

鋁製球棒振動特性之探討

王栢村¹ 林秀卿² 郭家榮³ 沈君瑋³ 王廷維⁴

¹ 國立屏東科技大學 機械系教授

² 國立屏東科技大學 體育室講師

³ 國立屏東科技大學 大學部學生

⁴ 國立屏東科技大學 碩士生

wangbt@mail.npust.edu.tw

摘要

本文主要針對鋁製球棒進行實驗模態分析(EMA)，得到球棒結構之模態參數，包含自然頻率、阻尼比及模態振性。首先介紹 EMA 的概念及程序，並對鋁製球棒結構進行量測點之規劃，得到對應鋁製球棒結構之數學模型。傳統的 EMA 都使用衝擊錘及加速規進行實驗量測，來得到量測之頻率響應函數(FRF)。再經由曲線嵌合軟體，得到實驗的模態參數。鋁製球棒是一個中空圓環型結構，此結構顯示兩種類型的結構模態振型，即為彎曲模態及圓環型模態。透過模態振型的累加，得到鋁製球棒的振動特性和甜蜜區域。本文以中空圓環型之鋁製球棒結構進行實驗模態分析，並探討此結構之振動特性，其中顯示一個有效的方法，來確認甜蜜區域，未來可與有限元素分析搭配，進行模型驗證，得到等於實際結構之數學模型，達到快速的設計變更。

關鍵詞: 實驗模態分析(EMA)，球棒，模態參數，甜蜜區

1. 前言

隨著人們的生活品質逐漸提高，大家也發現了運動的重要性。而因為運動風氣的逐漸盛行，在競技場上的競爭也愈來愈激烈，為了使成績更好、效能更佳，造成對運動器材的需求及要求愈來愈講究、也越來越嚴苛。因此運動器材除了讓使用者感到滿意，也必須提供一些客觀的研究數據使顧客了解與信任，而且棒球運動也是相當多人從事的運動，其球棒的品質也相形重要。

國內有許多關於運動器材之文獻，探討的主題、實驗方法及步驟。國內、外對於有限元素分析、實驗模態分析應用在球棒上，有許多的相關文獻探討，如相等人[1]從有限元素分析中發現各式木製球棒間，一般物理特性如長度、質量等變化皆很小，較複雜之生物力學特性經由實驗及振動分析可知，強力中心，碰撞中心與振動節點所在位置皆不相同，此結果所透露的訊息是，打擊時擊中球最舒服、振動最少的擊球位

置未必是使球飛得最遠的位置，但此三點相距非常有限，因此三點所在之區域可泛稱為甜蜜區。此外為瞭解改變球棒外型對球棒振動特性之影響，藉由電腦支持分析之幫助，支持二種外形極端之球棒，分析其振動模式，球棒設計者可根據此結果修改球棒外型設計，使球棒振動節點之位置更能接近碰撞中心與強力中心，以提高球棒之整體表現。Rick *et al.* [2]提到在製造球棒時，經由高速且多數的撞擊測試，發現球棒之總重量和長度等基本性質，使球棒能更有效的讓打擊者降低運動傷害。

王等人[3]將材料試片的一端夾持成懸臂樑的形式，利用實驗模態分析(experimental modal analysis, EMA)求得材料之自然頻率，再配合半點能量法與阻尼比修正法，進而比對實驗模態分析與有限元素分析所求得之自然頻率，進而求得材料之揚氏係數。王等人[4]首先以三維立體元素建構球桿之有限元素模型，進行模態分析求得球桿於自由邊界條件之自然頻率及模態振型，並進行簡諧響應分析可得頻率響應函數。Swider *et al.* [5]以鐵製球頭和複材球桿來進行分析，並探討鐵製球頭和複材球桿之模態參數。經由實驗分析後，可以得到其扭力，並修正適當的位移條件，以求得其自然頻率及模態振型，進而設計出較舒適的球桿。王和黃[6]主要對一高爾夫球鐵桿分別做有限元素分析及模態實驗分析，分別求得球桿頻率響應函數及模態參數，再進行驗證，探討有限元素模型的適用性。Wicks *et al.* [7]以衝擊錘作用於球頭，並量測握把處之加速度，得到頻率響應函數，再經由曲線嵌合軟體擷取球頭之模態參數，和 Merkel and Blough [11]的結論相似。

