

平鑼聲音特性與振動分析之探討

王栢村¹ 蔡有倫²

¹ 國立屏東科技大學機械工程系教授

² 國立屏東科技大學機械工程系碩士班研究生

E-mail: wangbt@mail.npust.edu.tw

國科會計畫編號: NSC 100-2221-E-020-010-

摘要

本文探討源自中國的台灣民俗打擊傳統樂器——平鑼之振動與聲音特性。首先利用有限元素分析(finite element analysis, FEA)，以殼元素(shell63)建構平鑼之有限元素模型，進行模態分析，以求得平鑼之模態參數；同時也對平鑼進行實驗模態分析(experimental modal analysis, EMA)，以衝擊錘為輸入，加速度規為輸出量得其頻率響應函數，再由曲線嵌合得到模態參數，進而量測平鑼之敲擊聲音特性，與實驗之頻率響應函數進行探討。結果顯示量測平鑼敲擊後之聲音頻譜響應，以瞭解平鑼之基本頻率，並與振動模態特性比較，可得知平鑼之聲音特性與振動有重大的關聯性，本文結合振動理論與實驗分析於平鑼聲音特性之探討，將有助於瞭解平鑼的發聲機制，也可推廣至其他傳統樂器之振動與聲學特性研究。

關鍵字：平鑼、振動、聲音、有限元素分析、實驗模態分析、聲音頻譜響應

1. 前言

鑼係源自中國，在我國傳統樂器中佔有重要的角色，不論是迎神賽會或民間慶典，到傳統戲曲中，鑼已成為不可或缺的樂器之一。各種樂器之發生模式，有吹奏、敲擊、摩擦等不同方式對結構激發振動進而產生聲音，而影響發聲機制的因素相當多，諸如樂器之結構、形狀、尺寸和材質等，有諸多文獻探討各種樂器發聲之物理機制及其相關振動特性。

王等人[1]探討銅鑼振動與聲音特性的關聯性，利用不同材質敲擊錘及敲擊點進行量測，並對聲音頻譜進行聲音特性之探討；分別是敲擊銅鑼中心點、1/3 半徑、2/3 半徑及最外圍處，得知離中心越遠處，則基礎頻率之聲音振幅越低。再以不同的材質敲擊，橡膠、塑膠及木頭槌，愈軟的材質其則高頻率之模態聲音振幅愈低。王等人[2]對鑼臍形式銅鑼之聲音與振動作關聯性探討，由實驗量測得到銅鑼的聲音功率頻譜密度函數圖，與有限元素分析結果相互比對進行探討。McLachlan *et al.*[3]探討製作銅鑼結構時位置的頻率差異及殘餘應力場，拉伸殘餘應力與凹坑的形成和相關應力值有很大的關係，而特定振動模態的聲音頻率振幅會增加。Chaigne *et al.* [4]薄殼元素做有限元素分析，對鈸和鑼之非線性耦合聲音性質作探討，發現結構在強力激振下，高頻之頻率會呈現雜亂的現象。

王與吳[5]針對銅鑼之模型更新，因手工打製緣故而造成銅鑼本身材質呈不均質，而設定不同材料參數對銅鑼發聲頻率做探討。

王等人[6]探討和弦聲音特性之鐵琴片形狀架構，以貝茲曲線法及形狀最佳化來設計具有C和弦之鐵琴片。王與簡[7]探討自由及實際邊界下之有或無加速度計鐵琴片之參數化有限元素模型；而實際邊界下的自然頻率值，會略高於自由邊界下的鐵琴片，代表實際邊界下會受到些微邊界效應的影響，然而加速度計只會對較小的結構物造成質量效應。王與廖[8]對木琴條之聲音與振動作一系列的探討，並將等效於木琴條實際結構之有限元素模型，進行變更幾何形狀比例之設計變更分析，作為木琴條設計之參考依據。Bork[9]主要調整木琴片之外形以改變結構本身之自然頻率來改變敲擊之聲音變化。王等人[10]針對不同打擊樂器，利用麥克風感測器與頻譜分析儀得到打擊樂器之聲音頻譜，對樂器打擊聲音的音高、音色、持續度這三大方向進行探討。

