

竹琴之振動模態與發聲機制探討

王栢村¹、陳冠鈞¹、黃家賢¹、張博鈞¹、吳盈輝²

¹ 國立屏東科技大學 機械工程系

² 國立內埔高級農工職業學校 機械科

MOST Project No.: MOST 105-2221-E-020 -016

摘要

竹子的中空特性，自古以來就是製作樂器最適當的素材。本文主要探討竹琴之振動模態與發聲機制，以了解採用竹管做成的琴組，發出聲音的振動模態關聯性。利用 ANSYS 有限元素分析(FEA)軟體，建構竹管之有限元素模型，進行理論模態分析，求得竹管之自然頻率與對應之模態振型，接著對竹管本身進行實驗模態分析(EMA)，利用衝擊錘為驅動器，加速規及麥克風為感測器，量測訊號經由頻譜分析儀求得頻率響應函數，透過 ME'scopeVES 曲線嵌合軟體進行曲線嵌合，可求得竹管之實際模態參數，包含自然頻率、模態振型和模態阻尼比。此外對竹管敲擊並進行聲音量測，以麥克風為感測器，測得竹琴聲音壓力訊號傳至頻譜分析儀，可得到麥克風聲音頻譜。也透過敲擊不同位置，了解竹管不同位置發聲情況，再以理論模態分析、實驗模態分析及聲音量測結果，探討發聲頻率與振動模態之關聯性。結果顯示，敲擊不同位置的發聲頻率與振動模態有很高的關聯性。未來若能將竹管有限元素分析模型與實驗模態分析結果進行模型驗證，獲得等效模型，可應用於竹管之設計變更。

關鍵字：有限元素分析、實驗模態分析、竹琴、發聲機制

1. 前言

竹子因為本身的中空構造，很適合用作於樂器的製造，而從時代變遷的開始，竹工業面臨汰換的過程，使多出來的竹子傾向於增加其他價值上的使用，樂器就是一個不錯的文化價值選擇，透過了解其發聲機制的探討，相信有便於幫助竹製樂器的製造。

本文以了解竹琴之模態振型分析出發，藉實驗模態分析了解敲擊後竹琴的振動模態，並以聲音量測及有限元素分析為輔，了解模態物理意義，深入的了解竹琴振動時的模態。王等人[1]用聲音量測分析竹琴的音準、音色及音色及持續度進行探討，本文將對竹琴的發聲機制進行探討，了解竹琴之振動模態。王等人[2]針對鐵琴片進行有限元素分析與實驗模態分析，透過其參數比對，獲得等效之有限元素模型。王等人[3]對平滑表面銅鐘進行聲音量測，且採用不同敲擊錘和

敲擊點，了解不同點聲音特性及發聲機制。王等人[4]設計塑膠管打擊樂器，先以有限元素分析與實驗模態分析，了解塑膠管的材料性質及發聲機制，透過模態參數的比對，根據塑膠管的厚薄度、外型做設計，藉此才能設計出塑膠管打擊樂器。王等人[5]針對民俗童玩木製青蛙進行聲音量測，從敲集八個青蛙頭部及背脊處，得到時間域的響應，透過快速傅立葉轉換，比對發現都有其相似的基音和泛音頻率，並了解部位的構造對其聲音特性有差別。

對於其他樂器來說，從了解到模態振型和發聲機制，對於樂器有更深的了解外，更能增加其他方面的用途，Bretos 等人[6]，透過有限元素分析和實驗模態分析，了解由木桿作成的樂器，發聲機制是如何被影響的，首先是本身木桿的材料參數，如楊氏係數、密度和剪切模量的影響外；雕刻木板的紋路，會直接影響木琴之發聲頻率，Peter 等人[7]針對 Cajon Box 進行分析，了解到對於 Cajon Box 的直徑改變，會改變發聲第一頻率的大小，之後第二、三頻率幾乎沒有改變的發聲機制，也證明 Cajon Box 有 Helmholtz resonance 現象。Jianzheng 等人[8]針對中國和平鐘進行分析，了解到和平鐘要進行有節奏的演奏原本是很困難的事，但是透過有限元素分析和實驗模態分析，了解和平鐘的發聲機制，從鐘內側增加 4 個有斜度的厚壁，可以改善難以演奏的情況。

