

多自由度系統操作變形振型分析

王栢村 教授 胡華良 研究生
國立屏東科技大學機械研究所

摘要

本文研究目的為探討多自由度系統於簡諧激振下之振動特性，依不同之響應訊號採用時域法、頻域法及移轉特性法等三種方式，量測系統操作變形振型，再與理論操作變形振型比對。結果顯示，不論共振激振及非共振激振狀態，實驗與理論操作變形振型差距均在合理範圍，ODS 量測方法則以頻域法與理論分析結果差距最小。非共振激振因訊雜比較高，理論與實驗操作變形振型較為相近，以激振頻率界於第二、三自然頻率 14Hz 狀態下，分析結果最為理想。未來研究理論模型將改為非比例阻尼系統。

關鍵字：簡諧激振、操作變形振型

一、前言

為獲得結構系統之振動特性，傳統實驗模態分析(Experimental Modal Analysis, EMA)是普遍採用之方式，一般以衝擊錘或激振器為驅動器，對結構激振，而以加速度計或位移計為感測器，量測結構響應，激振與響應訊號經快速傅立葉轉換，可得頻率響應函數，對頻率響應函數進行曲線嵌合，即可獲得系統之模態參數。為瞭解理論分析之合理性與適用性，以實驗模態分析結果修正理論模型，直到理論與實驗模態參數差距符合要求，此過程即稱為模型驗證(Model Verification)。

EMA 限定於靜止狀態下進行，又須清楚明瞭激振與響應資訊，但真實結構於作業狀態下，往往包含了許多外力因素與邊界條件變化等等之影響，故本文分析系統於作業狀態下之響應，即操作變形振型(operational deflection shape, ODS)，可有助於改善傳統實驗分析之缺點。

崔永晉[1]探討獲得操作變形振型之理論方法，包括移轉特性法(Transmissibility method)、最大基本分量法(Principal Component method)及同相法(Monoshape method)，並從事電腦模擬分析與實驗分析結果之比較，結果顯示移轉特性法最為簡易，而最大基本分量法可有效用於模態參數估測。Dossing[2]對於操作變形振型之背景、量測與應用進行歸納與探討，經由實例分析證實利用量測及模擬分析得到 ODS，可瞭解結構振動特性，作為減振或隔振設計之參考，且當系統於簡諧激振時，ODS 可代表系統模態振型之線性組合。Kromulski and Hojan[3]介紹獲得結構 ODS 的兩種實驗方法，第一種，信號分析法(Signal Analysis)為藉由直接量測各測試節點與參考點之振動輸出訊號以求得結

構操作變形振型；另一種方法，系統分析法(System Analysis)，是以模態振型為基礎，由已知外力資訊及系統頻率響應函數求得操作變形振型。Richardson[4]探討操作變形振型與模態振型之關係，指出當結構系統操作頻率等於或接近其自然頻率時，操作變形振型之形態近似模態振型。

Hermans and Auweraer[5]發展以僅已知輸出響應之模態辨識方法並應用於車輛、飛機、橋樑結構在外力激振源環境下，探討所發展方法之適應性。Hermans and Auweraer[6]回顧其研究單位近年來對於應用一般操作條件資訊從事模型驗證之文獻及成果，結果顯示，由 ODS 分析結果修正理論模型，可改善由傳統 EMA 修正之缺點。

操作變形振型之應用以缺陷辨識、健康檢測最多。Marscher and Jen[7]藉由實驗及有限元素分析所得之 ODS，判斷結構是否產生缺陷或鬆動，研究發現利用操作變形振型差可輕易地瞭解機構各部位之振動情形，並區別損害程度。Pascual *et al.*[8]利用操作變形振型採頻率域確認法則(frequency domain assurance criterion)以模態模型為基礎進行線上缺陷檢測，研究發現系統修正後，操作變形振型之反應靈敏度比模態振型高。

求得 ODS，除了上述應用之外，亦可利用 ODS 配合系統頻率響應函數從事操作外力估測。Verhoeven[9]藉由轉子系統理論模態分析所得之頻率響應函數，再配合量測操作狀態下之振動響應訊號，反推求得系統操作外力。

因此，本文對已完成模型驗證之多自由度系統，進行操作變形振型量測，採用時域法、頻域法及移轉特性法，表示同一操作狀態下之 ODS，並與理論分析結果進行比對，獲得可代表真實系統之理論模型。