Myers *et al.* [11]針對銅管樂器的發聲機制和幾何形狀進行探討，對幾何設計參數作變更和測試，進而對發聲頻率之差異做比較。Jing[12]模擬中國鐘之聲音及振動特性，針對單音及雙音之中國鐘進行模擬，同時也對中國鐘之形狀差異進行探討，以了解中國鐘之設計方法。王等人[13]針對古鈸聲音的音高、音色、持續度三大部分分別進行探討；以立體元素建構有限元素模型，設定固定邊界，進行理論模態分析，求得古鈸之模態參數；驗證理論有限元素分析和實驗模態分析所得之模態參數是吻合的；得知古鈸每個音階的比例呈現倍頻，推論古鈸樂器具有簡諧倍頻的效果。王等人[14]對吉他共鳴箱進行模型驗證，以了解吉他共鳴箱之振動特性，並依據田口法對共鳴箱之材料參數進行最佳化及模型驗證分析，以確認為最適當之材料參數設定。Chen[15]藉由中國笛的自然頻率、基音頻率的特性及高頻的泛音比例來對中國笛做探討，並從物理及心理聲學的角度探討空間中聲音響度的變化影響，及高頻泛音的控制。

Bretos *et al.*[16]運用有限元素方法對小提琴的振動模態進行探討，主要分析自由狀態下小提琴薄板及不含琴橋之小提琴結構進行模型驗證進行探討，得知小提琴在頂面和底面薄板對結構自然頻率有相對性的影響。Wang and Burroughs[17]應用近距離聲音全

像攝影(near-field acoustic holography, NAH)技術針對弓形小提琴的聲音輻射做探討，並以量測得到之輻射頻譜，對小提琴的各個區塊做細部論討 Runnemalm and Molin[18] 使用結構全像攝影技術來求得小提琴內部及外部表面所有的操作變形振型，用於量測之振動響應數據資料與有限元素分析對小提琴作探討，包括模態之間的交互作用、共振現象及聲音輻射特性。

王等人[19] 利用有限元素分析與實驗模態分析方法，對高爾夫球頭進行模型驗證，並量測不同衝擊頭之球頭聲音頻譜，以了解球頭振動模態與聲音輻射之關連性。Skrodzka and Sek[20]比對高音及低音兩種揚聲器之模態參數，於不同工作環境下探討，其中所設置的環境，分為有密閉的小空間及自由懸吊兩種。

本文研究主要探討平鑼之振動與聲音特性，結合實驗模態分析和聲音量測進行探討，對平鑼進行實驗量測與理論分析，以衝擊錘為驅動器，並以加速度計為感測器，透過頻譜分析儀 SigLab 擷取信號，經過傅立葉轉換獲得結構頻率響應函數，再利用曲線嵌合獲得該平鑼之模態參數，以提供有限元素分析的模態參數進行比對，確認有限元素模型的正確性，並進一步了解其結構振動模態特性與發聲機制之相關性。

2. 模型驗證理念

本節主要在說明模型驗證的流程，圖 1 為模型驗證流程圖，模型驗證分為兩大部分，為有限元素分析及實驗模態分析。首先，有限元素分析會將實際結構數學模型化，進行幾何形狀、負荷狀態、邊界條件以及是否能簡化數學模型之假設；接著建構有限元素模型，進行模態分析，求得分析的模態參數，包括：自然頻率及模態振型，並進行收斂性分析以確保分析數據為正確。參考分析所得之結構模態振型，進行實驗模態分析實驗佈點的規劃，以規劃的實驗量測點進行實驗，以獲得結構的頻率響應函數，再進行曲線嵌合求得實際結構的模態參數，包括：自然頻率、模態振型及模態阻尼比。在求得分析與實驗之模態參數後，進行二者的比對，以實驗的數據為基礎進行分析模型的修正，最後使得分析模型的模態參數，能同等於實際結構的模態參數，即完成模型驗證。