本文將針對竹琴的振動模態與發聲機制進行探討，運用有限元素分析進行自由邊界的模態分析，模擬竹琴可能的振動模態和自然頻率，判讀實驗模態分析的模態振型；實驗模態分析了解竹琴受到敲擊時的所有模態振型、自然頻率與模態阻尼比。聲音量測分析則運用竹琴本身的敲擊棒，了解竹琴本身聲音頻譜、發聲自然頻率、聲音衰減率，比對三種分析結果，了解竹琴之振動模態與發聲機制。

2. 有限元素分析

本文進行竹琴之有限元素分析中的模態分析，求得竹琴之理論模態參數，自然頻率與模態振型，圖 1 為竹琴之實體結構圖，圖 2 為竹琴結構之尺寸圖，竹管外徑為 24mm，竹管內徑為 18mm，底邊為 76mm、中斜邊直線距離為 39mm、剖邊為 83mm、竹管內壁大約 10mm，利用 ANSYS 分析軟體建立有限元素分析軟體，圖 3 為竹琴之有限元素模型，採用元素 solid187 進行分析，材料參數浦松氏比為 $\nu=0.3$ 、密

度為 $\rho=640(\text{kg}/\text{m}^3)$ 、楊氏係數 $E=20(\text{GPa})$ ，總共分割 3777 個元素和 7828 個節點；位移限制在模態分析中為自由邊界，不需設立任何條件，負荷條件亦然。即可求得竹琴之自然頻率和模態振型，並以實驗模態分析結果做比對，了解竹琴模態振型的物理意義。

3. 實驗量測分析

竹琴的實驗量測分析主要為實驗模態分析與聲音量測分析：

3.1 實驗模態分析

實驗模態分析探討竹琴之振動模態、自然頻率和模態阻尼比，圖 4 為竹琴實驗模態分析量測點示意圖，竹琴之佈點以竹管最上方處，佈 9 個相切點，偏移上下一個單位各 1 點，最後加上靠近竹琴右端尖點 1 點，總共 28 個點，而加速規固定在第 8 個點位置量測訊號，敲擊量測 28 個點，再透過軟體分析獲得 28 個點的頻率響應函數與關聯性函數。圖 5 為實驗模態分析儀器架設圖，我們選用訊號擷取卡連接驅動器衝擊錘、感測器加速規，以移動衝擊錘，固定加速規的方式進行量測，以振動噪音量測軟體(SVM)分析，其軟體量測頻寬設定為 25600Hz，頻率解析度為 0.78125Hz。以快速傅立葉轉換(FFT)轉換訊號，求得頻率響應函數及關聯性函數，將數據匯至 ME'scopeVES 進行曲線嵌合(Curve Fitting)，得到竹琴實驗模態參數，即為自然頻率、模態振型、模態阻尼比。

3.2 聲音量測分析

聲音量測分析探討竹琴之不同敲擊位置下的聲音特性，量測求得時間頻譜圖、聲音頻譜圖與聲音衰減率，圖 4 為聲音量測分析敲擊位置示意圖，圖中編號第 12 點為垂直敲擊點，編號第 13 點為側向敲擊點，圖 5 為聲音量測分析量測儀器架設圖，以竹琴之敲擊棒為驅動器，麥克風為感測器，以聲音量測軟體(SVM)的快速傅立葉轉換(FFT)與短時傅立葉轉換，得到量測點的聲音頻譜圖、聲音時間頻譜圖及衰減率。

4. 結果與討論

本文對竹琴進行有限元素分析與實驗模態分析，將理論分析實驗分析結果做比對，了解竹琴的振動模態，並進一步透過聲音量測了解竹琴主要發聲頻率是否經過時間改變，並比對發聲頻率的振動模態，了解發聲機制。

4.1 竹琴之振動模態分析

圖 6 為竹琴之頻率響應函數與關聯性函數圖，圖 6(a)同點 $H(i,j)=(8,8)$ 、圖 6(b)不同點 $H(i,j)=(8,28)$ ， i 為加速規量測位置； j 為衝擊錘敲擊位置。從圖 6 中，