二、理論分析

本文理論分析包括多自由度系統模態分析與簡諧響應分析，以及 ODS 量測原理。模態分析之目的為獲得系統模態參數，簡諧響應分析之目的則為求取頻率響應函數與操作變形振型。

1. 多自由度系統模態分析(Modal Analysis)

多自由度振動系統運動方程式通式如下：

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f(t)\} \quad (1)$$

假設系統為線性，且阻尼矩陣為比例阻尼(proportional damping)，令

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (2)$$

其中， α 、 β 為任意常數，由模態正交性關係可得：

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] = \text{diag}[I] \quad (3)$$

$$[\Phi]^T [C] [\Phi] = \text{diag}[2\xi_r \omega_r] \quad (4)$$

$$[\Phi]^T [K] [\Phi] = \text{diag}[\omega_r^2] \quad (5)$$

其中， $[\Phi]$ 為質量矩陣正交化之模態矩陣，為質量矩陣正交化之模態 $\{\phi_r\}$ 所組成， ω_r 為系統無阻尼自然頻率， ξ_r 為系統阻尼比：

$$\xi_r = \frac{\alpha}{2\omega_r} + \frac{\beta\omega_r}{2} \quad (6)$$

假設系統之響應為振型向量之線性組合，令系統響應

$$\{x(t)\} = [\Phi]\{f(t)\} \quad (7)$$

代入式(1)，並全式乘以 $[\Phi]^T$ ，以及代入模態正交性關係，可簡化得：

$$\{\ddot{q}(t)\} + [2\xi_r\omega_r]\{\dot{q}(t)\} + [\omega_r^2]\{q(t)\} = \{N(t)\} \quad (8)$$

其中，

$$\{N(t)\} = [\Phi]^T \{f(t)\} \quad (9)$$

則第 r 個方程式，可表示成：

$$\ddot{q}_r(t) + 2\xi_r\omega_r\dot{q}_r(t) + \omega_r^2q_r(t) = N_r(t) \quad r=1,2,\dots,n \quad (10)$$

解前述模態方程式可得模態座標響應 $q_r(t)$ 如下：

$$q_r(t) = e^{-\xi_r\omega_r t} \left[q_{0r} \cos\omega_{dr}t + \frac{\dot{q}_{0r} + \xi_r\omega_r q_{0r}}{\omega_{dr}} \sin\omega_{dr}t \right] + \int_0^t N_r(\tau)h_r(t-\tau)d\tau \quad (11)$$

其中，

$$\omega_{dr} = \omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2} \quad (12)$$

$$h_r(t) = \frac{1}{\omega_{dr}} e^{-\xi_r\omega_r t} \sin\omega_{dr}t \quad (13)$$

$$\{q_0\} = [\Phi]^T [M]\{x_0\} \quad (14)$$

$$\{\dot{q}_0\} = [\Phi]^T [M]\{\dot{x}_0\} \quad (15)$$

q_{0r}, \dot{q}_{0r} 為第 r 個模態座標座標之初始條件，可由式(14)及(15)求得，故系統響應 $\{x(t)\}$ 可表示成：

$$\{x(t)\} = [\Phi]\{q(t)\} = \sum_{r=1}^n \{\phi\}_r q_r(t) \quad (16)$$

2. 多自由度系統簡諧響應分析(Harmonic Analysis)

當多自由度系統受一簡諧外力作用，由擴充原理及模態向量正交化之關係，其系統運動方程式可表示如式(8)之模態域方程式，今假設外力作用於第 k 位置，振幅 F_k ，激振頻率為 ω_s ，則外力向量可表示成：

$$\{f\} = \{0 \ 0 \ \dots \ F_k \ \dots \ 0\}^T e^{i\omega_s t} \quad (17)$$

令 $q_r = Q_r e^{i\omega_s t}$ ， $f_k = F_k e^{i\omega_s t}$ 代入式(8)，可推導得：

$$q_k = \frac{\phi_{r,k} F_k}{(\omega_r^2 - \omega_s^2) + i(2\xi_r \omega_r \omega_s)} \quad (18)$$

