

## 古鈸打擊樂器之聲振耦合分析

王栢村<sup>1\*</sup>、余冠德<sup>2</sup>、黃家賢<sup>2\*</sup>、吳盈輝<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 屏東科技大學機械工程系教授

<sup>2</sup> 屏東科技大學機械工程系碩士生

<sup>3</sup> 國立內埔高級農工職業學校 機械科

MOST104-2221-E-020-033

\*Email: wangbt@mail.npust.edu.tw

### 摘要

敲擊聲音響應是評估打擊樂器聲音品質的重要依據，而敲擊聲音與空氣及結構的幾何形狀，材料和邊界條件形成耦合效應，透過實驗手法的設計分析曠日廢時，因此本文旨在發展打擊樂器振動聲音的耦合分析，採用有限元素分析(FEA)商業軟體建構空氣結構耦合系統的有限元素模型。首先進行系統的聲場模態分析，以獲得空氣結構系統的聲場模態參數。系統模態振型可以分為結構模態振型及聲場模態振型。結構模態振型通常可由實驗模態分析(EMA)求得，聲場模態振型則不容易由實驗得到。本文將分別由FEA及EMA所求得的結構相關模態特性進行比較，包括系統的自然頻率及位移模態振型，另外可以從分析結果觀察聲場模態振型。同時，也進行簡諧響應分析以得到衝擊力輸入和敲擊聲音壓力輸出之間的頻率響應函數(FRF)，由分析和實驗所得到的頻率響應函數進行比較，可得到良好的對應。本文針對古鈸打擊樂器，發展了空氣結構耦合系統的振動聲場模態分析以及簡諧響應分析方法，可以明確的解析打擊樂器之空氣結構耦合系統的模態特性及其敲擊聲音頻譜。本文建立的分析與實驗方法也可以應用於其他打擊樂器之研究。

**關鍵字：**有限元素分析、空氣結構耦合系統、簡諧響應分析

### 1. 前言

市面上樂器種類繁多，演奏起來也都有各自的聲音特色，本文將從振動噪音實驗室所研發出的古鈸新型打擊樂器來作為本次探討的主題。王與余[1]探討古鈸之結構振動模態與打擊聲音特性，透過運用理論分析與實驗分析求得之模態參數進行比對驗證，確認理論分析與實際結果之等效性，進而探討利用分析及比較實際之固定邊界之古鈸與自由邊界之古鈸模態特徵，也探討硬和軟槌敲擊之古鈸聲音特性，以及探討敲擊古鈸之不同位置之聲音特性，藉以了解古鈸的聲音特性。

為了能更有效的了解結構主要發聲位置，可針對打擊樂器進行聲振耦合之結構音場分析，並經由聲場

分析可以預先得知聲音發出之位置，王與張[2]應用ANSYS、VL-ACOUSTICS及一套訊號擷取裝置，發展建立良好聲音品質的評價方法及全理論分析之高爾夫球具擊球聲音預測模式，並發展基於良好聲音品質之高爾夫球頭結構逆向設計分析之技術，由結果可看出，VL-ACOUSTICS聲學模擬軟體，應用於全理論方法之聲音預測模式，並針對其聲音預測分析之結果進行評估，驗證了此軟體的音場分析能力其可靠度相當高，且發現當有限元素模型越等效於實際結構，所預測之聲音頻譜越有其可靠度。陳等人[3]利用耳道內剩餘空間聲場之三維立體影像，再以有限元素法進行分析，位於耳道口內9mm處收音耳道內剩餘空間之聲場分佈特性分析，結果與人耳配戴CIC助聽器之真耳測試相近，也應用於人耳配戴助聽器後耳道內剩餘空間進行各點的聲壓量測，及應用聲學有限元素模組對空間聲場分佈特性分析有更進一步地瞭解。Fortune-Todd [4]利用真耳測試針對不同耳道深度測量其對聲源方向性敏感度之研究，但其目的著重於對外來音源位置之定位及語音的辨識率來做探討，結果顯示麥克風放置區域會影響聲源之方向性，相對於收聽者方向，靈敏度也可以控制信號與噪聲源的位置。Mathew et al.[5]主要研究空間化技術的問題，音頻製作和空間音頻設計空間框架(SpADS)，並操作空間音頻，也闡明形態分析及定義音頻為三維揚聲器配置，允許分析和設計先進的控制器，以及記錄和再現方法之間的關係。