我們能看出頻率響應函數圖形與關聯性函數的關係，關聯性函數為頻率響應函數的比值關係，直交時為 1，正交為 0，所以當頻率響應函數出現反共振點，其關聯性函數不為 1，從圖 6 中我們能看到其 FRF 為反共振點值時，關聯性函數都不為 1，表示實驗模態分析品質良好。

表 1 為竹琴之有限元素分析(FEA)與實驗模態分析(EMA)之自然頻率與模態振型對照總表，因模態振型於 0~8000Hz 就能了解主要振動模態，故只列出 8000Hz 以上的結果。分析模態與實驗模態分別從 F-01 和 E-01 開始，但是 F-01 到 F-06 為剛體模態，其值趨近於零，故分析模態從 F-07 開始。表 2 為竹琴之有限元素分析模態振型與實驗模態分析模態振型的物理意義對照表，其物理意義判讀以軸向方向觀察竹琴振動模態，依據節線數分割竹琴的等份數來判斷物理意義。綜合有限元素分析與實驗模態分析，有以下結論：

1. 有限元素分析與實驗模態分析之模態振型比較看出振動模態主要分為上下振動的 Y 方向模態及左右方向的 Z 方向模態，其中 Y 方向模態皆有對應，為主要振動模態。
2. 有限元素分析模態與實驗分析模態振型比對並不理想，對到的模態振型與自然頻率誤差越來越大；實驗模態分析的振動模態多於有限元素分析的振動模態，且大多無法對應到相同物理意義與自然頻率。在實驗品質良好的情況下，有限元素分析的模態振型與實驗模態分析的模態振型比對卻不理想，推測原因為實驗模態分析時，以不破壞竹琴結構為主，使得懸吊之棉線造成邊界效應；再加上竹子本身並不是相當均質的材料，以及建立有限元素模型的些許幾何誤差，才會造成振型比對結果不理想。

4.2 竹琴之振動模態與發聲機制探討

竹琴發聲機制方面，本文對竹琴進行聲音量測，從竹琴的垂直敲擊點與側向敲擊點敲擊，獲得不同位置的聲音頻譜圖、時頻圖與聲音衰減率，並和振動模態結果做比對，了解主要發聲頻率的振動模態與自然頻率為何。表 3 竹琴聲音量測與 EMA 模態振型比對總表，從表 3 發現，垂直敲擊和側向敲擊所量到的自然頻率為 1798 和 1779Hz、3046 和 3027Hz、4211 和 4147Hz 有對應到，有可能為主要發聲頻率；衰減率部分，垂直敲擊為 42.04%，側向敲擊為 162.92%，很明顯的看出側向敲擊的聲音衰減速度非常快，不適合為竹琴之敲擊方式；且 mode S-02 與 E-02、S-06 與 E-06、S-08 與 E-08，誤差皆在 2 到 3% 左右，且物理意義皆為 Y 方向上下振動的模態，可見 Y 方向模態為主要的發聲模態，並從衰減率判斷以垂直敲擊為佳，另外唯獨 E-05 模態並未對應到任何聲音頻率，可能原因為側向敲擊時，敲到其他竹琴所造成的頻率，或是棉線所造成邊界效應而影響判讀。圖 7 竹琴

垂直敲擊聲音頻譜圖與實驗模態分析模態振型對應圖，圖 8 竹琴側向敲擊聲音頻譜圖與實驗模態分析模態振型對應圖，從圖 7 圖 8 中看到每個發聲頻率都有其對應模態振型，則其振動模態為發聲頻率時的振動情形。

5. 結論

本文為探討竹琴之振動模態與發聲機制探討，首先對竹琴進行有限元素分析，建立有限元素模型獲得理論模態參數；由實驗模態分析獲得的實驗模態參數，探討竹琴之振動模態，結合聲音量測分析的結果，了解竹琴之發聲機制，其結論如下：

1. 竹琴之有限元素模型和實驗模態分析結果在主要發聲頻率上有其對應物理意義與模態振型，而未對應部分，推測原因為竹子本身非均質性、幾何模型的誤差或是棉線的邊界效應造成之結果所致。
2. 從頻率響應函數與關聯性函數的關係，在頻率響應函數反共振點時，關聯性函數值不為 1 其值趨近為 1，表示實驗品質良好，具有可信度。
3. 竹琴之主要發聲頻率為 Y 方向的上下振動模態為主，其發聲頻率分別為 1062Hz、3046Hz、5478Hz。
4. 垂直敲擊的衰減率為 42.04%，側向敲擊為 162.92%，了解竹琴最佳敲擊方式為垂直敲擊，敲擊位置偏向中間位置。