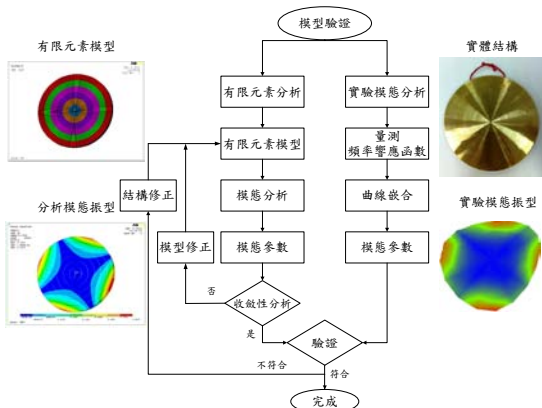


圖 1 模型驗證流程圖

3. 有限元素分析

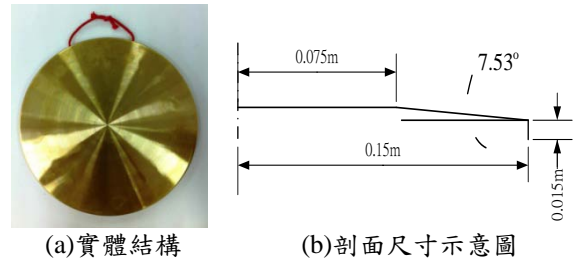


圖 2 平鑼之實體示意圖

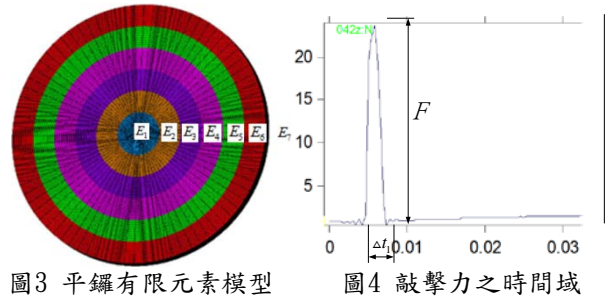


圖 3 平鑼有限元素模型

圖 4 敲擊力之時間域

表 1 楊氏係數之總表

E_i (GPa)	46.2	50.3	55.4	42.6	46.2	55.4	69.3
Δt_i (ms)	2.73	2.34	1.95	3.12	2.73	1.95	1.17
S_i 比例	1.00	0.86	0.71	1.14	1.00	0.71	0.43

圖 2(a)為平鑼實體結構，圖 2 (b)為剖面尺寸示意圖，由實際量測平鑼所得幾何外型之尺寸。採用 ANSYS 有限元素軟體進行分析，首先架構有限元素模型，由於平鑼結構之厚度遠小於直徑，因此可假設為薄殼結構；圖 3 為平鑼之有限元素模型，採用三維薄殼元素(shell 63)架構，材料參數設定蒲松比 $\nu = 0.34$ 和密度 $\rho = 5073.99$ (kg/m³)，圖 4 為敲擊之時間域，X 軸為時間(s)，Y 軸為敲擊力(N)，圖中 Δt_1 為第一點敲擊之時間範圍， F 為敲擊力大小(N)，由於實驗量測敲擊時，發現各區域敲擊之聲音有明顯的不同，因此依照衝擊力的時間長短，分為七個區域設定不同楊氏係數；表 1 為楊氏係數之總表，表中 E_i (GPa) 為各區域之楊氏係數， Δt_i (ms) 為各區域之時間， $S_i = \frac{\Delta t_i}{\Delta t_1}$ 為時間之比例，以第一個敲擊時間為基準；元素分割共 3268 個節點、2700 個元素，位移限制和外力負荷因假設自由邊界及進行模態分析，因此可不用做設定。

4. 實驗模態分析與聲音量測分析

本節旨在說明平鑼之實驗模態分析，與聲音量測方法，以探討平鑼振動與聲音特性。

4.1. 實驗模態分析

實驗模態分析在取得平鑼之頻率響應函數與關聯性函數，圖 5 為平鑼實驗量測點數規劃示意圖，可

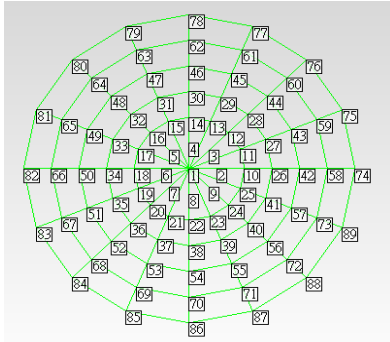


圖 5 平鑼點數規劃示意圖

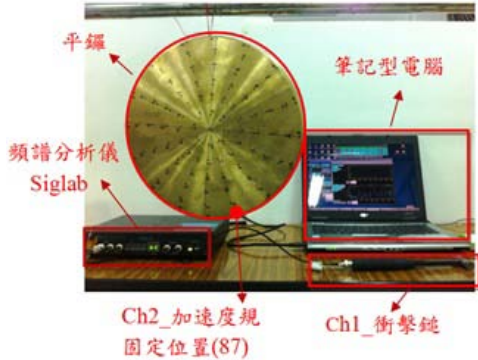


圖 6 平鑼之實驗架構示意圖

看到平鑼規畫為 89 個量測點，可獲得 89 筆頻率響應函數；圖 6 為平鑼之實驗架構示意圖，圖中使用棉線懸吊平鑼，以模擬自由邊界，加速度規固定於點 87，以衝擊錘(PCB 9001)為驅動器，加速度規(Kistler 69738)為感測器進行實驗，將衝擊錘經由導線連接於頻譜分析儀 Channel，使用固定加速度規、移動衝擊錘的方式進行模態實驗(modal testing)，透過 SigLab 訊號分析儀，可量測求得頻率響應函數和關聯性函數。

