

銅鐘聲振耦合分析之模態特性與聲音頻譜

Vibro-Acoustic Analysis of Copper Bell for Modal Characteristics and Sound Spectrum

王栢村¹、蔡俊郎^{2*}、黃崇閔²、黃家賢³、吳盈輝⁴

¹國立屏東科技大學機械工程系 教授

²國立屏東科技大學機械工程系 大學生

³國立屏東科技大學機械工程系 碩士生

⁴國立內埔高級農工職業學校 機械科

摘要

銅鐘為歷史悠久的打擊樂器，常見於寺廟或教堂。為瞭解銅鐘聲音傳遞特性，本文旨在針對銅鐘進行聲振耦合分析，分為銅鐘結構與空氣結構耦合兩個系統作探討。藉由觀察銅鐘結構之模態特性與聲音頻譜，了解銅鐘聲音傳遞的聲音壓力位準與聲音指向性，並探討銅鐘空氣耦合對結構自然頻率的影響。首先利用有限元素分析(FEA)之 COMSOL 軟體建構銅鐘結構與空氣結構耦合系統之有限元素模型，分別進行模態分析，求得理論之自然頻率與模態振型，接著進行實驗模態分析(EMA)，將量測到的衝擊錘衝擊力輸入與聲音壓力輸出之頻率響應函數匯入曲線嵌合軟體(ME' scopeVES)進行曲線嵌合，可求得空氣結構耦合系統實際結構之自然頻率、模態振型及模態阻尼比；最後將理論與實驗之模態參數進行比較驗證，可明確了解銅鐘之模態特性。同時，進行空氣結構耦合系統之簡諧響應分析，獲得實驗對應之頻率響應函數，可成功的預測聲音頻譜。結果顯示，空氣耦合對結構自然頻率僅有微小的影響，結構模態與聲音壓力聲場模態振型有合理的對應，更可預測銅鐘的聲音指向性。本文針對銅鐘進行聲振耦合分析，可了解銅鐘之模態特性與聲音頻譜，建立之分析手法也可應用於其他打擊樂器之聲音特性研究與開發設計。

關鍵字：銅鐘、有限元素分析、空氣結構耦合系統、簡諧響應分析

Abstract

Copper bell is a kind of historical percussion instrument and can be seen in temples or churches. This work aims to perform vibro-acoustic analysis for the bell to realize the sound radiation characteristics. Both bell's structure-only and air-structure coupling systems are, respectively, presented. Modal properties and sound spectrum of the bell can be obtained to predict the sound pressure level and directivity. The air-structure coupling effect is also explored. COMSOL, the finite element analysis (FEA) software, is used to construct both the structure-only and air-structure coupling FE models, respectively. Modal analysis is first performed to obtain theoretical natural frequencies and corresponding mode shapes. Experimental modal analysis (EMA) is then carried out to measure the frequency response

functions (FRFs) between the sound pressure and impact force that are input to the curve-fitting software (ME'ScopeVES) to obtain modal data, including natural frequencies, mode shapes and modal damping ratios. Both theoretical and experimental modal parameters can be updated and verified. Harmonic response analysis is also performed to predict the FRFs of air-structure coupling system. Results show air-structure coupling has only slight effect on natural frequencies. The structural mode shapes and sound pressure acoustic mode shapes reveal reasonable correlation. Importantly, the sound directivity can also be visualized analytically. This work shows the vibro-acoustic analysis to characterize the modal properties and sound spectrum of copper bell and can lead to R&D for other percussion instruments as well.

Keywords: copper bell, finite element analysis (FEA), air-structure coupling system, harmonic response analysis.

一、前言

銅鐘於遠古時代已被人們使用，由古至今演發出許多別具特色的鐘，發展前期被用於警示與激勵戰鬥，現今演進為宗教之心靈慰藉。王等人[1]探討平滑表面銅鐘之振動模態與發聲機制，運用有限元素分析與實驗模態分析之模態參數比對，可了解銅鐘之振動模態特性，並且進行聲音量測分析，了解銅鐘經敲擊不同位置與使用不同敲擊鉗敲擊後，其聲音特性差異，最後將銅鐘之模態振型與聲音頻譜圖兩者對應驗證，發現結構之模態振型與聲音頻譜有良好之對應，本文將針對此銅鐘進行聲振耦合分析，探討銅鐘之聲場模態特性與並進行聲音響應預測。