6. 致謝

本文感謝科技部專題研究計畫的部分經費補助，計畫編號：MOST 105-2221-E-020 -016。

7. 參考文獻

1. 王栢村、俞均翰、林冠廷、楊博舜、王昱棠、黃家賢、吳盈輝，竹製打擊樂器之聲音特性探討，第二十三屆中華民國振動與噪音工程學術研討會論文集，台北、台灣，2015
2. 王栢村、林怡馨，以加速度計與麥克風為感測器之鐵琴片實驗模態分析比較，中華民國力學學會第三十一屆全國力學會議，高雄、台灣，2007
3. 王栢村、蔡俊郎、葉明遠、李致緯、張博鈞、吳盈輝，平滑表面銅鐘之振動模態與發聲機制探討，第二十四屆中華民國振動與噪音工程學術研討會論文集，高雄、台灣，第 270-277 頁，2016
4. 王栢村、蔡有倫、張嘉軒、張宏名、黃凱昱，塑膠管打擊樂器之設計與製作，第二十一屆中華民國振動與噪音工程學術研討會論文集，台北、台灣，2013
5. 王栢村、楊昶昱、吳俞憲、林政璋、黃家賢，民俗童玩木製青蛙之聲音特性探討，第二十三屆中華民國振動與噪音工程學術研討會論文集，台北、台灣，2015

6. J. Bretos, C. Santamaria, J. Alonso Moral, Finite Element Analysis and Experimental Measurement of Natural Eigenmodes and Random Responses of Wooden Bars Used in Musical Instruments, Applied Acoustics, Vol. 56 pp. 141-156., 1999
7. Peter Kičák, Frequency and Dynamics Analysis of Bass Tone of Cajon Box Drum, Proceeding of the 34th International Acoustical Conference - EAA Symposium, 2009
8. J. Cheng, C. Lan, Experimental studies on sound and Vibration of a two-tone Chinese Peace Bell, Journal of Sound and Vibration, Vol. 261, pp. 351-358, 1999

8. 圖表彙整



圖 1 為竹琴之實體結構圖

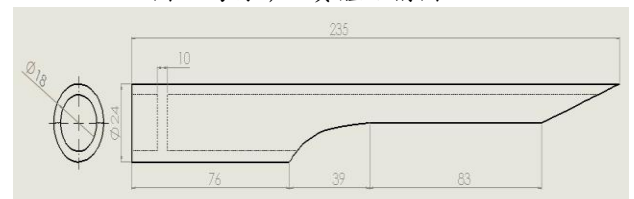


圖 2 竹琴結構之尺寸圖



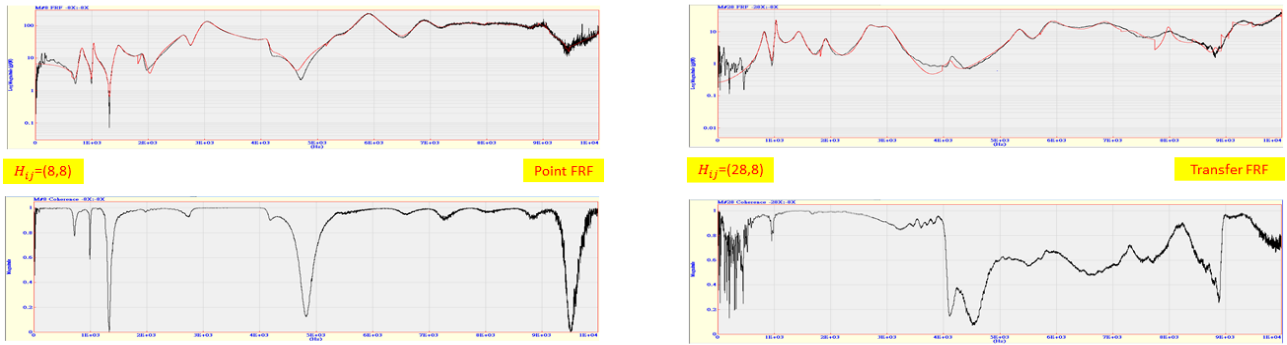
圖 3 竹琴之有限元素模型



圖 4 竹琴實驗模態分析量測點示意圖



圖 5 實驗模態分析量測儀器架設圖



(a)同點(H_{8,8})