由式(16)，得第 j 個質塊之位移響應如下：

$$x_j(t) = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{r,k} \phi_{r,j} F_k}{(\omega_r^2 - \omega_s^2) + i(2\xi_r \omega_r \omega_s)} e^{i\omega_s t} = X_j(\omega_s) e^{i\omega_s t} = |X_j(\omega_s)| e^{i(\omega_s t - \phi)} \quad (19)$$

其中，

$$X_j(\omega_s) = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{r,j} \phi_{r,k} F_k}{(\omega_r^2 - \omega_s^2) + i(2\xi_r \omega_r \omega_s)} \quad (20)$$

而 $|X(\omega_s)|$ 及 ϕ 分別為操作變形振型振幅及相位角。

則可獲得系統位移響應向量：

$$\{x\} = \{X(\omega_s)\} e^{i\omega_s t} = \begin{Bmatrix} X_1(\omega_s) \\ X_2(\omega_s) \\ \vdots \\ X_n(\omega_s) \end{Bmatrix} e^{i\omega_s t} \quad (21)$$

$\{X(\omega_s)\}$ 即為單一簡諧激振下結構系統之操作變形振型。系統頻率響應函數可寫成：

$$H_{jk}(\omega_s) = \frac{X_j}{F_k} = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{r,k} \phi_{r,j}}{(\omega_r^2 - \omega_s^2) + i(2\xi_r \omega_r \omega_s)} \quad (22)$$

以系統頻率響應函數表示之模型系統模型如圖 2(d) 所示，系統輸入與輸出之關係式為：

$$\{X(\omega)\} = [H(\omega)] \{F(\omega)\} \quad (23)$$

3. 操作變形振型分析 (ODS Analysis)

(1) 操作變形振型量測原理

本文激振外力為簡諧函數形式，故系統輸出響應亦成簡諧函數形式，故概念上，以感測器直接量測同一時間條件下，所有質塊響應，即可獲得系統 ODS。本文以阻抗頭 (impedance head)，固定量測參考點響應，即激振質塊之響應，而以另二顆加速度計，移動量測其它自由度響應。由於有時域、頻域及頻率響應函數三種表示系統響應訊號，故本文對應記錄訊號之不同，採用時域法、頻域法及移轉特性法表示 ODS 如下：

1. 時域法：

本文為對多自由度系統於 k 自由度，進行單一簡諧力激振 $f_k(t) = F_k e^{i\omega_s t}$ ，激振訊號如圖 1(a) 所示，可獲得激振外力振幅值 $|F_k|$ 及週期 T ，假設激振訊號為正弦波形，理想上 $f_k(0) = 0$ ，但實際量測時，可能存有時間差，故修正後激振外力為：

$$f_k(t) = F_k \sin \omega_s t = F_k \sin(2\pi f_s t - \phi_f) \quad (24)$$

圖 1(b) 及圖 1(c) 分別為參考點與移動點加速度響應訊號圖，參考點與移動點加速度響應訊號與激振訊號之時間差 t_{ref} 與 t_j ，經下式轉換，可得與激振訊號之相位差。

$$\xi_r = \frac{\alpha}{2\omega_r} + \frac{\beta\omega_r}{2} \quad (6)$$

假設系統之響應為振型向量之線性組合，令系統響應

$$\{x(t)\} = [\Phi]\{f(t)\} \quad (7)$$

代入式(1)，並全式乘以 $[\Phi]^T$ ，以及代入模態正交性關係，可簡化得：

$$\{\ddot{q}(t)\} + [2\xi_r\omega_r]\{\dot{q}(t)\} + [\omega_r^2]\{q(t)\} = \{N(t)\} \quad (8)$$

其中，

$$\{N(t)\} = [\Phi]^T \{f(t)\} \quad (9)$$

則第 r 個方程式，可表示成：

$$\ddot{q}_r(t) + 2\xi_r\omega_r\dot{q}_r(t) + \omega_r^2q_r(t) = N_r(t) \quad r=1,2,\dots,n \quad (10)$$

解前述模態方程式可得模態座標響應 $q_r(t)$ 如下：

$$q_r(t) = e^{-\xi_r\omega_r t} \left[q_{0r} \cos\omega_{dr}t + \frac{\dot{q}_{0r} + \xi_r\omega_r q_{0r}}{\omega_{dr}} \sin\omega_{dr}t \right] + \int_0^t N_r(\tau)h_r(t-\tau)d\tau \quad (11)$$

