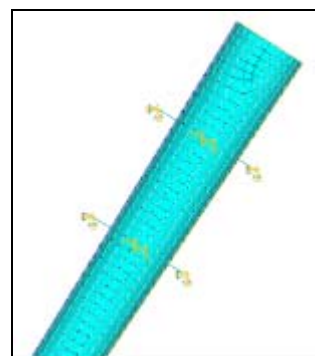


(b) 整支球桿

圖 2、高爾夫球桿之有限元素模型



(a) 握把處固定邊界



(b) 握把處彈簧邊界

圖 3、高爾夫球桿有限元素模型握把處邊界示意圖