本文將古鈸打擊樂器做為聲音響應預測之目標，利用實驗模態分析進行實驗量測得到實際結構之模態參數與頻率響應函數，並利用實際之模態參數建構出音場分析之模型，並進行驗證，確認模型之等效性，最後進行簡諧響應分析，求得理論之頻率響應函數，並與實際結構求得之頻率響應函數做驗證，完成聲音響應預測分析。

### 2. 聲振耦合分析原理

大多數分析與實驗皆只有針對結構振動系統進行探討，本文將納入空氣耦合結構之聲振系統並與結構振動系統進行說明，圖1為結構系統方塊圖，主要說明聲振耦合之結構系統原理，從輸入→系統→輸出

理念，由時間域來看，輸入為 $j$ 點外力 $f_j$ ，系統為結構之幾何材料邊界輸出為 $i$ 點加速度 $a_i$ 。由頻率域來看，輸入為 $j$ 點外力，輸出為 $i$ 點加速度，其中輸入外力(N)與輸出加速度( $m/s^2$ )之關係可獲得其頻率響應函數 $H_{a_i, f_j}(f)$ 。由模態域來看，結構系統為 $f_r$ =結構之第 $r$ 個頻率值、 $\phi_r$ =結構之第 $r$ 個模態振型、 $\zeta_r$ =結構之第 $r$ 個阻尼比。

透過上述說明聲振耦合結構振動系統，接著說明空氣結構耦合系統原理，圖2為空氣結構耦合系統方塊圖，由時間域來看，空氣之系統有幾何材料邊界，空氣結構耦合系統分別有結構之 $M_s$ =結構之質量矩陣、 $C_s$ =結構之阻尼矩陣、 $K_s$ =結構之剛度矩陣；與聲振耦合結構系統不同之處多了以及空氣之 $M_a$ =空氣結構耦合系統之空氣質量矩陣、 $C_a$ =空氣結構耦合系統之空氣阻尼矩陣、 $K_a$ =空氣結構耦合系統之空氣剛度矩陣等。由頻率域來看空氣結構耦合系統，輸入為 $j$ 點外力 $f_j$ ，輸出為 $k$ 點聲音壓力 $p_k$ ，其中輸入外力(N)與輸出麥克風(Pa)之關係可獲得其頻率響應函數 $H_{p_k, f_j}(f)$ 。由模態域來看空氣結構耦合系統分別有 $\bar{f}_r$ =空氣結構系統之第 $r$ 個頻率值、 $\bar{\zeta}_r$ =空氣結構系統之第 $r$ 個阻尼比、 $\bar{\phi}_{r(s)}$ =空氣結構系統之第 $r$ 個結構模態振型、 $\bar{\phi}_{r(a)}$ =空氣結構系統之第 $r$ 個空氣模態振型。

### 3. 結構系統之模型驗證

#### 3.1 有限元素分析

本小節透過COMSOL軟體對古鈸結構進行有限元素分析，求得古鈸結構之理論模態參數，圖3為結構系統之有限元素模型圖，(a)為實體圖、(b)為數學模型、(c)為有限元素模型，幾何為階級圓，材料假設為等向性材料，邊界設定為自由邊界，元素名稱為線性立體元素(SOLID45)，材料參數為楊氏係數為109(GPa)、密度為8,526.22( $kg/m^3$ )、蒲松比為0.34，元素分割為節點為37,444個、元素為22,322個；位移限制為自由邊界(free-free)；外力負荷為一外力-1(N)施加於古鈸結構第18號點上；針對古鈸結構第18號點上進行簡諧響應分析，並求得其理論之同點頻率響應函數。

#### 3.2 實驗模態分析

透過上小節有限元素分析取得理論模態參數，並以理論模態參數為參考進行實驗前規劃，並透過實驗模態分析求得實驗之模態參數，表1為感測器與驅動器之重要規格表，圖4為實驗量測敲擊點規畫，將古鈸軸向X方向分為4等分，外圈徑向24個點，中間兩圈徑向分別各12個點，共24個點，總共56個點數，敲擊R方向；圖5為結構系統實驗架構圖，將古鈸使用鈞魚線懸吊模擬自由邊界情形，小型衝擊錘為驅動器，

加速度規為感測器；儀器設定，頻寬設定為10,000Hz，時間點數8,192個點，頻率解析度為3.125Hz，整體實驗流程，衝擊錘敲擊古鈸之佈點處，並將加速度規安置於18號點，採用固定加速度計；移動衝擊錘的方式進行實驗透過頻譜分析儀求得頻率響應函數、關聯性函數，經由MEscopeVES進行曲線嵌合求得實際結構之模態參數。