頻譜分析儀(SigLab)的設定方面，使用頻寬為 2000Hz，解析頻率為 0.625Hz，平均次數為 3 次。

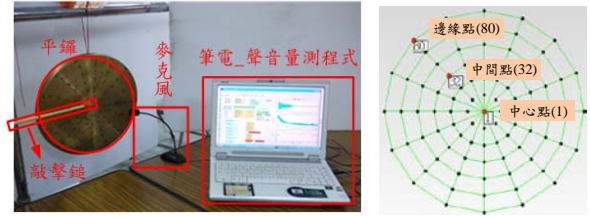
4.2. 聲音量測分析

聲音量測分析將針對平鑼受敲擊時聲音特性作探討，圖 7(a)和圖 7(b)分別為所採用的硬錘(塑膠)和軟錘(布)之敲擊錘，圖 8 (a)為聲音量測架構之實體圖，圖中採用聲音量測程式和麥克風對平鑼進行聲音量測，圖 8(b)為敲擊點之示意圖，分別對中心點(1)、中間點(32)和邊緣點(80)進行敲擊量測，測得聲音之時間域及聲音頻譜圖，並分別對以下不同敲擊位置及敲擊錘進行聲音特性之探討：

1. 平鑼之中心點(硬錘、軟錘)
2. 平鑼之中間點(硬錘、軟錘)
3. 平鑼之邊緣點(硬錘、軟錘)



圖 7 敲擊錘之示意圖



(a) 聲音量測架構之實體圖 (b) 敲擊點之示意圖
圖 8 實驗儀器架設及敲擊點之示意圖

5. 結果與討論

本節探討有限元素模型分析結果和實驗模態分析結果之對照，進行模型驗證，包括自然頻率、阻尼比和模態振型之比對。接著進行聲音量測，探討平鑼聲音特性與結構模態特性之關聯性：

5.1. 模型驗證

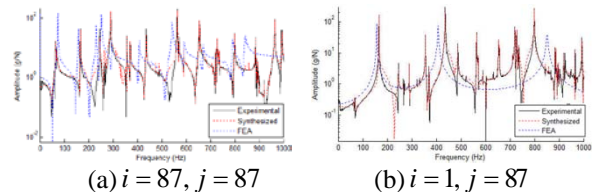
本節首先探討平鑼之實驗模態分析和理論分析之頻率響應函數和關聯性函數是否吻合。接著對平鑼之自然頻率、阻尼比和模態振型進行比對驗證。然而先比對自然頻率，接著比對各自然頻率所對應之模態振型是否對應。

5.1.1. 頻率響應函數

實驗以衝擊錘為輸入端圖，加速度計為輸出端。圖 9 (a)為平鑼同點頻率響應函數($i=87, j=87$)，圖 9(b)為不同點頻率響應函數($i=1, j=87$)，圖中黑色實線為實驗所得之頻率響應函數，紅色虛線為合成頻率響應函數，藍色虛線則為理論頻率響應函數。由圖中可看出實驗與合成對應之良好，代表曲線嵌合是成功的。在理論曲線部分，由於在分析部分的頻率未達準確，因此峰值會有前後偏移的現象，但趨勢為大致相同的。圖 10 為平鑼之關聯性函數，由圖中可見除了反共振點外，其餘值皆接近於 1，代表實驗品質是可靠的。

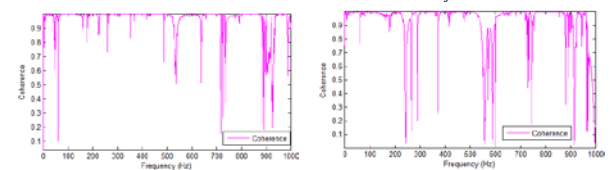
5.1.2. 模態參數

表 2 為平鑼 FEA 與 EMA 之模態振型對照表。E-01 和 F-01 分別為實驗模態分析和有線員數分析之模態數，由表中得知 F-01/F-02 和 E-01/E-02 為軸對



(a) $i=87, j=87$ (b) $i=1, j=87$

圖 9 平鑼之頻率響應函數 $H_{ij}(f)$



(a) $i=87, j=87$ (b) $i=1, j=87$

圖 10 平鑼之關聯性函數 $\gamma^2_{ij}(f)$

表2 平鑼FEA與EMA之模態振型對照表

EMA 模態數	模態 振型	自然 頻率 (Hz)	FEA 模態數	模態 振型	自然 頻率 (Hz)	物理 意義 (r, θ)	自然頻率 誤差 (%)	MAC
E-01		65.17	F-01		73.11	鑼體 (0, 2)	12.18	0.93
E-02		68.73	F-02		73.11	鑼體 (0, 2)	6.37	0.93
E-03		166.91	F-03		157.64	面 (1, 0)	-5.55	0.70
E-04		247.19	F-04		231.49	面 (0, 1)	-6.35	0.65
E-05		267.35	F-05		231.49	面 (0, 1)	-13.41	0.65
E-06		291.47	F-06		252.10	鑼體 (0, 3)	-13.51	0.83
--	--	--	F-07		252.10	鑼體 (0, 3)	--	--
E-07		357.39	F-08		293.08	面 (0, 2)	-17.99	0.71
E-08		372.05	F-09		293.08	面 (0, 2)	-21.23	0.71
E-09		437.90	F-10		371.22	面 (3, 0)	-15.23	0.71