取得打擊樂器的發聲模態，可針對其進行聲振耦合分析，求得其理論之模態參數，其包含自然頻率與模態振型，並經由實驗模態分析所得之實際模態參數來驗證分析之正確性，可進行聲音響應預測。Wang et al. [2]首先針對鐵琴片進行結構模態分析，了解鐵琴片之振動模態特性，接著進行結構聲場模態分析，取得聲場之模態振型，並與實驗量測之模態振型與聲音頻譜進行比對驗證，其有合理對應，完成聲音響應預測。王等人[3]針對鐵磬進行聲振耦合分析，獲得空氣結構耦合系統之理論模態參數與頻率響應函數，並透過結構之實驗模態分析所得的模態參數與頻率響應函數進行比對驗證，完成聲音響應預測分析，驗證此理論聲音頻譜預測方法具有相當之可靠度。Liu and Yi [4]探討球磨機之結構空氣耦合系統與單一結構之關聯性，分別對結構、聲場、以及空氣結構耦合系統進行模態分析，發現聲場模態與結構模態振型有密切關係。Spiess et al. [5]探討鐘於有限元素分析中，有限元素模型有無吊環其在分析上的差異，比較結果發現，有無吊環對分析之自然頻率差異不大。王等人[6]針對古鈸進行模型驗證，分別對古鈸結構與空氣結構耦合系統進行有限元素分析與實驗模態分析，經比對發現分析及實驗之模態參數具有相當之吻合性。陳等人[7]針對車輛變速箱進行聲學特性探討，藉由箱體內部結構與空氣結構耦合兩系統之分析自然頻率及模態振型比較，了解變速箱的聲振耦合特性，作為降低變速箱噪音產生之參考依據。

本文旨在針對銅鐘進行聲振耦合分析，了解銅鐘聲音傳遞的聲音壓力位準(dB)與聲音指向性，首先運用有限元素分析與實驗模態分析，分別求得其理論與實際之模態參數，將兩者進行比較驗證，可了解銅鐘空氣結構耦合系統之模態特性，接著進行簡諧響應分析，求得理論之頻率響應函數，並與實驗模態分析所求得之實際結構頻率響應函數進行驗證，完成聲音響應預測，此外亦探討空氣耦合對銅鐘結構之影響，藉由分析所得之自然頻率與模態振型比對，來得知結構與空氣結構耦合系統其差異程度。

二、有限元素分析

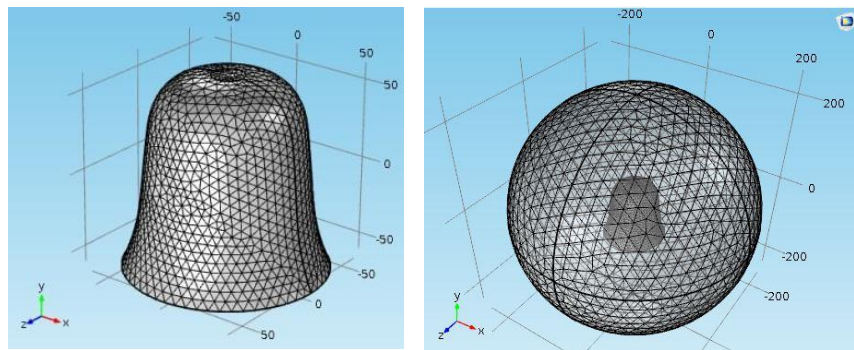
本文採用 COMSOL 有限元素分析軟體對銅鐘之空氣結構耦合系統進行聲振耦合分析與簡諧響應分析，其中聲振耦合分析可求得理論之模態參數，包含自然頻率與模態振型，簡諧響應分析可求得理論頻率響應函數，圖 1 為銅鐘實體圖，圖 2 為銅鐘有限元素模型圖，圖 2(a)為銅鐘結構，圖 2(b)為銅鐘空氣結構耦合系統，首先建構銅鐘結構與空氣球體，接著將材料假設為等向性材料，最後於空氣球體表面設定為無限音場，以模擬實際聲音傳遞狀況；銅鐘結構元素形式採用線性立方體元素(SOLID)建構有限元素模型，材料參數假設楊氏係數 $E=39.1727(\text{GPa})$ 、浦松比 $\nu=0.34$ ，密度 $=7326(\text{kg}/\text{m}^3)$ ；空氣之元素形式採用空氣元素，材料參數假設空氣聲速 $=343(\text{m}/\text{s})$ ；邊界條件於銅鐘結構設定自由邊界，內部空氣設定為結構、空氣之耦合邊界，外部空氣設定為自由音場表面；於模態分析時負荷條件不需設定；此外本文亦針對純結構進行模態分析，求得其模態參數；於簡諧響應分析中，將負荷條件設定輸入外力 $F=-1(\text{N})$ 於銅鐘 1 號點，輸出距離 1 號點 20cm 處，來模擬實驗模態分析麥克風位置，藉此求得銅鐘空氣結構耦合系統之頻率響應函數；並於銅鐘距離 20cm 處，沿著圓周方向每隔 10 度輸出其點之聲音壓力位準(dB)，繪製成聲音指向性雷達圖。