#### 3.3 模型驗證之結果與討論

在3.2節說明結構實驗架設之流程，透過理論與實驗分析分別取得理論、實驗之模態參數，並互相比對驗證，圖6為結構之頻率響應函數，(a)為實驗、(b)為理論，實驗與理論之頻率響應函數，在輸入(N)與輸出( $m/s^2$ )皆為第18點上，即 $(i, j) = (18, 18)$ 由圖中可以看出實驗與理論之頻率響應函數，兩者之峰值皆有相互對應之趨勢，而在同點之頻率響應函數有出現明顯之反共振點，由此可驗證實驗之可靠性。

並由表2與表3分別為結構之理論與實驗模態分析之自然頻率與模態振型總表可得知，分析與實驗所得之各模態自然頻率誤差比對，頻率誤差最低之模態振型為F-03，其頻率誤差百分比為-0.18%；頻率誤差最高之模態振型為F-06，其頻率誤差百分比為1.69%；則總體誤差之部分， $(\epsilon)$ 自然頻率誤差平均值為1.034%， $(\epsilon_{rms})$ 自然頻率誤差平方平均根為1.116%；模態數F-01及E-01分別代表分析與實際之第一個模態，模態振型及物理意義以 $(r, \theta)$ 表示， $r$ 為徑向之節線數， $\theta$ 為周向之節線數，以下就古鈸之振動模態特性及模型驗證結果綜合如下：

1. 以COMSOL分析軟體與實驗所得之各模態自然頻率比較總體差為1.034%以下，兩者模態振型對應良好，初步判斷主要造成頻率誤差之原因為加工誤差，古鈸厚度不均厚、CNC車床加工時尺寸無法精確控制與有限元素模型略有異。
2. 古鈸之幾何模型，在分析上為軸對稱結構，F-01/F-02、F-04/F-05、F-06/F-07、F-08/F-09、F-10/F-11、F-12/F-13、F-14/F-15、F-17/F-18、F-19/F-20均為軸對稱模態，物理意義皆兩兩相互對應，僅有45°相位角差異。
3. 古鈸敲擊邊緣點有位移響應之模態振型包含：F-01/E-01、F-04/E-03、F-06/E-04、F-08/E-05、F-10/E-06、F-16/E-09、F-19/E-11，當敲擊邊緣點時可激發出這些模態，將此些模態定義為發聲模態。

### 4. 空氣結構耦合系統之模型驗證

#### 4.1 有限元素分析

由3.1小節針對古鈸結構振動進行理論分析，本小節則透過COMSOL軟體針對聲振耦合結構進行有

限元素分析，求得古鈸空氣結構耦合之理論模態參數，圖7為空氣結構耦合系統之有限元素模型圖，(a)為實體圖、(b)為數學模型、(c)為有限元素模型，幾何方面有結構之階級圓及空氣體積；材料方面假設結構材料為等向性材料，並假設空氣聲速與空氣密度；結構與空氣耦合之邊界上假設空氣結構耦合介面，最外層空氣表面則需設定為無限音場，並模擬實際之音場效應，古鈸結構部分設定為自由邊界；元素名稱為線性立體元素(SOLID45)，材料參數為楊氏係數為109.00(GPa)，密度為8,526.22(kg/m<sup>3</sup>)，蒲松比為0.34，元素名稱為聲場元素，材料參數為空氣密度為1,030(kg/m<sup>3</sup>)，空氣聲速為343(m/s)；元素分割採用free mesh；位移限制部分則在古鈸結構設定為自由邊界、其內部設定空氣與結構耦合之邊界、空氣外部邊界設定自由音場表面(infinite free-field)；負荷條件為輸出為古鈸物體*i*點上-1(N)外力，輸入為在空氣中之*k*節點上，經由輸入*i*點上-1(N)外力與輸出*k*節點上之關係求得其理論之同點頻率響應函數。

## 4.2 實驗模態分析

參照3.2小節之方法加入麥克風並針對聲振耦合結構進行實驗模態分析，求得實驗之模態參數，圖4為實驗量測敲擊點規畫，將古鈸軸向X方向分為4等分外圈徑向24個點，中間兩圈徑向分別各12個點，共24個點，總共56個點數，敲擊R方向；圖8為空氣結構耦合系統實驗架構圖，將古鈸使用釣魚線懸吊模擬自由邊界情形，小型衝擊錘為驅動器，麥克風為感測器；儀器設定，頻寬設定為10,000Hz，時間點數8,192個點，頻率解析度為3.125Hz；整體實驗流程，衝擊錘敲擊古鈸之佈點處，並將精密麥克風固定於18號點下方45°處進行實驗採用固定精密麥克風；移動衝擊錘的方式進行實驗透過頻譜分析儀求得頻率響應函數，經由MEscopeVES進行曲線嵌合求得實際結構之模態參數。