表3 平鑼 FEA 與 EMA 之模態參數比較總表

模態數	EMA f_n (Hz)	模態數	FEA (Hz)	誤差 (%)	物理 意義	MAC	阻尼比 (%)	累計平均 阻尼比 (%)
E-01	65.17	F-01	73.11	12.18	鑼體(0,2)	0.93	0.7791	0.77907
E-02	68.73	F-02	73.11	6.37	鑼體(0,2)	0.93	1.2434	1.01124
E-03	166.91	F-03	157.64	-5.55	面(1,0)	0.7	0.0582	0.69355
E-04	247.19	F-04	231.49	-6.35	面(0,1)	0.65	0.0596	0.53507
E-05	267.35	F-05	231.49	-13.41	面(0,1)	0.65	0.0354	0.43513
E-06	291.47	F-06	252.10	-13.51	鑼體(0,3)	0.83	0.1147	0.38172
E-07	--	F-07	252.10	--	鑼體(0,3)	--	--	--
E-08	357.39	F-08	293.08	-17.99	面(0,2)	0.71	0.0600	0.33575
E-09	372.05	F-09	293.08	-21.23	面(0,2)	0.71	0.0324	0.29783
E-10	437.9	F-10	371.22	-15.23	面(3,0)	0.71	0.0542	0.27076

稱模態，因為平鑼為圓盤結構，因此在理論的自然頻率為相等，但在實驗之自然頻率有稍許誤差；在平鑼之模態振型以 (r, θ) 代表， r 代表徑向， θ 代表圓周向之節線數，然而模態振型分為鑼體和鑼面，鑼體相當於自由邊界，鑼面相對於四邊固定圓板結構，由表中可看出第 1 個模態和第 2 個模態、第 4 個模態和第 5 個模態、第 7 個模態和第 8 個模態皆為對稱模態，而第 3 個模態和第 9 個模態為面(R,0)模態，由模態振型總表可看出前 9 個模態除了第 7 個模態之外，其餘的皆對應良好；在模態保證指標(modal assurance criterion, MAC)方面，可看出模態保證指標值皆在 0.7 以上，代表分析及實驗之模態振型對應良好。

表 3 為平鑼 FEA 與 EMA 之模態參數比較總表，可看出在分析及實驗之頻率對應較不良好，則最大誤差 21.23%；最大阻尼比出現在第 2 模態為 1.2434%，

累計平均阻尼比為 0.2707%。

5.2. 聲音特性分析

在探討銅鑼聲音量測之前，首先需量測背景聲音之大小，而量測平鑼量測所得之聲音值須大於背景聲音 10dB，因此實驗量測之數據才有可信度，故可進一步對以下項目進行聲音特性之探討。

5.2.1. 平鑼之中心點(硬鉗、軟鉗)

圖 11 (a) 為硬鉗敲擊中心點(1)之聲音頻譜圖，在圖中可看到 167Hz、438Hz 和 803Hz 的峰值之聲音(dB)較高，且有逐漸升高的趨勢，圖 11 (b) 為軟鉗敲擊中心點(1)之聲音頻譜圖，也可看出 167Hz、438Hz 和 803Hz 的峰值之聲音(dB)較其他峰值來的高，但有逐漸降低的趨勢，正好與硬鉗敲擊時相反，表 4 為硬鉗與軟鉗敲擊之聲音(dB)比對總表，由表中可看出各個峰值所對應的頻率和 dB 值以及模態特性，綜合討論可列出以下幾點：

1. 由圖 11(a)、(b) 中可看出模態數量較少，因為只有中心點無節線的模態振型才會被激發出來，可得知模態特性之面(1,0)、面(2,0)和面(3,0)的模態振型出現為合理的。
2. 在 267Hz 和 592Hz 之頻率會出現，推測可能原因有兩個，一為平鑼外型本身為非正圓，二為在敲擊量測時可能敲擊點位置偏掉。
3. 由表 4 可看出在硬鉗敲擊時，在 803Hz 的聲音(119.95dB)為最高，而在軟鉗敲擊時，在 167Hz 的聲音(116.16dB)為最高；因此可得知硬鉗較易激發高頻之頻率，然而軟鉗較易激發低頻之頻率。