在結構振動模態方面，Hockell *et al.* [8]使用非接觸式雷射振動儀及電子光束干涉技術來求空心高爾夫球頭之振動模態特性，並以有限元素分析，驗證其分析所得之結果。Wicks *et al.* [9]應用實驗模態分析技術，得到球桿之模態振型及結構阻尼，來探討比較鑄造與鍛造球頭之差異性。

最後在本論文結尾部分有提到甜蜜區之驗證，在以下文獻也有許多的探討。如邱[10]主要分析高爾夫球與球頭撞擊時的過程與情形，在文中定義數學模型，並計算兩者碰撞後之速度，角速度之變化。最後以高爾夫球頭的射程、能量來定義高爾夫球頭甜蜜區之位



置。Merkel and Blough [11]則應用模態分析技術，以得到球頭之模態振型，同時也探討擊球點在甜蜜區與非甜蜜區，握把、球頭的振動頻率響應，以了解揮擊過程的能量損失情形。

本論文將以鋁製球棒之實驗模態分析作為主要架構，並探討鋁製球棒之模態參數，包含自然頻率、阻尼比及模態振型，進而探討鋁製球棒之甜蜜區的位置，所得之結果能作為球棒動態分析、設計變更之參考指標，能讓球棒使用起來更為舒適。

2. 實驗模態分析簡介

圖 1 為多自由度系統之系統方塊圖，分別包含數學模型、系統、模態域以及頻率域之形式。圖 1(a)為典型之系統方塊圖，系統內涵包含幾何形狀、材料性質及邊界條件，其輸入為可為外力、位移及速度等，輸出為有興趣之位移、速度、加速度及角加速度等。

理論振動分析流程會先從圖 1(b)物理域形式之方塊圖開始，其中 $[M]$ 、 $[C]$ 及 $[K]$ 為系統內涵，分別為質塊、阻尼以及勁度矩陣，又稱為物理參數，而輸入為典型之外力，輸出為質塊之位移響應。典型的多自由度系統之運動方程式如下：

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f(t)\} \quad (1)$$

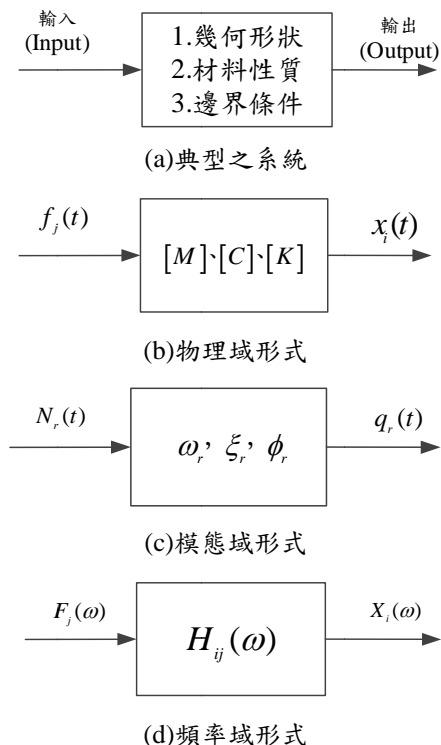


圖 1 多自由度系統之系統方塊圖

針對式(1)進行理論模態分析可得到圖 1(c)模態域形式的方塊圖，其中 ω_r 、 ζ_r 、 ϕ_r 為模態域之系統內涵，

分別為第 r 個自然頻率、阻尼比及模態振型，又稱為模態參數。但在理論分析無法求得第 r 個阻尼比，因此理論分析之模態參數只有第 r 個自然頻率及模態振型。

圖 1(d)為頻率域形式的系統方塊圖，圖中以頻率響應函數 $H_{ij}(\omega)$ 為系統內涵，其中 $H_{ij}(\omega)$ 之定義為輸入及輸出的比值，若以第 i 個自由度位移 X_i 當作輸出並以第 j 個自由度外力 F_j 當作輸入，可得位移度 (Receptance) 之方程式如下表示：

$$H_{ij}(\omega) = \frac{X_i}{F_j} = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{r,i}\phi_{r,j}}{(\omega_r^2 - \omega^2) + i(2\zeta_r\omega_r\omega)} \quad (2)$$