## 4.3 模型驗證之結果與討論

在4.2節說明空氣結構耦合之實驗架設流程，透過理論分析與實驗分析取得理論與實驗之模態參數，並進行比對驗證，圖9為實驗、理論空氣結構耦合系統之頻率響應函數，實驗與理論之頻率響應函數，輸入(N)與輸出(Pa)皆為第18點上，即*(i, j) = (18, 18)*由圖中可以看出實驗與理論之頻率響應函數，兩者之峰值皆有相互對應之趨勢，由此可驗證實驗之可靠度。

其自然頻率誤差百分比，由表4與表5分別為空氣結構耦合之理論與實驗模態分析之自然頻率與模態振型總表可發現，分析與實驗所得之各模態自然頻率比較，頻率誤差最低之模態振型為F-012，其頻率誤差百分比為0.26%；頻率誤差最高之模態振型為F-800，其頻率誤差百分比為1.76%，總體誤差之部分(ε)自然頻率誤差平均值為0.922%，(ε<sub>ms</sub>)自然頻率誤

差平方平均根為2.820%，模態數F-012及E-001分別代表分析與實際之第一個模態，模態振型及物理意義以(r,θ)表示，r為徑向之節線處，θ為周向之節線數，以下就古鈸之振動模態特性及模型驗證結果綜合如下：

1. 以COMSOL分析軟體與實驗所得之各模態自然頻率比較總體差為0.922%以下，初步判斷主要造成頻率誤差之原因為加工誤差，古鈸厚度不均厚、CNC車床加工時尺寸無法精確控制與有限元素模型略有差異，但兩者模態振型對應良好。
2. 古鈸敲擊邊緣點有位移響應之模態振型包含：F-012/ E-001、F-073/ E-003、F-374/E-004、F-490/E-005、F-580/ E-006、F-800/ E-07，當敲擊邊緣點時可激發出這些模態，將此些模態定義為發聲模態。

針對空氣結構耦合系統理論與實驗之結構與聲場模態振型比對結果舉例說明，圖10為不同視角下之空氣結構耦合系統之模態振型  $f_1 = 1397\text{Hz}$ ，以自然頻率為1397Hz之模態振型為例進行說明，其模態振型包含兩種形式，分別為空氣結構耦合系統之結構模態振型與空氣結構耦合系統之聲場模態振型；以空氣結構耦合系統之結構模態振型，可以發現由理論得到之空氣結構耦合系統之結構模態振型有對應其實驗模態分析之模態振型，證明其實驗模型之可靠度；以空氣結構耦合系統之聲場模態振型來看實驗模態分析無法得到其聲場模態振型；可以由圖中發現其聲場模態在YZ剖面位置，主要聲壓為左右兩邊較為明顯，中間聲壓較小；而在ZX剖面位置，主要聲壓為較為明顯，中間聲壓較小，也可以分別從不同視角及不同座標去觀察其聲場模態振型變化趨勢。

## 5. 結果與討論

從3.3節與4.3節有完整之模型驗證比較後，進一步比較結構與空氣結構耦合系統之理論分析結果差異性並進行探討，表6為理論結構系統與空氣結構耦合系統之自然頻率比較總表，可以發現兩者頻率誤差在-1.69%以下。

1. 模態振型之物理意義，並沒有明顯變化趨勢。
2. 結構耦合空氣之模態振型方面，分別有結構模態與聲場模態，兩種模態存在。
3. 結構模態與結構耦合空氣模態，兩者分析方法因有空氣上之影響差異，兩者模型不能視為完全等效。

透過上述得知比較理論分析之差異性，並進而比較其實驗分析結果差異性並進行探討，表7為實驗結構系統與空氣結構耦合系統之自然頻率比較總表，從兩者結果比較，可發現頻率差異兩者在-1.05%以下。

1. 兩者實驗之模態振型物理意義，皆有一樣之趨勢。
2. 結構耦合空氣之模態振型方面，分別有結構模態與聲場模態，兩種模態存在。
3. 由於實驗量測只能得到結構模態，故無法得到聲場模態，故無法與分析進行比對。