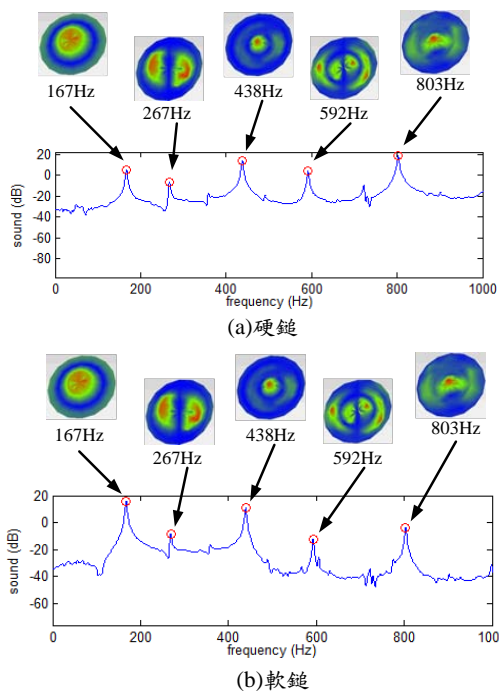


圖 11、敲擊中心點(1)之聲音頻譜圖

表4 硬鎚與軟鎚敲擊之聲音(dB)比對總表

峰值頻率 (Hz)	中心點		中間點		邊緣點		物理意義
	硬鎚 (dB)	軟鎚 (dB)	硬鎚 (dB)	軟鎚 (dB)	硬鎚 (dB)	軟鎚 (dB)	
65	--	--	70.26	73.53	74.44	66.47	鐸體(0,2)
68	--	--	--	73.77	82.41	79.35	鐸體(0,2)
167	106.46	116.16	101.37	101.86	100.11	99.68	面(1,0)
246	--	--	80.33	75.42	71.47	67.82	面(0,1)
267	94.36	91.78	96.87	68.94	87.66	80.12	面(0,1)
291	--	--	--	--	80.41	69.28	鐸體(0,3)
372	--	--	82.95	91.45	75.98	62.51	面(0,2)
438	115.39	111.23	109.99	100.35	106.46	91.79	面(2,0)
478	--	--	89.75	87.19	69.4	54.44	面(0,3)
592	105.44	87.62	83.36	79.35	92.52	62.94	面(1,1)
659	--	--	86.67	66.98	83.82	52.18	面(0,4)
724	--	--	94.82	94.43	84.59	49.92	面(2,2)
803	119.95	96.59	106.78	78.22	98.95	60.64	面(3,0)
901	--	--	91.11	66.37	76.12	43.08	面(2,3)
968	--	--	81.37	62.66	82.91	51.57	面(1,6)
998	--	--	92.87	69.1	70.83	--	面(3,2)

5.2.2. 平鐸之中間點和邊緣點(硬鎚、軟鎚)

圖 12 (a)為硬鎚敲擊中間點(32)之聲音頻譜圖，圖中可看到紅色框裡為敲擊中心點所激發之頻率和模態振型，在此標註以便做比較，然而聲音頻譜圖中的峰值之聲音(dB)有逐漸上升的趨勢，(b)為軟鎚敲擊中間點(32)之聲音頻譜圖，圖中也可看到紅色框裡為敲擊中心點所激發之頻率和模態振型然而聲音頻譜圖中的峰值之聲音(dB)有逐漸上升的趨勢。

圖 13 (a)為硬鎚敲擊邊緣點(80)之聲音頻譜圖，圖中可看到紅色粗框裡為平鐸發聲之主要模態，紅色細框裡為敲擊邊緣點所激發之環(0,R)的模態，然而聲音頻譜圖中的峰值之聲音(dB)在高頻時依然很明顯，圖 13 (b)為軟鎚敲擊邊緣點(80)之聲音頻譜圖，圖中可看到紅色粗框裡為平鐸發聲之主要模態，紅色細框裡為敲擊邊緣點所激發之環的模態，但聲音頻譜圖中的峰值之聲音(dB)在高頻時較不明顯，正好與硬鎚相反，表4為硬鎚與軟鎚敲擊之聲音(dB)比對總表，由表中可看出各個峰值所對應的頻率和聲音(dB)以及模態特性，綜合討論可列出以下幾點：