$r = 1, 2, \dots, n$

其中， $\sum_{r=1}^n$ 為對 n 個模態參數的加總， $\phi_{r,i}$ 是第 i 個自由度位移輸出之第 r 個模態振型， $\phi_{r,j}$ 為第 j 個自由度外力輸入之第 r 個模態振型， ω 為激振頻率。

圖 2 為實驗模態分析具體步驟，圖中顯示先以量測技術得到圖 1(d)頻率域形式之 X_i 及已知 F_j 之比值，經由信號分析技術，可得系統之頻率響應函數 $H_{ij}(\omega)$ ，再由曲線嵌合技術，得到圖 1(c)模態域形式之系統的模態參數，包含合成之自然頻率 ω_r 、阻尼比 ζ_r 及模態振型 ϕ_r ，最後再以數據分析技術，得到系統之 $[M]$ 、 $[C]$ 及 $[K]$ 。

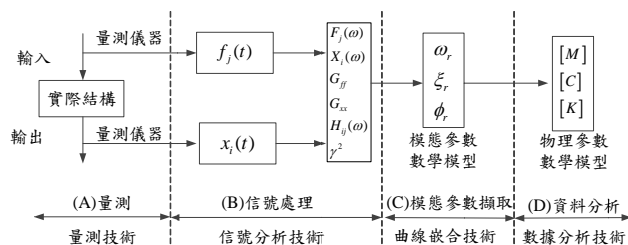
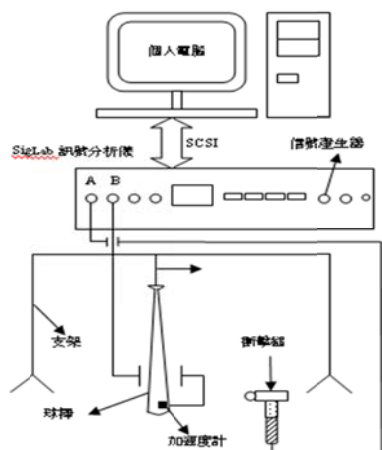


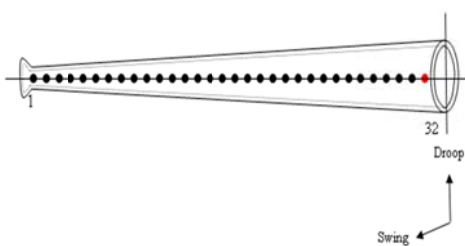
圖 2 實驗模態分析具體步驟

3. 實驗模態分析

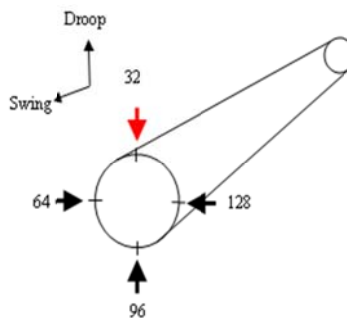
本節針對鋁製球棒進行實驗模態分析(EMA)，圖 3 為鋁製球棒結構之量測示意圖，其中圖 3(a)為鋁製球棒量測示意圖，包括頻譜分析儀、衝擊錘、單軸向加速規、個人電腦等，並以橡皮筋組合而成的彈性繩懸吊球棒於支架上，來模擬自由邊界的情況，然後以固定衝擊錘，移動加速規之方式進行量測。圖 3(b)及(c)為鋁製球棒佈點規劃示意圖，圖中顯示球棒在 Swing 方向佈 32 點，並各 90 度之 Droop 方向佈 32 點，共 128 個規劃點。在頻譜分析儀設定方面，以頻寬 5000Hz，解析條數設定為 8192 條，固定敲擊球棒劃分的第 32 點，如圖 3(b)所示，移動加速規在每一規劃點上，平均敲擊 3 次，再透過 SCSI 介面連接至電腦。再經由實驗量測獲得的頻率響應函數(FRF)匯入曲線嵌合軟體，以求得鋁球棒之實際模態參數，包含自然頻率 ω_n 、阻尼比 ξ_n 及模態振型 ϕ_n 。