三、實驗模態分析

藉由實驗模態分析可求得銅鐘空氣結構耦合系統之實際模態參數，其包含自然頻率、模態振型與模態阻尼比，圖 3 為銅鐘實驗模態分析量測點示意圖，銅鐘佈點為將鐘高分成 6 等份，圓周 12 等份，共有 72 個量測點，每一量測點可獲得一筆頻率響應函數，共 72 筆頻率響應函數；圖 4 為銅鐘實驗模態分析儀器架設圖，表 1 為實驗儀器型號表，本實驗使用振動噪音量測軟體(SVM)與訊號擷取卡(NI-9234)進行實驗模態分析，銅鐘以釣魚線懸吊，來模擬自由邊界，以衝擊錘為驅動器，麥克風為感測器，將麥克風固定在距離結構 1 號量測點 20 公分處，利用固定麥克風，移動衝擊錘的方式進行實驗量測。振動噪音量測軟體設定如下，頻寬設定為 10000Hz，頻率解析度為 0.78125Hz，將麥克風與衝擊錘連接於訊號擷取卡，擷取之訊號傳入振動噪音量測軟體進行快速傅立葉轉換，求得實際之頻率響應函數，最後將所有量測到之頻率響應函數匯入曲線嵌合軟體 ME' scopeVES 進行曲線嵌合(Curve Fitting)，可求得銅鐘實驗之自然頻率、模態振型與模態阻尼比。



圖 1、銅鐘實體圖



(a)結構

(b)空氣結構耦合系統

圖 2、銅鐘有限元素模型圖

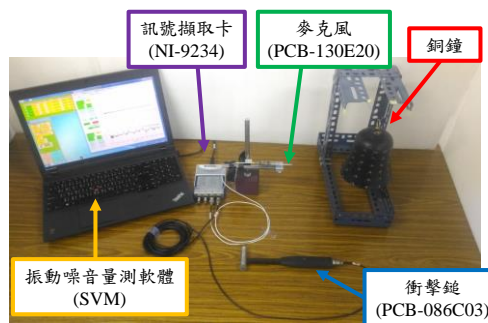
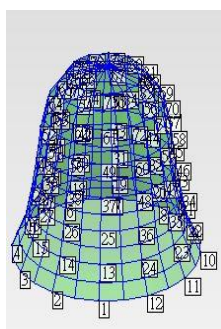


表 1、實驗儀器型號表

儀器	型號
訊號擷取卡	NI-9234
衝擊鎚	PCB-086C03
麥克風	PCB-130E20

圖 3、銅鐘實驗模態分析量測點示意圖 圖 4、銅鐘實驗模態分析儀器架設圖

結構 1 號量測點 20 公分處，利用固定麥克風，移動衝擊鎚的方式進行實驗量測。振動噪音量測軟體設定如下，頻寬設定為 10000Hz，頻率解析度為 0.78125Hz，將麥克風與衝擊鎚連接於訊號擷取卡，擷取之訊號傳入振動噪音量測軟體進行快速傅立葉轉換，求得實際之頻率響應函數，最後將所有量測到之頻率響應函數匯入曲線嵌合軟體 ME' scopeVES 進行曲線嵌合(Curve Fitting)，可求得銅鐘實驗之自然頻率、模態振型與模態阻尼比。

四、結果與討論

本文主要針對銅鐘進行聲振耦合分析，探討空氣結構耦合系統之模態特性與聲音頻譜，利用有限元素分析與實驗模態分析兩者之模態參數進行比對驗證，可明確了解聲場之模態特性與聲音指向性，並進行簡諧響應分析，獲得與實際空氣結構耦合系統對應之頻率響應函數，完成聲音響應分析，本文亦探討空氣耦合對結構之影響，利用理論之銅鐘結構與空氣結構耦合系統兩者之模態參數進行比較，來了解空氣耦合對結構之影響程度，分述如下：