1. 由圖12(a)、(b)中可看到紅色框裡為敲擊中心點所激發之頻率和模態振型，比對後可得知敲擊中間點比中心點多了許多模態，從中可看到對稱模態的出現，由模態振型判斷出現為合理的。
2. 圖12(a)、(b)之軟硬鎚比較，硬鎚在167Hz、438Hz和803Hz的聲音(dB)依然最高，但軟鎚在803Hz之峰值已較不明顯；當軟鎚敲擊時可看出在低頻時65Hz和372Hz的聲音(dB)都比硬鎚來的高，且多激發出68Hz的頻率，證明軟鎚易激發低頻

的頻率，不易激發高頻的頻率。

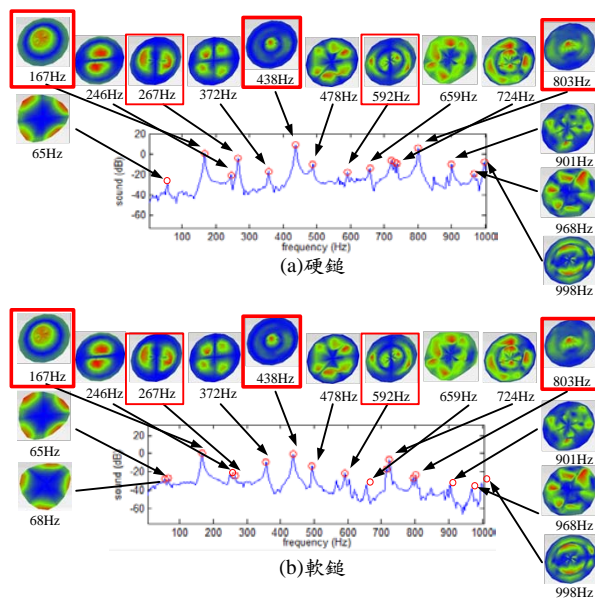


圖12、敲擊中間點(32)之聲音頻譜圖

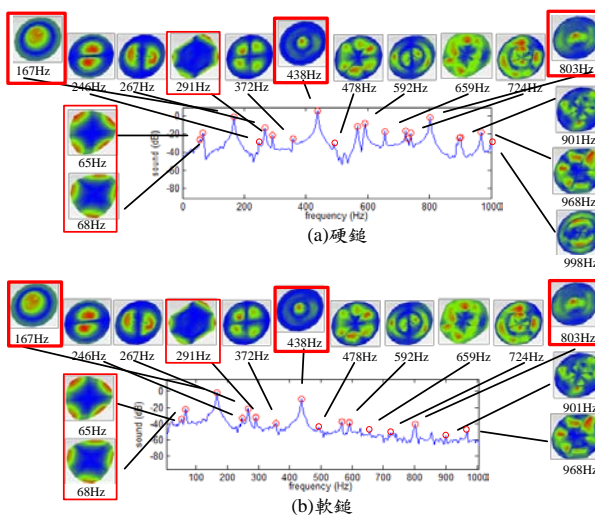


圖13、敲擊邊緣點(80)之聲音頻譜圖

3. 由圖13(a)、(b)中可看出當敲擊邊緣點時，在紅色細框中65Hz、68Hz和291Hz之環的模態振型會出現為合理的。
4. 圖13(a)、(b)之軟硬鎚比較，硬鎚在紅色粗框裡的167Hz、438Hz和803Hz之聲音(dB)依然最高，但軟鎚在803Hz之峰值已較不明顯。

6. 結論

本文首先建立一個台灣傳統樂器平鐸的有限元素模型，並藉由實驗模態分析比對驗證，並量測聲音特性，進而瞭解平鐸之聲音及振動的關聯性。由以上分析得到以下結論：

1. 在聲音敲擊量測與振動分析之比對，可看出在167Hz、438Hz和803Hz的峰值皆為最高，為平鐸發聲之主要模態；

2. 本文針對不同敲擊位置及敲擊鉗進行聲音特性探討，可得知敲擊中心點、中間點和邊緣點之不同位置時，平鑼發聲模態振型之物理意義是有相對應的；而利用硬鉗敲擊時較易激發高頻之頻率，則軟鉗較易激發低頻之頻率。
3. 由聲音特性可得知，當敲擊中心點、中間點和邊緣點之不同位置時，所產生的發聲頻率和模態振型也會有所不同，也證明了敲擊位置和聲音特性有密切的關連性。
4. 本文由實驗分析得知，聲音特性與振動分析有密切的關聯性，故得知樂器的聲音特性可經由振動分析的結果預先推測。
5. 有限元素分析之自然頻率甚有誤差，但分析結果具有可行性和定性，推測平鑼表面為粗車削，因此表面可明顯看出圓形且凹凸不平的痕跡，加上製作折環處時，擠壓所導致平鑼的表面形成微弱的彎曲；進而得知在平鑼的製作上較粗糙，精密度後續可再進一步探討。