(a) 鋁製球棒量測示意圖



(b) 鋁製球棒佈點規劃示意圖



(c) 鋁製球棒佈點規劃之 128 點立體圖

圖 3 鋁製球棒結構之量測示意圖

4. 結果與討論

本小節以鋁製球棒進行實驗模態分析(EMA)，量測頻率響應函數，經由曲線嵌合軟體，擷取模態參數，包含自然頻率、阻尼比及模態振型，先以曲線嵌合與實際之頻率響應函數比較，得到曲線嵌合所得之模態參數為可靠，接著解讀鋁製球棒之模態振型，進而得到球棒之甜蜜區的位置，其綜合討論如下。

圖 4 為鋁製球棒之重疊圖，圖中顯示有找到 16 個可能得自然頻率，並看 16 個的操作變形振型(ODS)，最後才去進行曲線嵌合(Curve fitting)。

圖 5 為鋁製球棒之同點與不同點頻率響應函數，其中同點 ($i = 32, j = 32$)，即為輸入點為 32 點，輸出點為 32 點，所獲得頻率響應函數稱為同點頻率響應函數(point FRF)，且同點頻率響應函數特性在兩兩共振點會有一反共振點，不同點 ($i = 18, j = 32$)，即輸入點為 32 點，輸出點為 18 點，所獲得頻率響應函數稱為轉移頻率響應函數(transfer FRF)，轉移頻率響應函數特性為在兩兩共振點無反共振點，由圖中觀察得知曲線嵌合軟體所得合成(Synthesized)曲線與實驗(Experimental)曲線相當吻合，可證明曲線嵌合所得模態參數之正確性及合理性。

圖 6 為鋁製球棒之同點與不同點關聯性函數，由圖 6(a)及 6(b)可得同點及不同點之關聯性函數都趨近於 1，且低頻處和反共振點，關聯性函數偏低，因低頻處和反共振點之響應小，而導致關聯性函數偏低。但整體而言，關聯性函數結果大致上接近 1，所以本實驗頻率範圍之實驗數據具有相當可靠性。

表 1 實驗之自然頻率及阻尼比總表，表中可得各自然頻率及其各模態阻尼比，其中物理意義大致上可分成 y 方向的彎曲模態、Hoop 模態及 x 方向伸縮模態，Hoop 模態又為甜蜜區域，甜蜜區之意涵：當打擊到球棒面中心上，能使擊球射程最遠，對球棒振動程度最小並對使用者之舒適度的位置。

圖 6 為實驗之模態振型，圖中可得 y 彎曲模態、Hoop 模態及 x 伸縮模態之模態振型圖，與表 1 之物理意義互相對應。

圖 7 為模態振型能量累加圖，因為考慮實際頻率的關係所以只做模態 1 加模態 2 累加(Type A)、模態 1 到模態 3 累加(Type B)、模態 1 到模態 4 累加(Type C)、模態 1 到模態 5 累加(Type D)和模態 1 到模態 6 累加(Type E)，數值最小並且重複的敲擊位置點數便可能是甜蜜區。圖 7 可看出第一個共同點是在球棒握把的部份的值跟其他位置的值相比都是相對的低，可看出握把部份是振動能量小的部份。代表握把部份確實有吸振作用，讓打擊者使用球棒打擊時更舒適。不過甜蜜區的分佈是在打擊面中心上，所以要注意的是球棒中、後段點數的振動能量值，圖 7 可觀察到 Type A 後段的敲擊點，從 26 點到 29 點的振動能量趨近零，並且和 Type B 在 28 點相重疊，雖然 Type C、Type D 和 Type E 有在第 29 點的振動能量和 type A、type B 相近，但是 Type C、Type D 和 Type E 從 19 到 29 點之間的振動能量跟其他點比較也是相對較低，可以知道此區域確實是球棒打擊面振動最小的區域，也可推論此為球棒甜蜜區，和一般的認知相同。