其中，

$$\omega_{dr} = \omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2} \quad (12)$$

$$h_r(t) = \frac{1}{\omega_{dr}} e^{-\xi_r\omega_r t} \sin\omega_{dr}t \quad (13)$$

$$\{q_0\} = [\Phi]^T [M]\{x_0\} \quad (14)$$

$$\{\dot{q}_0\} = [\Phi]^T [M]\{\dot{x}_0\} \quad (15)$$

q_{0r}, \dot{q}_{0r} 為第 r 個模態座標座標之初始條件，可由式(14)及(15)求得，故系統響應 $\{x(t)\}$ 可表示成：

$$\{x(t)\} = [\Phi]\{q(t)\} = \sum_{r=1}^n \{\phi\}_r q_r(t) \quad (16)$$

2. 多自由度系統簡諧響應分析(Harmonic Analysis)

當多自由度系統受一簡諧外力作用，由擴充原理及模態向量正交化之關係，其系統運動方程式可表示如式(8)之模態域方程式，今假設外力作用於第 k 位置，振幅 F_k ，激振頻率為 ω_s ，則外力向量可表示成：

$$\{f\} = \{0 \ 0 \ \dots \ F_k \ \dots \ 0\}^T e^{i\omega_s t} \quad (17)$$

令 $q_r = Q_r e^{i\omega_s t}$ ， $f_k = F_k e^{i\omega_s t}$ 代入式(8)，可推導得：

$$\phi_{ref} = t_{ref} \times 2\pi f_s \times 180/\pi - \phi_f \quad (25)$$

$$\phi_j = t_j \times 2\pi f_s \times 180/\pi - \phi_f \quad (26)$$

本文以參考點相位角 ϕ_{ref} 為主，修正移動點量測之相位角，關係式如下：

$$\phi'_j = \phi_j + (\phi_{ref} - \phi_{ref,j}) \quad (27)$$

則參考點響應可表示成：

$$x_{ref}(t) = |X_{ref}| \sin(2\pi f_s t - \phi_{ref}) \quad (28)$$

$$\phi_{ref} = \angle X_{ref}(\omega_s) \quad (29)$$

移動點 j 位移響應可表示成：

$$x_j(t) = |X_j| \sin(2\pi f_s t - \phi_j) \quad (30)$$

$$\phi_j = \angle X_j(f_s) \quad (31)$$

則時域法量測所得之系統操作變形振型為：

$$ODS = \{X(f_s)\} = \left\{ \begin{array}{c} |X_1| e^{i\phi_1} \\ |X_2| e^{i\phi_2} \\ \vdots \\ |X_n| e^{i\phi_n} \end{array} \right\} \quad (32)$$

II. 頻域法：

ODS 量測之頻域法量測步驟與時域法相同，不同之處為量測頻域訊號表示 ODS。同理以參考點相位修正移動點相位，關係式同式(26)，修正後各自由度響應之連線即為 ODS。表示式如下所示：

$$|ODS| = |X(f_s)| = \left\{ \begin{array}{c} |X_1| \\ |X_2| \\ \vdots \\ |X_n| \end{array} \right\} \quad (33)$$

$$\angle ODS = \{\angle X(f_s)\} = \left\{ \begin{array}{c} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_n \end{array} \right\} \quad (34)$$

III. 移轉特性法：

ODS 量測之移轉特性法為量測參考點與移動點加速度響應自身能量密度函數，由共振激振時兩者之交又能量密度函數與參考點自身能量密度函數之比值關係函數 $T_{j,ref}(f_s)$ ，根據 H_1 估測法之定義：

$$H_1 \equiv \frac{G_{AF}}{G_{FF}} \quad (35)$$

各自由度 $T_{j,ref}(f_s)$ 與系統 ODS 具相同比例關係，故由移轉特性法可量得系統於作業狀態下，各自由度響應比值，關係式如下所示：

$$T_{j,ref} = \frac{G_{j,ref}}{G_{ref,ref}} \quad (36)$$

則 ODS 可得如下：

$$ODS = \begin{Bmatrix} T_{1,ref} \\ T_{2,ref} \\ \vdots \\ T_{n,ref} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{G_{1,ref}}{G_{ref,ref}} \\ \frac{G_{2,ref}}{G_{ref,ref}} \\ \vdots \\ \frac{G_{2,ref}}{G_{ref,ref}} \\ \frac{G_{ref,ref}}{G_{ref,ref}} \end{Bmatrix} \quad (37)$$