4-1 銅鐘之模態特性與聲音頻譜

表 2 為空氣結構耦合系統之有限元素分析與實驗模態分析自然頻率總表，經由先前的實驗結果，得知銅鐘的主要發聲頻率於 5000Hz 前[1]，故本文針對 0~5000Hz 的頻率範圍進行討論，其中 Fsa-11、E-01 分別代表分析與實驗之第 11、第 1 個模態，模態振型物理意義之 y 方向為鐘高，r 為銅鐘徑向節線數， θ 為周向節線數，比較結果如下：

1. 空氣結構耦合系統之理論與實驗之比對結果，整體自然頻率誤差平均($\bar{\varepsilon}$)為 2.459%，誤差平方平均根值(ε_{rms})為 6.221%，其中除了於 $F_{sa-214/E-09}$ 有-14.020%較大的誤差外，其餘皆在 6.955%以內，推測造成此誤差之原因為有限元素模型與實際結構有些微差距所造成。
2. 由於銅鐘空氣結構耦合系統本身為對稱結構，因此其模態振型會有對稱模態的現象產生，其理論特性為自然頻率與模態振型物理意義兩兩相同，僅有模態振型之 y 軸 45 度或 90 度相位差，由於本文分析之有限元素模型分割模式為 Free mesh，結構分割無對稱，且實際銅鐘外形並非真圓，以至於兩者之對稱模態自然頻率皆有微小誤差，但不影響判讀。
3. 銅鐘於分析之自然頻率 4128.3Hz 後產生頂部模態，因本文實驗未針對銅鐘頂部進行佈點，以致頂部聲場模態無法經由實驗量測獲得，但整體仍可明確了解其模態特性。

圖 5 為空氣結構耦合系統之聲音頻譜與相應的聲場模態振型與聲音指向性示意圖，為各結構模態振型對應之聲場模態振型與聲音指向性圖，其中聲音頻譜之虛線與實線分別為理論與實驗之頻率響應函數，以理論與實驗之頻率響應函數比對，可知於自然頻率 2500Hz 以後產生頻率差異，但整體仍可對應，且頻率響應函數峰值各對應一個結構模態振型、聲場模態振型與聲音指向性圖；表 3 為空氣結構耦合系統之有限元素分析與實驗模態分析模態振型總表，由 $F_{sa-011/E-01}$ 為例，紅色虛線為模態振型節線，因空氣結構耦合系統之模態振型物理意義為 $(y, \theta)=(1, 2)$ ，故聲場模態振型也會產生相應之模態振型，其餘也具相同對應，透過理論與實驗比對，驗證聲音響應預測具相當可靠度。

4-2 銅鐘之聲振耦合分析

表 4 為結構與空氣結構耦合系統之理論自然頻率總表，其自然頻率誤差計算以結構為基準，來計算空氣耦合對結構自然頻率的影響，最大誤差除了 $F_{sa-696/Fs-21}$ 為 0.972%，其餘皆在 0.656%以內，顯示空氣耦合對結構自然頻率影響微小，圖 5 為空氣結構耦合系統之聲音頻譜與相應的聲場模態振型與聲音指向性示意圖，經由理論之結構與空氣結構耦合系統模態振型比對，可發現具空氣耦合之模態振型與結構之模態振型完全對應。

五、結論

本文目的為探討銅鐘聲場之模態特性與聲音頻譜，了解銅鐘聲音傳遞的聲音壓力位準與聲音指向性，透過建構銅鐘空氣結構耦合系統之有限元素模型進行聲振耦合分析與簡諧響應分析，求得理論之模態參數與頻率響應函數，並利用實驗模態分析所得實際之模態參數與頻率響應函數驗證，確認聲音響應預測之可靠度，並且探討空氣耦合對結構之模態參數影響，結論如下：

1. 空氣結構耦合系統之自然頻率誤差除了於 $F_{sa-214/E-09}$ 有-14.02%之誤差外，其餘皆在 6.955%以內，推測造成此誤差原因為有限元素模型與實際結構有些微差異所造成。

2. 由分析與實驗之頻率響應函數峰值對應，雖於自然頻率2500Hz以後產生頻率差異，但整體仍可了解其聲場之模態特性，成功完成聲音響應預測。
3. 結構與空氣結構耦合系統之理論自然頻率誤差於0.972%以內，模態振型完全對應，了解空氣耦合對結構之影響微小。
4. 本文針對銅鐘空氣結構耦合系統進行聲振耦合分析，並利用實驗量測來驗證聲音響應預測技術之可靠度，成功解析銅鐘聲場之模態特性與聲音頻譜，本文建立之分析手法也可應用於其他打擊樂器之聲音特性研究與開發設計。