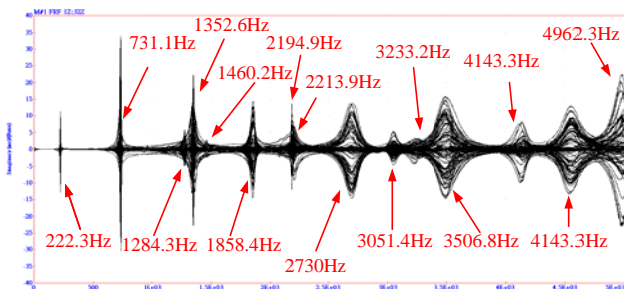
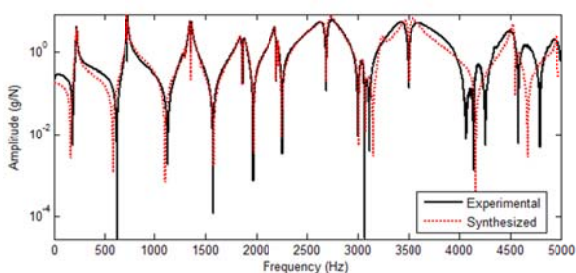
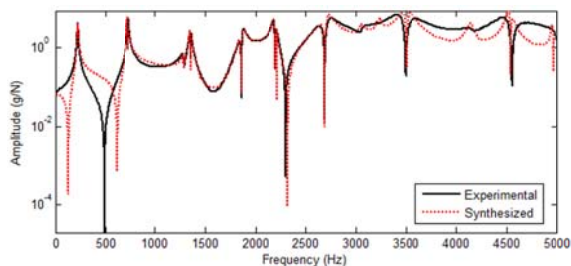


圖 4 鋁製球棒之重疊圖

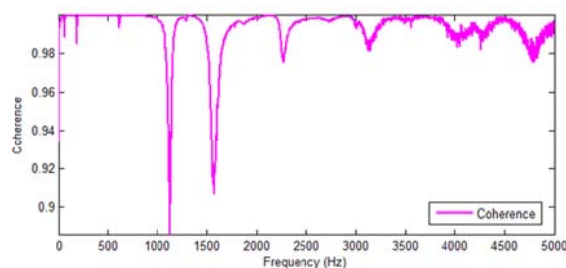


(a) 同點 ($i = 32, j = 32$)

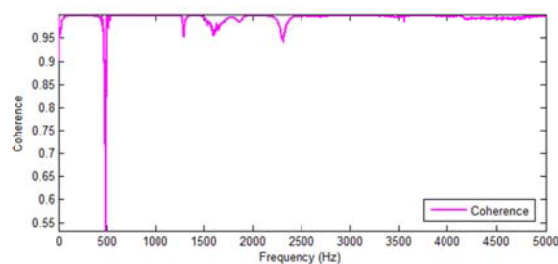


(b) 不同點 ($i = 18, j = 32$)

圖 5 鋁製球棒之頻率響應函數



1. 同點 ($i = 32, j = 32$)

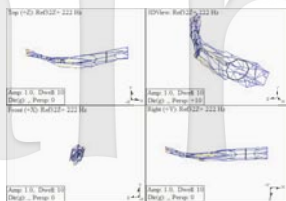


(b) 不同點 ($i = 18, j = 32$)

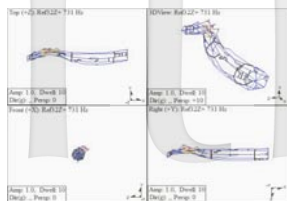
圖 6 鋁製球棒之關聯性函數

表 1 實驗之自然頻率及阻尼比總表

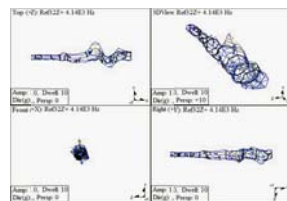
模態	自然頻率	物理意義	阻尼比(%)
E-01	222.3	1 st y-bending mode	0.8215
E-02	731.1	2 nd y-bending mode	0.5414
E-03	1284.3	握把局部模態 Hoop(1,1)	0.7848
E-04	1352.6	3 rd y-bending mode	0.4839
E-05	1460.2	握把局部模態	0.5579
E-06	1858.4	Hoop(2,1)	1.0403
E-07	2194.9	4 th y-bending mode	0.5954
E-08	2213.9	5 th y-bending mode	0.1679
E-09	2702.4	Hoop (3,1)	1.3936
E-10	3051.4	6 th y-bending mode	1.1048
E-11	3233.2	Hoop (4,1)	0.7636
E-12	3506.8	Hoop (4,1)	1.1245
E-13	4143.3	(7 th) y-bending mode	1.0388
E-14	4537.5	Hoop (5,1)	0.4300
E-15	4962.3	(8 th) y-bending mode	0.1530