三、實驗分析

為獲得可代表真實結構之理論模型，本文對已完成模型驗證之多自由度系統，再進行簡諧激振測試，量測系統之 ODS，並與理論 ODS 進行比較，探討共振激振與非共振激振狀態時理論模型之適用性。

圖 2(a)及(b)為 ODS 量測實驗架構與訊號流程圖，以訊號產生器驅動激振器，對系統進行簡諧激振，由阻抗頭量測激振訊號 $f_k(t)$ ，並傳入頻譜分析儀 A 輸入模組，記錄激振外力資料後，以阻抗頭量測參考點加速度響應 $a_{ref}(t)$ ，傳入頻譜分析儀 A 輸入模組，而以其它兩顆加速度計量測第一及第二自由度響應，依循前節所述之 ODS 量測原理，時域法由參考點與移動點時域響應訊號求得 ODS，頻域法由參考點與移動點頻域響應訊號求得 ODS，移轉特性法則由各自由度 $T_{j,ref}(f_s)$ 值求得 ODS，並與理論分析結果進行比較，探討共振激振及非共振激振下實驗與理論之差異。

四、結果與討論

(1) 共振激振狀態下

圖 3 為激振頻率近似第一自然頻率 4Hz 激振下，實驗與理論 ODS，結果顯示，實驗與理論 ODS 趨勢相同，但時域法及頻域法量測結果與理論值差距較大，原因為側向及旋轉振盪之影響，加上為避免系統發生非線性現象，激振振幅調小，訊雜比較小，且儀器於低頻量測靈敏度較差，故時域法、頻域法與理論 ODS 振幅差距大，而移轉特性法量測結果因較不受雜訊影響，故與理論值較接近。

表 1 為實驗與理論 ODS 值及振型比對結果，表 1(a)為實驗與理論分析 ODS 振幅與相位值，時域法、頻域法與理論 ODS 振幅值，因前述因素有差距存在，而移轉特性法結果為代表 ODS 振幅之比例關係，本文為求單位因次一致，換算後移轉特性法 ODS 值

較其它法為大，結果顯示，振幅變化趨勢與理論相近，其中，時域法 ODS 與理論第一模態之 $MAC(\hat{X}, \phi_1) = 0.9895$ ，代表兩者振幅變化趨勢相似，而 $MSF(\hat{X}, \phi_1) = 1.3772 + i0.1358$ ，為代表兩者振幅比例關係。

表 1(b) 為實驗與理論分析 ODS 之振型保證指標，結果顯示理論與三項量測所得 ODS 之 MAC 值高達 0.99 以上，代表彼此振幅比例具高度關係，其中以頻域法與理論 ODS 最為相似，而頻域法與其它三法 ODS 之 MAC 值平均亦最高。

表 1(c) 為實驗與理論分析 ODS 之振型比例因子，MSF 為代表兩振型比例及趨勢關係，結果顯示，時域法與理論 ODS 之 MSF 絕對值為 1.287，而理論與時域法 ODS 之 MSF 值近似其倒數；頻域法與理論 ODS 之 MSF 值為 1.339，而理論與頻域法之 MSF 值為亦近似其倒數 0.747；移轉特性法與理論 ODS 之 MSF 值，結果顯示兩者振幅比例與圖 3 相同，移轉特性法 ODS 因經單位因次一致換算，與其它 ODS 振幅差距甚大，其與其它 ODS 之 MSF 結果會呈現出振幅比例差，故後述分析將不多做討論。實驗與理論 ODS 振幅圖與振型比對結果相符合，證實分析為正確合理的。

圖 4 及圖 5 分別為激振頻率趨近第二自然頻率 11.5Hz，激振力 0.121N 下，以及激振頻率趨近第二自然頻率 16.5Hz，激振力 1.0N 下，實驗與理論 ODS 圖，結果均顯示時域法及頻域法 ODS 與理論 ODS 振幅大小相近，且實驗與理論之 MAC 及 MSF 值亦 0.83 以上，代表量測之 ODS 與理論 ODS 大小、形態有高相關性。