## 6. 結論

本文旨在發展打擊樂器振動聲音的耦合分析，採用有限元素分析(FEA)商業軟體建構空氣結構耦合系統的有限元素模型，進行系統結構與聲場之模態分析，以獲得空氣結構系統結構與聲場之模態參數。系統模態振型可以分為結構模態振型及聲場模態振型。結構模態振型通常可由實驗模態分析(EMA)求得，聲場模態振型則不容易由實驗得到。

本文將分別由FEA及EMA所求得的結構相關模態特性進行比較，包括系統的自然頻率及位移模態振型，另外可以從分析結果觀察聲場模態振型。同時，也進行簡諧響應分析以得到衝擊力輸入和敲擊聲音壓力輸出之間的頻率響應函數(FRF)，由分析和實驗所得到的頻率響應函數進行比較，綜合以上結果可以得到以下結論：

1. 由空氣結構耦合之理論與實驗模態分析結果，對分析與實驗所得之各模態自然頻率比較結果良好；而實驗與理論之頻率響應函數，兩者之峰值皆有相互對應之趨勢，由此可驗證實驗之可靠度。
2. 理論結構與理論空氣結構耦合之比較，有完整之模型驗證比較後，可以發現兩者頻率誤差在-1.69%以下。模態振型之物理意義，並沒有明顯變化趨勢；結構耦合空氣之模態振型方面，分別有結構模態與聲場模態，兩種模態存在；結構模態與結構耦合空氣模態，兩者分析方法有空氣影響之差異性存在。
3. 針對古鈸打擊樂器，發展了空氣結構耦合系統的振動聲場模態分析以及簡諧響應分析方法，可以明確的解析打擊樂器之空氣結構耦合系統的模態特性及其敲擊聲音頻譜。本文建立的分析與實驗方法也可以應用於其他打擊樂器之研究。

## 7. 誌謝

本論文為科技部計畫編號MOST104-2221-E-020-033之計畫，由於科技部的支持，使本計畫得以順利進行，特此致上感謝之意。

## 8. 參考文獻

1. 王栢村，余冠德，2014，「古鈸之模型驗證與聲音特性探討」，中國機工程學會第三十一屆全國學術研討會，台中市，論文編號:03188。
2. 張年華，2010，「基於良好聲音品質之高爾夫球頭結構逆向工程設計分析」，屏東科技大學機械工程研究所碩士論文。
3. 陳精一、王仁宏、范仲杰、鄭維德、蔡國隆、陳錦國、余仁方，2009，「人耳配戴CIC助聽器外殼耳道內剩餘空間聲場分析」，中華民國音響學會暨第二十二屆學術研討會，新北市，論文編號A008。
4. Fortune-Todd, W., 1997, "Real-ear Polar Patterns and Aided Directional Sensitivity," *The Journal of American Academy of Audiology*, Vol. 8, No. 2, pp.

119-131.

5. Mathew, J., Huot, S., and Blum, A., 2014, "A Morphological Analysis of Audio Objects and their Control Methods for 3D Audio," *NIME 14th International Conference on New Interfaces for Musical Expression*. Goldsmiths University of London.

## Vibro-Acoustic Coupling Analysis and Verification of Crotale Percussion Instrument

Bor-Tsuen Wang<sup>1\*</sup>, Kuan-Te Yu<sup>2</sup>,  
Chia-Hsien Huang<sup>2</sup>, Ying-Huei Wu<sup>3</sup>

<sup>1</sup>National Pingtung University of Science & Technology Department of Mechanical Engineering

<sup>2</sup>National Pingtung University of Science & Technology Department of Mechanical Engineering

<sup>3</sup>National Nei-Pu Senior Agricultural-Industrial Vocational School of Machinery Division

MOST103-2221-E-020-033

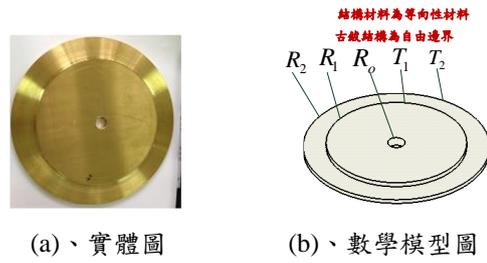
\*Email: [wangbt@mail.npust.edu.tw](mailto:wangbt@mail.npust.edu.tw)