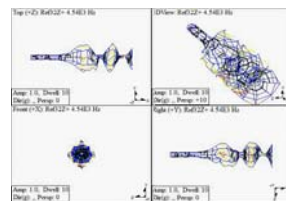
(a) E-01: 222.3Hz



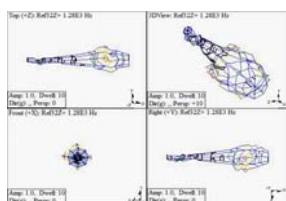
(b) E-02: 731.1Hz



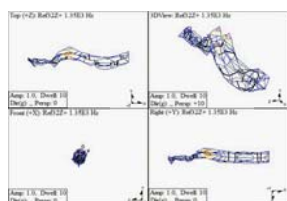
(m) E-13: 4143.3Hz



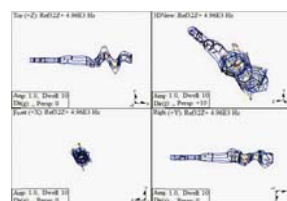
(n) E-14: 4537.5Hz



(c) E-03: 1284.3Hz

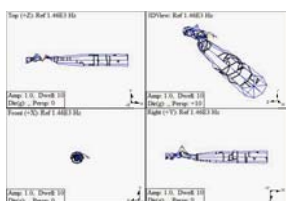


(d) E-04: 1352.6Hz

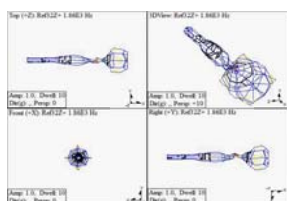


(o) E-15: 4962.3Hz

圖 6 實驗之模態振型



(e) E-05: 1460.2Hz



(f) E-06: 1858.4Hz

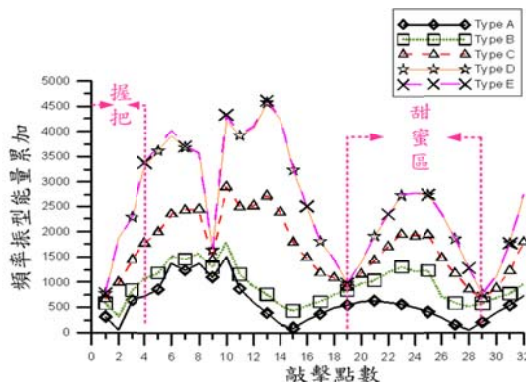
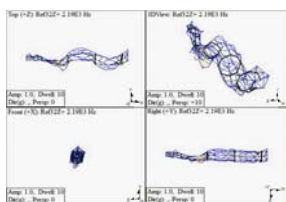
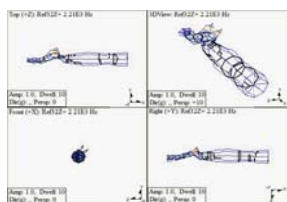


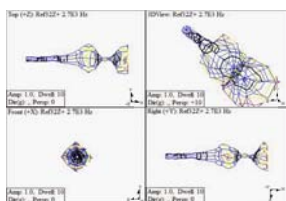
圖 7 模態振型能量累加圖



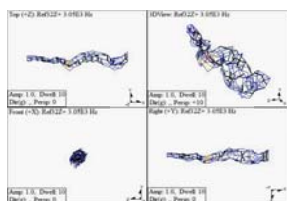
(g) E-07: 2194.9Hz



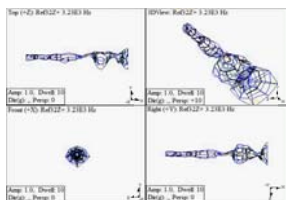
(h) E-08: 2213.9Hz



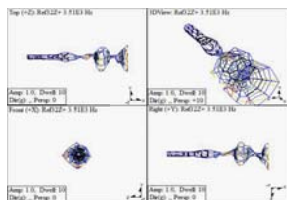
(i) E-09: 2702.4Hz



(j) E-10: 3051.4Hz



(k) E-11: 3233.2Hz



(l) E-12: 3506.8Hz

5. 結論

本文主要介紹實驗模態分析與理論振動分析之理念及流程，並針對鋁製球棒進行實驗模態分析，以固定衝擊錘，移動加速規進行實驗量測，最後可得鋁製球棒之實驗結果進行討論，可得以下幾點結論：