致謝

本文承蒙國科會 100 年度補助專題研究計畫「基於聲音品質之結構逆向設計應用於具簡諧與和弦音銅鑼組之開發」（國科會計畫編號：NSC 100-2221-E-020-010-），經費補助提供，特此致謝。

參考文獻

- [1] 王栢村，李雨軒，張志偉，2002，「銅鑼振動與聲音特性之探討」，*中華民國振動與噪音第十屆學術研討會*，台北，第 245-252 頁。
- [2] 王栢村，陳新正，2008，「鑼臍形式銅鑼之聲音及振動特性的探討」，*中華民國音響學會第二十一屆學術研討會*，台北，論文編號：A1-4。
- [3] McLachlan, N., Adams, R., and Burvill, C., 2012 "Tuning natural modes of vibration by prestress in the design of a harmonic gong," *Acoustical Society of America*, Vol. 131, NO. (1), pt. 2, pp. 926-934.
- [4] Chaigne, A., Touze, C., and Thomas, O., 2005 "Nonlinear Vibrations and Chaos in Gongs and Cymbals," *Acoustical Science and Technology*, Vol. 26, No. 5, pp. 403-409.
- [5] 王栢村，吳銘峰，2011，「銅鑼模型更新及其聲音與振動特性探討」，*中華民國音響學會第二十四屆學術研討會*，台北，論文編號：C-11。
- [6] 王栢村，謝明憲，趙天麒，2007，「基於聲音特性之鐵琴片形狀設計」，*中華民國音響學會暨第二十屆論文發表會*，台北，論文編號：C5。
- [7] 王栢村，簡孝名，2009，「實際邊界下之鐵琴片模型驗證」，*中華民國音響學會九十八年會員大會暨第二十二屆學術研討會*，台北，論文編號：A022。
- [8] 王栢村，廖偉廷，2009，「木琴條聲音與振動關聯性及形狀變更設計之討」，*屏東科技大學暨北京科技大學第四屆學術交流研討會*，屏東，論

文編號：C14。

- [9] Bork, I., 1995, "Practical Tuning of Xylophone Bars and Resonators," *Applied Acoustics*, Vol. 46, pp. 103-127.
- [10] 王栢村，吳祥瑞，徐秀娟，高正賢，2011，「不同打擊樂器聲音特性探討」，*中華民國音響學會第二十四屆學術研討會*，臺北，論文編號：C-10。
- [11] Myers, A., Pyle, R. W., Gilbert, J., Campbell, D. M., Chick, J. P. and Logie, S., 2012, "Effects of Nonlinear Sound Propagation on the Characteristic timbres of Brass Instruments," *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 131, No. (1), Pt. 2, pp. 678-688.
- [12] Jing, M., 2003, "A Theoretical Study of the Vibration and Acoustics of Ancient Chinese Bells," *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 114, No. 3, pp. 1622-1628.
- [13] 王栢村，吳祥瑞，徐秀娟，高正賢，2011，「古鈸打擊聲音特性之探討」，*中華民國振動與噪音工程學會第19屆學術研討會*，彰化，論文編號：B-09。
- [14] 王栢村，胡惠文，蘇敬翔，2003，「吉他共鳴箱之振動特性分析」，*ANSYS 2003 台灣區用戶大會暨論文發表會*，雲林，第 71-84 頁。
- [15] Chen, G. T., 2004, "The Timbre Space of the Chinese Membrane Flute(dizi): Physical and Psychoacoustical Effects," *148th Meeting of the Acoustical Society of America*, pp. 1-5.
- [16] Bretos, J., Santamaris, C. K., and Moral, J. A., 1999, "Vibrational Patterns and Frequency Responses of the Free Plates and Box of a Violin Obtained by Finite Element Analysis," *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 105, No. 3, pp. 1942-1950.
- [17] Wang, L.M. and Burroughs, C. B., 2001, "Acoustic Radiation from Bowed Violins," *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 110, No. 1, pp. 543-555.
- [18] Runnemalm A. and Molin N. K., 1999, "On Operating Deflection Shapes of the Violin Body Including In-plane Motions," *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 107, No. 6, pp. 3452-3459.
- [19] 王栢村，李建興，許燕吉，高毓廷，謝佳雄，2006，「不同高爾夫球桿擊球之音頻特性分析」，*中華民國音響學會第十九屆學術研討會論文集*，台南，論文編號：A8。
- [20] Skrodzka, E. B., and Sek, A. P., 2000, "Comparison of Modal Parameters of Loudspeakers in Different Working Conditions," *Applied Acoustics*, Vol. 60, pp. 267-277.