## Abstract

Percussion sound is of great interest to evaluate sound quality of percussion instruments. The percussion sound can be related to structural geometry, materials and boundary as well as air media. Experimental approach in aiding design is high cost and time consuming. This work aims to develop vibro-acoustic coupling analysis for the percussion instrument, particular for the crotale. The finite element analysis (FEA) commercial software is adopted to construct the FE model for the air and structure interaction. First, theoretical modal analysis on the air-structure is performed to obtain acoustic modal parameters. The system mode shapes can be categorized as structural mode shape and acoustic mode shape, respectively. Structural mode shapes can be determined via experimental modal analysis (EMA), and acoustic mode shapes are hardly to get experimentally. This work will compare modal properties obtained from FEA and EMA, including natural frequencies and displacement mode shapes, while the acoustic mode shapes can be visualized via FEA. Harmonic response analysis is also carried out to obtain frequency response function (FRF) between the input percussion force and the output radiated sound pressure. Results show both modal parameters and FRFs reveal very good agreement. This work shows theoretical simulations for both modal

analysis and harmonic response analysis of the crotales percussion instrument and validates modal parameters as well as sound pressure response. The presented analytical and experimental approaches can be applied to other percussion instruments as well.

**Keywords:** finite element analysis, air-structure coupling system, modal analysis, harmonic response analysis



(a)、實體圖 (b)、數學模型圖

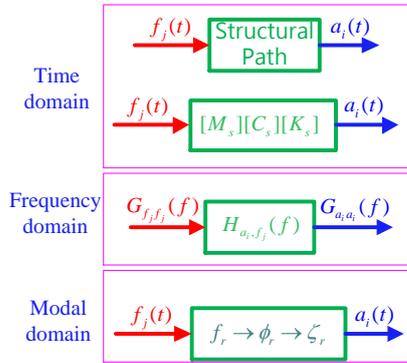


圖1：結構系統方塊圖

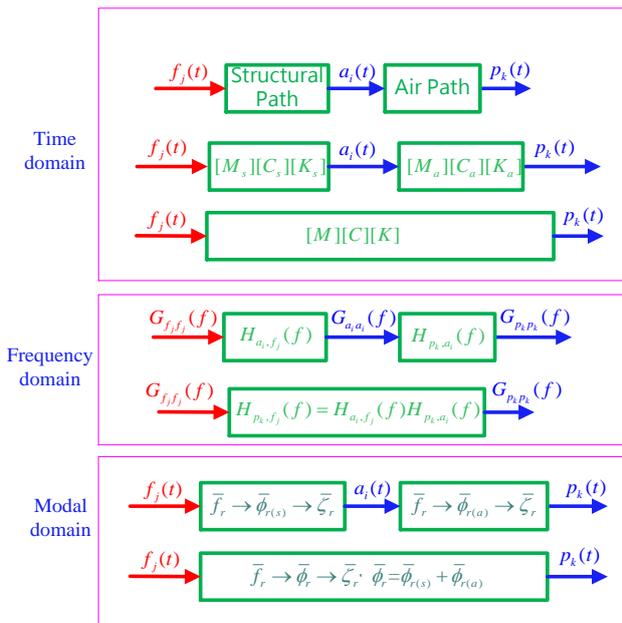
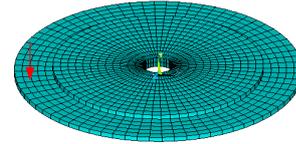


圖2：空氣結構耦合系統方塊圖

輸入力:F=-1(N)於18點上  
(在結構上)



(c)、有限元素模型圖

圖3：結構系統之有限元素模型圖

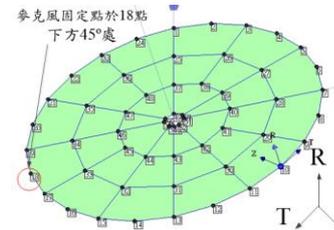
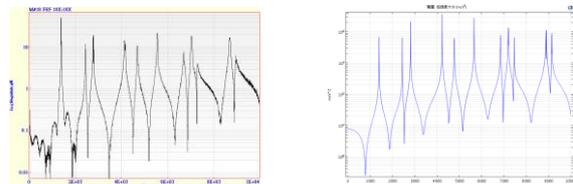


圖4：敲擊點規畫圖



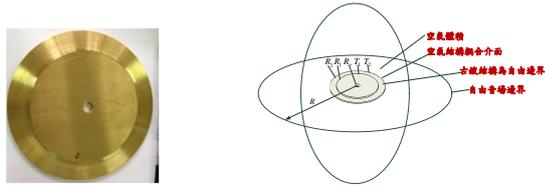
圖5：結構系統實驗架構圖



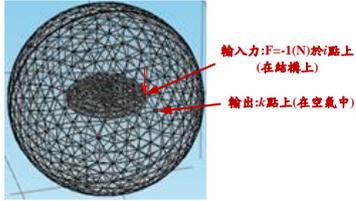
(a)實驗

(b)理論

圖6：結構之頻率響應函數 (i, j) = (18,18)