1. 鋁製球棒進行實驗模態分析，經由曲線嵌合軟體嵌合與實驗之FRF進行比較，已得到可靠之模態參數，包含自然頻率、阻尼比及模態振型。
2. 以模態振型之物理意義，可解讀出三種不同的模態，這三種為y彎曲模態、Hoop模態及x伸縮模態，其中Hoop模態振型，可發現打擊面的位置有節點，可得知當球打到此節點上，其振動為最小。
3. 最後以Type A、Type B、Type C、Type D及Type E之模態振型能量累加，可發現鋁製球棒之敲擊點數區域0到4為握把區域，19到29點的區域為甜蜜區。未來可與理論分析搭配進行模型驗證，可得等效實際之模型。

6. 參考文獻

- [1] 相子元、楊清瓏、蔡慶彬，「棒球棒之生物力學特性」，*國立體育學院論叢*，桃園，第79-94頁，1998。
- [2] Greenwald, R., and Trey Crisco, J.J., "The Whys and Hows of Baseball Bat and Ball Regulation: A scientific perspective," *National Institute for Sports Science and Safety*. Providence, RI 02903, 2000.
- [3] 王栢村，趙志燁，吳建德，「應用實驗模態分析於高爾夫球頭素料之材料性質測定」，*國立屏東科技大學學報*，第八卷，第四期，第311-317頁，1999。
- [4] 王栢村，洪延庭，劉文全，「碳纖維高爾夫球桿材料機械性質探討」，*第十一屆中華民國振動與噪音工程學術研討會*，基隆，第63-69頁，2003。
- [5] Swider, P., Ferris, G., and Vicent, B., "Theoretical and Experimental Dynamic Behavior of a Golf Club made of Composite Material," *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 9, pp. 57-69, 1994.
- [6] 王栢村，黃瑞光，「高爾夫球桿振動模態參數之測定」，*中華民國力學會議第二十三屆全國力學會議論文集(二)*，新竹，第457-464頁，1999。
- [7] Wicks, A.L., Knight, C.E., Braunwart, P., and Neighbors, J., "The Dynamics of a Golf Club," *Proceeding of The 17th International Modal Analysis Conference*, Vol. 1, pp. 503-508, 1998.
- [8] Hocknell, A., Mitchell, S. R., and Rothberg, S.J., "Hollow Golf Club Head Modal Characteristics: Determination and Impact Application," *Journal of Transportation Engineering*, Vol. 38, pp. 173-180,

1998.

- [9] Wicks, A.L., Knight, C.E., Braunwart, P., and Neighbors, J., "Identification of The 'Sweet Spot' for Golf Clubs," *Proceeding of the 12th International Modal Analysis Conference*, Vol. 2, pp. 1803-1806, 1993.
- [10] 邱佑宗，「高爾夫球頭甜區計算」，*中華民國第22屆全國力學會議論文集*，台南，第395-400頁，1998。
- [11] Merkel, R.C., and Blough, T., "Dynamic Characterization and Comparison of Golf Club," *Proceeding of the 17th International Modal Analysis Conference*, Vol. 1, pp. 513-517, 1998.

Discussion on Vibration Characteristic of Aluminum Baseball Bat

Bor-Tsuen Wang, Hsiu-Ching Lin

Jia-Rong Kuo, Jun-Wei Shen

Ting-Wei Wang

Department of Mechanical Engineering
National Pingtung University of Science and Technology
Pingtung, 91201, Taiwan

Abstract

This work aims to perform experimental modal analysis (EMA) on an aluminum baseball bat to obtain structural modal parameters, including natural frequencies, mode shapes and modal damping ratios. First, the principle and procedure of EMA are briefly introduced, respectively. The layout of measurement grid on the bat for EMA is arranged to visualize the structural mode shape accordingly. The conventional EMA by using the impact hammer and accelerometer is performed to measure the frequency response function (FRF). The experimental modal parameters can then be extracted. The bat is a hollow cylindrical shape and reveals two types of structural mode shapes, i.e. the bending modes and hoop modes. The vibration characteristics of the bat is examined and shown for the sweet spot area by summing the mode shape data. This work presents the experimental approach to study the vibration characteristics of a hollow type of baseball bat and shows an effective method to identify the sweet spot. Finite element analysis can be adopted in the future to construct the analytical model for bat design simulation.

Keywords: experimental modal analysis (EMA), baseball bat, modal parameter, sweet spot