(a)不同點(H_{8,28})

圖 6 竹琴之頻率響應函數與關聯性函數圖

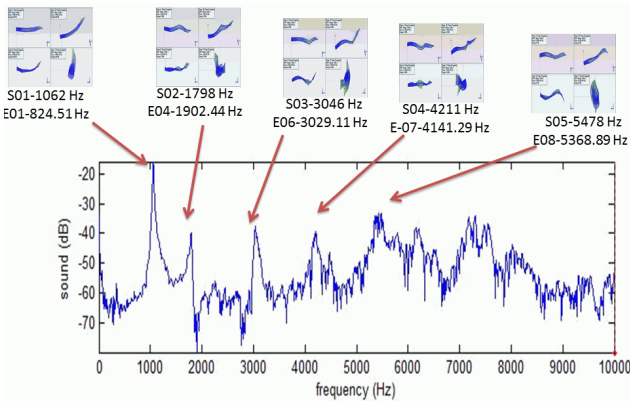


圖 7 竹琴垂直敲擊聲音頻譜圖與實驗模態分析模態振型對應圖

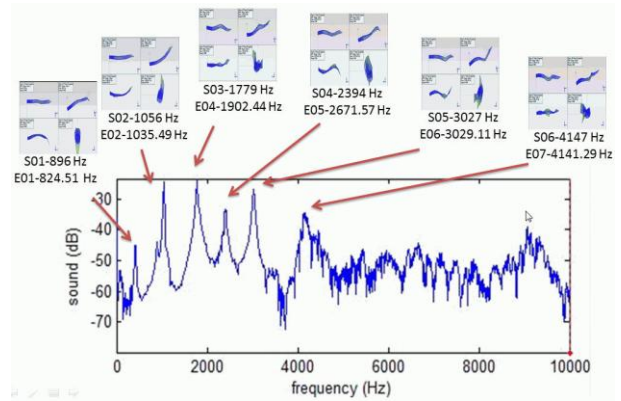


圖 8 竹琴側向敲擊聲音頻譜圖與實驗模態分析模態振型對應圖

表 1 竹琴之有限元素分析(FEA)與實驗模態分析(EMA)之自然頻率與模態振型對照總表

FEA		EMA		誤差(%)	模態阻尼比(%)	物理意義
模態數	自然頻率[Hz]	模態數	自然頻率[Hz]			
		E-01	824.51		3.64	Y(3,1)
F-07	1093.2	E-02	1035.49	-5.57%	0.961	Y(3,1)
		E-03	1444.15		3.5	Z(4,1)
F-08	1932.3	E-04	1902.44	-1.57%	2.39	Z(3,1)
		E-05	2671.57		3.9	Z(4,1)
F-09	2527.9					X-torsion
F-10	3607	E-06	3029.11	-19.08%	4.43	Y(4,1)
F-11	4857.7					Z(4,1)
		E-07	4141.29		1.29	
F-12	7136.8	E-08	5368.89	-32.93%	2.04	Y(5,1)
F-13	7630.4					Z(5,1)