(a)、實體圖 (b)、數學模型圖

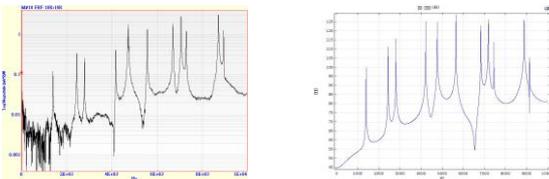


(c)、有限元素模型圖

圖7: 結構系統之有限元素模型圖

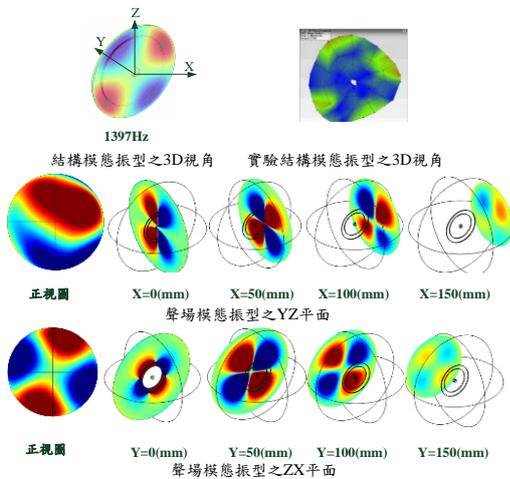


圖8: 空氣結構耦合系統實驗架構圖



(a)實驗 (b)理論

圖9: 空氣結構耦合系統之頻率響應函數  
(i, j) = (18, 18)



$$f_1 = 1397\text{Hz}, \bar{\phi}_1 = (r, \theta) = (1, 2)$$

圖10: 不同視角下之空氣結構耦合系統之模態振型

表1: 感測器與驅動器之重要規格表

衝擊槌型號	PCB 086C03	加速度規型號	Endevco 27AM1-10
重量	0.85g	重量	1.50g
靈敏度	2.04mV/N	靈敏度	7.84mV/g
衝擊頭材質	鋼(Steel)	濕度	31%
溫度	22° C	溫度	24° C

表2: 結構之理論分析與實驗模態分析自然頻率總表

模態數	FEA (HZ)	模態數	EMA (HZ)	誤差 (%)	物理意義	阻尼比 (%)	累積平均 阻尼比 (%)
F-01	1396.5	E-01	1395.1	0.10	(r, θ) = (1, 2)	0.0033	0.0033
F-02	1396.5	--	--	--	(r, θ) = (1, 2)	--	--
F-03	2437.1	E-02	2441.6	-0.18	(r, θ) = (2, 0)	0.1240	0.0636
F-04	2805.0	E-03	2793.3	0.41	(r, θ) = (1, 3)	0.0274	0.0516
F-05	2805.0	--	--	--	(r, θ) = (1, 3)	--	--
F-06	4205.6	E-04	4135.5	1.69	(r, θ) = (1, 4)	0.3490	0.1259
F-07	4205.6	--	--	--	(r, θ) = (1, 4)	--	--
F-08	4750.3	E-05	4693.3	1.21	(r, θ) = (2, 1)	0.2310	0.1469
F-09	4750.3	--	--	--	(r, θ) = (2, 1)	--	--
F-10	5627.6	E-06	5563.3	1.15	(r, θ) = (1, 5)	0.1710	0.1509
F-11	5627.6	--	--	--	(r, θ) = (1, 5)	--	--
F-12	6785.2	E-07	6715.2	1.04	(r, θ) = (2, 2)	0.0417	0.1353
F-13	6785.2	--	--	--	(r, θ) = (2, 2)	--	--
F-14	7150.5	E-08	7046.7	1.47	(r, θ) = (1, 6)	0.1670	0.1393
F-15	7150.5	--	--	--	(r, θ) = (1, 6)	--	--
F-16	7394.0	E-09	7302.6	1.25	(r, θ) = (3, 0)	0.1470	0.1402
F-17	8834.3	E-10	8700.7	1.53	(r, θ) = (1, 7)	0.0097	0.1271
F-18	8834.3	--	--	--	(r, θ) = (1, 7)	--	--
F-19	9062.8	E-11	8957.3	1.17	(r, θ) = (2, 3)	0.0302	0.1183
F-20	9062.8	--	--	--	(r, θ) = (2, 3)	--	--
(ε) 自然頻率誤差平均值				1.034			
(ε <sub>avg</sub> ) 自然頻率誤差平方平均值				1.169			