表 2、空氣結構耦合系統之有限元素分析與實驗模態分析自然頻率總表

FEA		EMA		自然頻率 率誤差 (%)	模態阻尼比 (%)	物理意義 (y,θ)
模態數	自然頻率 (Hz)	模態數	自然頻率 (Hz)			
F _{sa} -11	567.3	E-01	578.4	-1.919	0.00339	(1,2)
F _{sa} -12	567.5	E-02	582.8	-2.620	0.00393	(1,2)
F _{sa} -36	1558.4	E-03	1536.1	1.452	0.00361	(1,3)
F _{sa} -37	1558.7	E-04	1538.4	1.320	0.00362	(1,3)
F _{sa} -141	2767.4	E-05	2613.3	5.897	0.00602	(1,4)
F _{sa} -142	2768.0	E-06	2616.8	5.778	0.00618	(1,4)
F _{sa} -171	2860.9	E-07	2732.3	4.707	0.00828	(2,3)
F _{sa} -172	2861.0	E-08	2743.0	4.302	0.00903	(2,3)
F _{sa} -214	3056.5	E-09	3555.6	-14.020	0.0474	(2,2)
F _{sa} -215	3057.1	--	--	--	--	(2,2)
F _{sa} -379	3817.3	E-10	3574.6	6.790	0.0154	(2,4)
F _{sa} -380	3818.4	E-11	3587.0	6.451	0.0307	(2,4)
F _{sa} -466	4126.1	E-12	3857.8	6.955	0.0105	(1,5)
F _{sa} -467	4128.3	E-13	3862.8	6.873	0.011	(1,5)
F _{sa} -696	4853.5	--	--	--	--	Global (r,θ)= (1,0)
自然頻率誤差平均值($\bar{\epsilon}$)				2.459		
自然頻率誤差平方平均根值(ϵ_{rms})				6.221		