(2) 非共振激振狀態下

圖 6 所示為激振頻率 7.75Hz 下，實驗與理論分析所得 ODS，結果顯示，三項實驗與理論 ODS 趨勢相同，時域法與頻域法振幅趨勢相近，代表實驗量測結果具高品質。其中，時域法 ODS 與理論第一模態之 $MAC = 0.7449$ ，而與理論第二模態之 $MAC = 0.2438$ ，代表振幅趨勢較接近第一模態；時域法 ODS 與理論第一、第二模態之 MSF 分別為 $-0.3178 - i0.5134$ ， $-0.1719 - i0.30$ ，亦顯示較接近第一模態。

時域法、頻域法與理論 ODS 之 MAC 值高達 0.978 以上，顯示兩量測 ODS 結果與理論 ODS 振幅比例具高關係，而時域法及頻域法與理論 ODS 之 MSF 絕對值 0.9 以上，代表三者振幅比例。7.75Hz 激振下 ODS 量測結果，比共振激振下更接近理論分析值，原因為側向即旋轉振盪影響較小。

圖 7 為激振頻率 14Hz 下，實驗與理論操作變形振型分析，結果顯示，此非共振激振狀態下，實驗量測與理論 ODS 振幅變化趨勢相似，時域法及頻域法與理論 ODS 振幅值相近。其中，時域法 ODS 與理論第二模態之 MAC 為 0.9753，而與理論第三模態之 MAC 為 0.01，代表振幅趨勢較接近第二模態；時域法 ODS 與理論第二、第三模態之 MSF 分別為 $-0.0930 + i0.4438$ ， $-0.0359 + i0.0288$ ，亦顯示較接近第二模態。

激振頻率 14Hz 非共振激振狀態下，理論分析 ODS 與三項量測所得 ODS 之 MAC 值 0.96 以上，代表實驗量測為合理精確的，其中，頻域法及移轉特性法與理論 ODS 形

態最為相似。而時域法及頻域法與理論 ODS 之 MSF 值 0.95 以上，代表三者 ODS 形態相似，而移轉特性法 ODS 與理論 ODS 之對應元素 MSF 值呈倒數關係，表示移轉特性法 ODS 振幅為理論 ODS 振幅之倍數。

圖 8 為激振頻率 20Hz 下，實驗與理論分析 ODS，結果顯示，實驗與理論 ODS 振幅接近、形態一致。其中，頻域法 ODS 與理論第三模態之 $MAC(\hat{X}, \phi_3) = 0.4599$ ，代表兩者振幅趨勢不相近， $MSF(\hat{X}, \phi_3) = -0.0319 - i0.0113$ ，代表兩者振幅差距甚大。而實驗與理論 ODS 之振型比對結果 MAC 及 MSF 值均 0.9 以上，顯示兩 ODS 相近。

五、結論

本文主要研究目的為藉由三項實驗量測方法，分別獲得多自由度系統於共振激振、非共振激狀態下之操作變形振型，並與經模型驗證後之理論分析 ODS 結果進行比對。結論如下：

1. 實驗與理論操作變形振型分析結果顯示，不論系統於共振激振或非共振激振下，均能有效量測獲得 ODS。
2. 實驗結果顯示，非共振激振狀態下時，側向與旋轉振動較小，量測所得 ODS 與理論 ODS 較為相近，其中，以激振頻率 14Hz 界於第二及第三共振頻率狀態下之量測結果最為理想。
3. ODS 量測方法，以頻域法與理論分析結果差距最為理想。
4. 實驗發現，多自由度系統為非比例阻尼系統，因此，後續之研究理論模型將改為非比例阻尼系統。

誌謝

本研究承蒙行政院國科會贊助(國科會計劃編號：NSC 89-2212-E-020-00)，特此感謝。

六、參考文獻

1. 崔永晉, 1992, 「操作中結構之模態分析」, 國科會計劃編號 NSC-82-0401-E-006-175, 國立成功大學機械工程系。
2. Dossing, O., 1987, "Operational Deflection Shapes: Background, Measurement and Application," *Proceedings of the 5th International Modal Analysis Conference*, pp. 1372-1378.
3. Kromulski, J., and E. Hojan, 1996, "An Application of Two Experimental Modal Analysis Methods for the Determination of Operational Deflection Shapes," *Journal of Sound and Vibration*, pp. 429-438.
4. Richardson, M. H., 1997, "Is it a Mode Shape, or an Operating Deflection Shape?,"

Journal of Sound and Vibration, pp. 1-8.