表3: 結構之理論分析與實驗模態分析模態振型總表

FEA模態數	模態振型	EMA模態數	模態振型	物理意義 (r, θ)
<b>F-01_1396.5 Hz</b>		<b>E-01_1395.1 Hz</b>		(1, 2)
<b>F-02_1396.5 Hz</b>		--	--	(1, 2)
<b>F-03_2437.1 Hz</b>		<b>E-02_2441.6 Hz</b>		(2, 0)
<b>F-04_2805.0 Hz</b>		<b>E-03_2793.3 Hz</b>		(1, 3)
<b>F-05_2805.0 Hz</b>		--	--	(1, 3)
<b>F-06_4205.6 Hz</b>		<b>E-04_4135.5 Hz</b>		(1, 4)

表4: 空氣結構耦合之理論與實驗模態分析之自然頻率總表

模態數	FEA (HZ)	模態數	EMA (HZ)	誤差 (%)	物理意義	阻尼比 (%)	累積平均阻尼比 (%)
F-012	1397.3	E-001	1393.8	0.26	$(r, \theta) = (1, 2)$	0.1572	0.1572
F-046	2440.6	E-002	2448.4	0.32	$(r, \theta) = (2, 0)$	0.0996	0.1284
F-073	2853.1	E-003	2794.4	0.60	$(r, \theta) = (1, 3)$	0.0878	0.1149
F-374	4225.9	E-004	4173.9	1.25	$(r, \theta) = (1, 4)$	0.0583	0.1007
F-490	4782.6	E-005	4743.0	0.83	$(r, \theta) = (2, 1)$	0.0665	0.0939
F-580	5654.1	E-006	5574.0	1.44	$(r, \theta) = (1, 5)$	0.0520	0.0852
F-800	6832.5	E-007	6714.0	1.76	$(r, \theta) = (2, 2)$	0.0493	0.0807
(̄) 自然頻率誤差平均值				0.922			
(̄ <sub>rms</sub> ) 自然頻率誤差平方平均值				2.820			

表7: 實驗結構系統與空氣結構耦合系統自然頻率比較表

結構模態數	自然頻率 $f_r$ (Hz)	空氣結構耦合模態數	自然頻率 $\bar{f}_r$ (Hz)	頻率誤差 (Hz)	誤差百分比 (%)
E-01	1395.1	E-01	1393.8	1.30	0.09
E-02	2441.6	E-02	2448.4	-6.80	-0.28
E-03	2793.3	E-03	2794.4	-1.10	-0.04
E-04	4135.5	E-04	4173.9	-38.40	-0.92
E-05	4693.3	E-05	4743.0	-49.70	-1.05
E-06	5563.3	E-06	5574.0	-10.70	-0.19
E-07	6715.2	E-07	6714.0	1.20	0.02

表5: 空氣結構耦合之理論與實驗模態分析之模態振型總表

FEA 模態數	結構模態振型	聲場模態振型	EMA 模態數	模態振型	物理意義 $(r, \theta)$
F-012_1397.3 Hz			E-01_1393.8 Hz		(1, 2)
F-046_2440.6 Hz			E-02_2448.4 Hz		(2, 0)
F-073_2853.1 Hz			E-03_2794.4 Hz		(1, 3)
F-374_4225.9 Hz			E-04_4173.9 Hz		(1, 4)
F-490_4782.6 Hz			E-05_4743.0 Hz		(2, 1)
F-580_5654.1 Hz			E-06_5574.0 Hz		(1, 5)
F-800_6832.5 Hz			E-07_6714.0 Hz		(2, 2)

表6: 理論結構系統與空氣結構耦合系統自然頻率比較表

結構模態數	自然頻率 $f_r$ (Hz)	空氣結構耦合模態數	自然頻率 $\bar{f}_r$ (Hz)	頻率誤差 (Hz)	誤差百分比 (%)
F-001	1396.5	F-012	1397.3	-0.80	-0.06
F-003	2437.1	F-046	2440.6	-3.50	-0.14
F-004	2805.0	F-073	2853.1	-48.10	-1.69
F-006	4205.6	F-374	4225.9	-20.30	-0.48
F-008	4750.3	F-490	4782.6	-32.30	-0.68
F-010	5627.6	F-580	5654.1	-26.50	-0.46
F-012	6785.2	F-800	6832.5	-47.30	-0.69