表 2 竹琴之有限元素分析模態振型與實驗模態分析模態振型的物理意義對照表

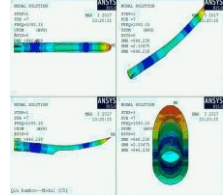
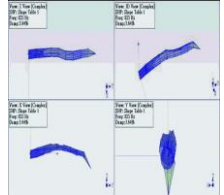
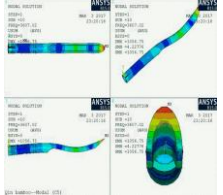
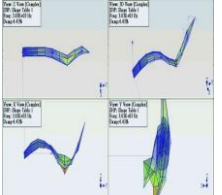
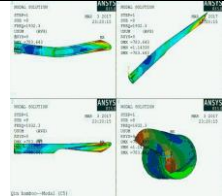
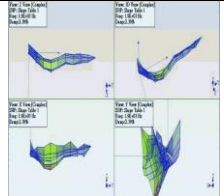
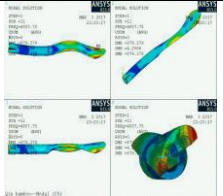
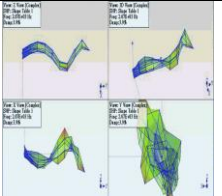
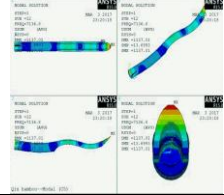
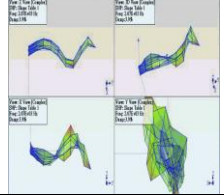
模態	FEA	EMA	FEA	EMA
物理意義	(3,1)		(4,1)	
Y				
自然頻率	F07=1093.2Hz	E02=1035.49Hz	F10=3607Hz	E06=3029.11Hz
Z				
自然頻率	F08=1932.3Hz	E04=1902.44Hz	F11=4857.7Hz	E05=2671.57Hz
模態	FEA	EMA		
物理意義	(5,1)			
Y				
自然頻率	F12=7136.8Hz	E08=5368.89Hz		

表 3 竹琴聲音量測與 EMA 模態振型比對總表

mode	聲音量測				EMA			差異(%)	
	垂直敲擊		側向敲擊		模態數	自然頻率[Hz]	物理意義		
	衰減率 42.04%		衰減率 162.92%						
	自然頻率[Hz]	峰值分貝(dB)	自然頻率[Hz]	峰值分貝(dB)				垂直敲擊	側向敲擊
S-01			896	43.84	E-01	824.51	Y(3,1)	-8.67%	
S-02	1062	16.85	1056	24.58	E-02	1035.49	Y(3,1)	-2.56%	-1.98%
S-03					E-03	1444.15	Z(4,1)		
S-04	1798	40.72	1779	23.49	E-04	1902.44	Z(3,1)	5.49%	6.49%
S-05			2394	33.34	E-05	2671.57	Z(4,1)		10.39%
S-06	3046	38.88	3027	26.99	E-06	3029.11	Y(4,1)	-0.56%	0.07%
S-07	4211	39.22	4147	34.55	E-07	4141.29		-1.68%	-0.14%
S-08	5478	33.17			E-08	5368.89	Y(5,1)	-2.03%	

generation.

Discussions on Vibration Modes and Sound Generation Mechanism of Bamboo Percussion Instrument

Bor-Tsuen Wang¹, Guan-Zhou
Chen¹, Chia-Hsien Huang¹, Bo-Jun
Zhang¹, Ying-Huei Wu²

¹ Department of Mechanical Engineering,
Pingtung University of Science and
Technology

²National Nei-Pu Senior
Agricultural-Industrial Vocational School of
Machinery Division

MOST Project No.: MOST 105-2221-E-020 -016

Abstract

Bamboo has been widely chosen as the material of musical instrument for its hollow shape property. This work aims to discuss the vibration modal properties of bamboo pipe made percussion instrument and its sound generation mechanism. Finite element analysis (FEA) software, ANSYS, is adopted to construct the FE model and perform theoretical modal analysis (TMA) so as to obtain bamboo's natural frequencies and corresponding mode shapes. The bamboo pipe is also carried out experimental modal analysis (EMA) by using the impact hammer as actuator and the accelerometer as sensor. The signals are measured via FFT analyzer to determine the frequency response functions (FRFs) that are input to curve-fitting software, ME'scopeVES, to get real modal parameters, including natural frequencies, mode shapes and modal damping ratios. The bamboo pipe is also struck and measured its percussion sound by using microphone to obtain the sound spectrum. Different percussion locations are examined to investigate the sound generation mechanism. The correlation between percussion sound frequencies and vibration modes can be evaluated through sound spectrum and modal parameters obtained from TMA and EMA. Results show the peak response of radiated sound frequencies are related to structural vibration modes, especially the nodal point effect. If the FE model of bamboo pipe can be validated properly to get equivalent model, then the numerical model can be applied to perform bamboo pipe design modification.

Keywords : Finite element analysis (FEA), Experimental modal analysis (EMA), Bamboo, Sound