5. Hermans, L., and H. V. Auweraer, 1999, "Modal Testing and Analysis of Structures Under Operational Conditions: Industrial Applications," *Journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, pp. 193-216.
6. Hermans, L., and H. Van der Auweraer, 1999, "Applications of Structural Model Identification During Normal Operating Conditions: An Overview of the Eureka Project Sinopsys," *Proceedings of the 17th International Modal Analysis Conference*, pp. 27-34.
7. Marscher, W. D., and C. W. Jen, 1999, "Use of Operating Deflection and Mode Shapes for Machinery Diagnostics," *Proceedings of the 17th International Modal Analysis Conference*, pp. 2065-2071.
8. Pascual, R., J. C. Golinval, and M. Razeto, 1999, "On-Line Damage Assessment Using Operating Deflection Shape," *Proceedings of the 17th International Modal Analysis Conference*, Vol. 1, pp. 238-243.
9. Verhoeven, J., 1988, "Excitation Force Identification of Rotating Machines Using Operational Rotor/Stator Amplitude Data and Analytical Synthesized Transfer Functions," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 1, pp. 307-314.

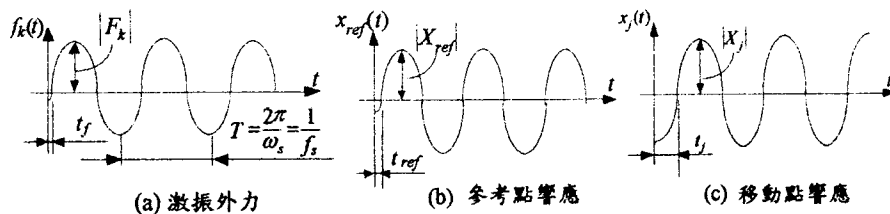


圖 1 ODS 量測—時域法

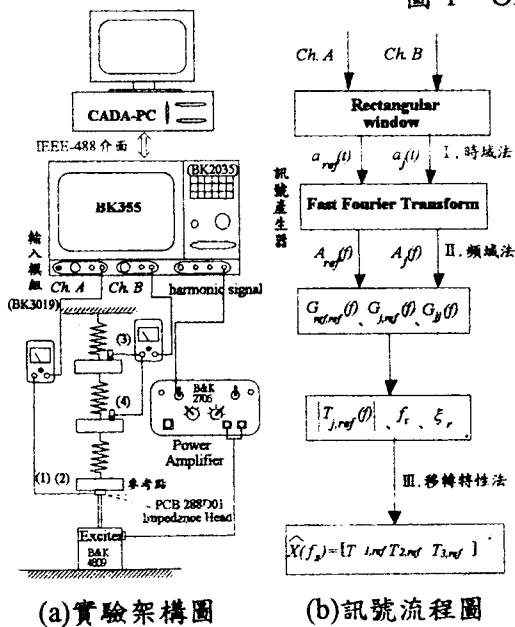


圖 2 ODS 量測

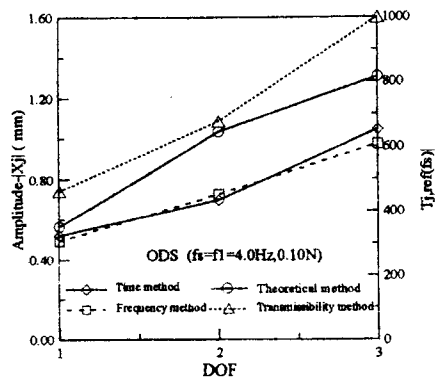


圖 3 4Hz 激振狀態下之實驗與理論 ODS

表 1 $f_s = 4\text{Hz} \approx f_1$ 實驗與理論 ODS 分析結果

(a) ODS 值

分析 方法	實驗分析						1. 理論分析	
	1. 時域量測法		2. 頻域量測法		3. 移轉特性法		$ x_j $ (mm)	$\angle x_j$ (°)
ODS DOF	$ x_i $ (mm)	$\angle x_i$ (°)	$ x_i $ (mm)	$\angle x_i$ (°)	$ x_i $ (mm/mm)	$\angle x_i$ (°)		
1	0.5218	5.630	0.4942	7.400	464.9	-1.30	0.5666	-16.11
2	0.6958	5.630	0.7248	7.100	677.8	-5.70	1.0330	-16.02
3	1.0437	5.630	0.9730	6.800	1000.0	-2.10	1.3048	-15.83