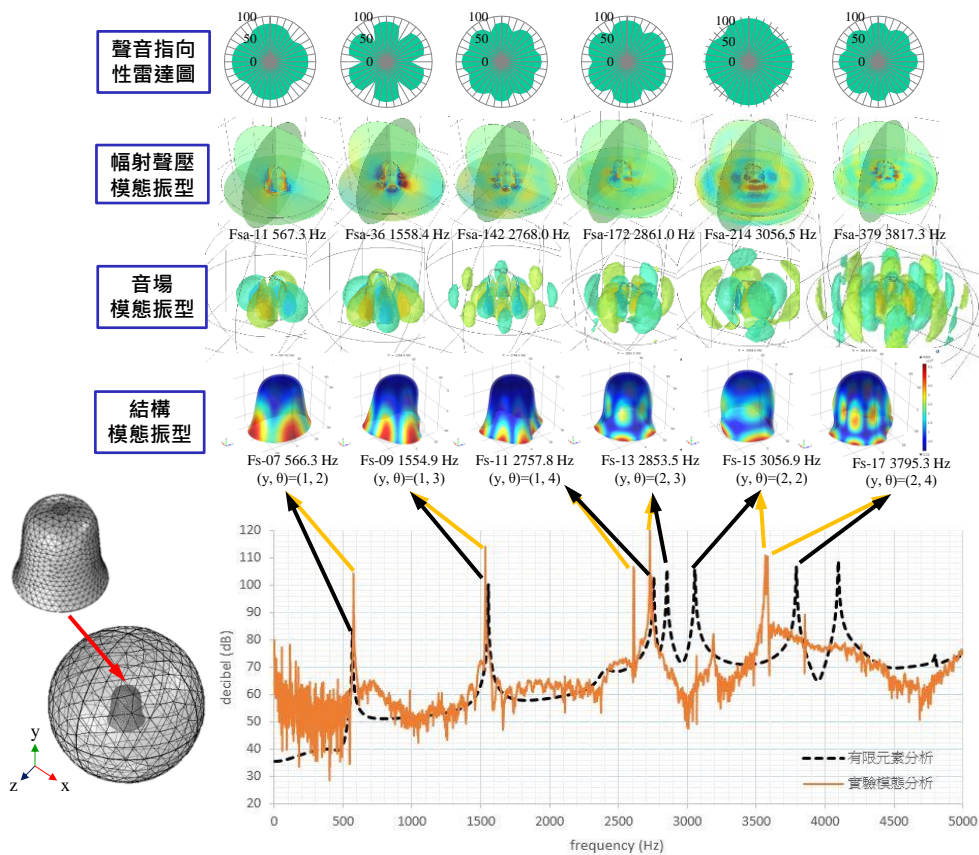


圖 5、空氣結構耦合系統之聲音頻譜與相應的聲場模態振型與聲音指向性示意圖

表 3、空氣結構耦合系統之有限元素分析與實驗模態分析模態振型總表

FEA			EMA		物理意義 (ν, θ)
自然頻率 (Hz)	模態振型		自然頻率 (Hz)	模態振型	
	前視圖	仰視圖			
$F_{sa-011_}$ 567.3			E-01_ 578.4		(1,2)
$F_{sa-036_}$ 1558.4			E-03_ 1536.1		(1,3)
$F_{sa-142_}$ 2768.0			E-06_ 2616.8		(1,4)
$F_{sa-172_}$ 2861.0			E-08_ 2743.0		(2,3)
$F_{sa-214_}$ 3056.5			E-09_ 3555.6		(2,2)
$F_{sa-379_}$ 3817.3			E-10_ 3574.6		(2,4)
$F_{sa-467_}$ 4128.3			E-13_ 3862.8		(1,5)
$F_{sa-696_}$ 4853.5			--	--	Global (r, θ)= (1,0)

表 4、結構與空氣結構耦合系統之理論自然頻率總表

FEA(空氣結構)		FEA(結構)		自然頻率	自然頻率
模態數	自然頻率 (Hz)	模態數	自然頻率 (Hz)	誤差 (Hz)	誤差 (%)
F _{sa} -11	567.3	F _S -07	566.3	1.0	0.187
F _{sa} -12	567.5	F _S -08	566.3	1.2	0.217
F _{sa} -36	1558.4	F _S -09	1554.9	3.5	0.225
F _{sa} -37	1558.7	F _S -10	1555.1	3.6	0.231
F _{sa} -141	2767.4	F _S -11	2757.8	9.6	0.348
F _{sa} -142	2768.0	F _S -12	2757.9	10.1	0.366
F _{sa} -171	2860.9	F _S -13	2853.5	7.4	0.259
F _{sa} -172	2861.0	F _S -14	2853.9	7.1	0.249
F _{sa} -214	3056.5	F _S -15	3056.9	-0.4	-0.013
F _{sa} -215	3057.1	F _S -16	3057.1	0	0
F _{sa} -379	3817.3	F _S -17	3795.3	22.0	0.58
F _{sa} -380	3818.4	F _S -18	3795.8	22.6	0.595
F _{sa} -466	4126.1	F _S -19	4101.4	24.7	0.602
F _{sa} -467	4128.3	F _S -20	4101.4	26.9	0.656
F _{sa} -696	4853.5	F _S -21	4806.8	46.7	0.972

六、參考文獻

1. 王栢村, 蔡俊郎, 葉明遠, 李致緯, 張博鈞, 吳盈輝, 第二十四屆中華民國振動與噪音工程學術研討會, 「平滑表面銅鐘之振動模態與發聲機制探討」, 2016
2. Wang, B. T., Huang, C. H., Wu, Y. H., “Vibro-Acoustic Coupling Analysis for Harmonic Sound Plate, ” 23th International Congress on Sound & Vibration, Athens, Greece, Paper No. : 431, 2016.
3. 王栢村、張宏名、黃家賢、余冠德、吳盈輝, 台灣聲學學會第 28 屆學術研討會, 「鐵磬打擊樂器之聲振耦合分析」, 論文編號: A-03, 2015。
4. Liu, Z., Yi, C., “The Analysis of Vibro-Acoustic Coupled Characteristics of Ball Mill Cylinder Under Impact Excitation” China Conference on Software Engineering, China, Vol. 2 ,No. : ,2008.
5. H. Spiess, B. Lau, P. Wriggers, A. Schneider, R. Bader, M. Wiggenhagen, “Analysis of Bell Vibration” Available: <http://gid.cimne.upc.es/2004/papers/p199.pdf> (accessed on 2016/06/01)
6. 王栢村、余冠德、黃家賢、吳盈輝, 中國機械工程學會 104 年度年會暨第 32 屆全國學術研討會, 「古鈸打擊樂器之聲振耦合分析」, 論文編號: B07-2198, 2015。
7. 李福忠, 項昌樂, 劉輝, 噪音與振動控制, 「車輛變速箱聲振耦合系統的聲學特性研究」, 論文編號: 1006-1355(2011)01-0015-06, 2011。