(b) 模態振型保證指標

Method	1. 時域法	2. 頻域法	3. 移轉特性法	4. 理論分析
1. 時域法	1.00000	0.99760	0.99836	0.98984
2. 頻域法	0.99760	1.00000	0.99694	0.99578
3. 移轉特性法	0.99836	0.99694	1.00000	0.99277
4. 理論分析	0.98984	0.99578	0.99277	1.00000

(c) 模態振型比例因子

Method	1. 時域法	2. 頻域法	3. 移轉特性法	4. 理論分析
1. 時域法	1.000	1.035 - 0.024i	0.0010 + 0.00016i	0.715 + 0.282i
2. 頻域法	0.963 + 0.023i	1.00000	0.001 + 0.0002i	0.685 + 0.289i
3. 移轉特性法	941.4 - 142.1i	971.6 - 171.4i	1.000	715.4 + 162.6i
4. 理論分析	1.197 - 0.473i	1.234 - 0.521i	0.0013 - 0.0003i	1.000

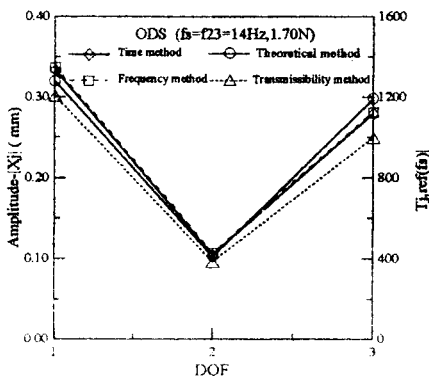


圖 7 14Hz 激振狀態下之實驗與理論 ODS

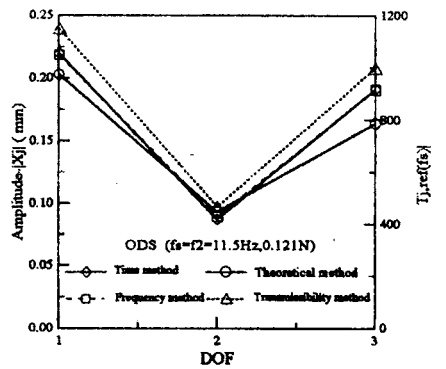


圖 4 11.5Hz 激振狀態下之實驗與理論 ODS

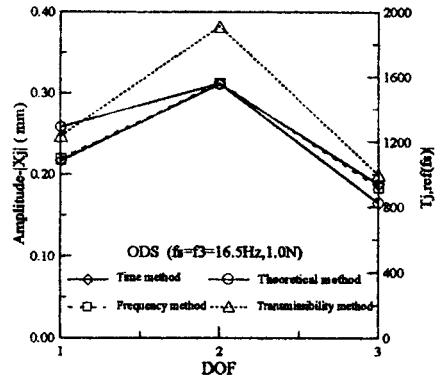


圖 5 16.5Hz 激振狀態下之實驗與理論 ODS

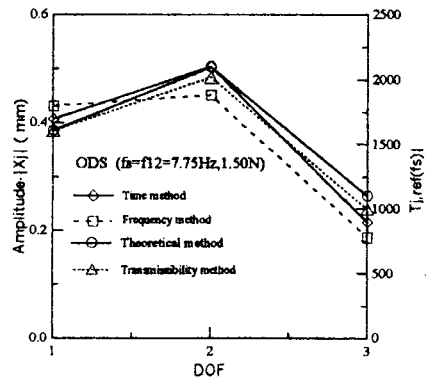


圖 6 7.75Hz 激振狀態下之實驗與理論 ODS

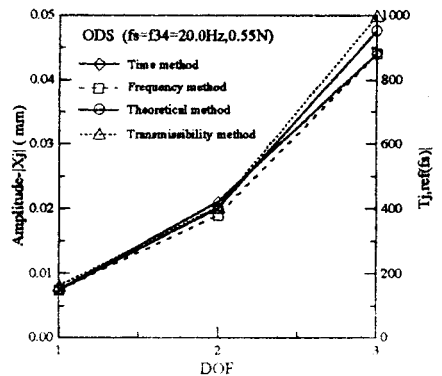


圖 8 20Hz 激振狀態下之實驗與理論 ODS