

結合有限元素分析與振動試驗機組於振動虛擬實境與示範教學

王栢村¹ 湯昀哲² 劉明駿³ 李昆達⁴

¹屏東科技大學機械工程系教授

²屏東科技大學機械工程系研究生

³屏東科技大學機械工程系專題生

⁴金頓科技股份有限公司研發處處長

wangbt@mail.npust.edu.tw [聯絡人：王栢村]

摘要

振動問題在工業界中是一項重要的議題而且非常地受到關注。結構振動教學的困難之處包含了涉及大量的工程數學，以及振動現象難以呈現。本文主要目的為運用振動試驗機組實際示範與搭配有限元素分析虛擬模態動畫示範做為教學教具。振動試驗機組內包含了不同幾何造型、尺寸不同之試驗片，主要是要呈現不同結構的模態參數也會有所不同。在有限元素分析中需要有不同的建構模型的技巧，進行模態分析得到結構的自然頻率及其相對應的模態振型。將有限元素分析所得到的自然頻率與模態振型與實際振動試驗機組實際呈現的模態振型及自然頻率進行比對證明。將可以使得原本抽象的振動教學能有以更淺顯易懂的方式呈現。也因此可以成為振動教學的有效工具。

關鍵詞：振動試驗機組、有限元素分析、自然頻率、模態振型。

1. 前言

由於現今社會的科技高速發展，技術不斷的創新，消費者對於產品的要求除了高品質之外還需要高可靠性的產品。為了滿足這些要求，因此產品必須進行各種形式的環境的試驗，像是振動、衝擊、落下、溫濕度、冷熱衝擊、鹽霧等試驗。並要確認產品在正式生產使用後可以經安全、可靠的讓客戶使用，因此必須在產品研發階段將可靠度設計在其中，以確保產品的品質。因此為了提升產品的可靠度，在設計過程上就必須考慮產品品質。假如能運用電腦藉由商用套裝軟體進行模擬分析產品受到振動、衝擊與掉落之響應，可使設計者在開發初期預估產品品質性能與發掘問題，修正問題。如此一來將可減少實驗次數及縮短開發時間與成本。因此電腦輔助工程分析(Computer Aided Engineering, CAE)在設計初期即扮演著相當重要的角色。所以本文將應用CAE分析軟體於振動教學，使振動教學能更活潑。

王與陳[1]探討懸臂樑結構進行實驗模態分析與理論分析的比較，並分別比較結構受驅動器衝擊槌與激振器所得之實驗模態參數。王與陳[2]之研究探討方向為運用吳[3]所發展之外力預測模式，應用於懸臂樑結構上，求取未知衝擊力作用於懸臂樑之大小、時間歷程與作用位置再以未知衝擊外力作用於懸臂樑結構，探討其外力預測方法之可行性與適應性，並驗證吳[3]所發展之外力預測模式適用於任意結構。王與吳[4]探討為以CAE軟

體進行有限元素分析，單獨球頭與完整高爾夫球桿之振動特性，分別對整支球桿與單獨球頭進行有限元素分析，由所得的模態參數來判斷其兩者間有何差異及關聯性並找出彈簧與自由、固定等邊界三者之間的關係，因此可藉由分析模型預測實際握桿狀態。王與陳[5]探討內容為網球拍之振動特性再結合應用理論和實驗方式，分別對網球拍進行實驗模態分析和有限元素分析之後兩種方式進行驗證得到網球拍之分析完整模型用來設計球拍之品質參考。黃[6]探討為利用FEA軟體搭配EMA環境應力試驗之運用，並以環境應力試驗主要分成環境振動試驗、衝擊試驗、落下試驗三大部分，各別進行討論說明之後與實際實驗比較兩者之差異，以得知模擬分析之可行性。

王等人[7]利用有限元素分析法對印刷電路板進行試驗加速度計質量效應評估和驗證並藉由最佳化之材料參數及多種加速度計之模擬方式進行有限元素模型之建構與分析，進而發展加速度計質量效應模擬技巧有助於有限元素分析，如響應預測時。王與蔡[8]利用傳統上實驗模態分析(Experimental Modal Analysis, EMA)多採用加速度計為感測器，搭配衝擊錘為驅動器，以量測結構之頻率響應函數(Frequency Response Function, FRF)最後分別探討EMA得到之模態參數差異及物理意義。王與林[9]以麥克風與加速度計做為感測器、分別量取自然頻率及模態振型振動模態與FEA之理論進行比對，對其自然頻率、MAC值，來驗證其有限元素模型及當以麥克風為實驗模態分析之感測元件時之可行性。

在關於模型驗證研究上，王與曹[10]探討則是結合有素分析及實驗模態分析之結構模型驗證，自由邊界為題材進行一系列分析和與文獻理論相互驗證做為結構模型驗證理念應用。王與陳[11]所探討使用有限元素分析與實驗模態分析進行驗證，求得平台自由邊界下可代表實際模型的等效分析模型結構，以利後續工程之開發分析。之後王和陳[12]在固定邊界下的平台振動，使用有限元素分析與實驗模態分析相互對照驗證，以求的平台固定於機振器上等效結構之數學模型，其結果對後續平台開發和人力、時間和經費等有所縮減。王等人[13]採用有限元素分析配合實驗模態分析，對振動試驗機之不同激振器音圈結構進行模型驗證及動態特性分析之合理性並得到足夠代表實際結構之等效性模型，以便後續其他應用。

結構振動現象不易觀察，因此藉由攜帶式振動試驗



機，示範各種結構振動特性。也由於先前已有對試驗片之半邊模型之進行有限元素分析[14]，因此本文將建立試驗片完整模型，並模擬試驗片中央實際鎖固情形進行有限元素分析。並與試驗片半邊模型進行比較。並建立更接近於實際地的有限元素分析模型，分析其模態振型與自然頻率再不同形狀與不同設定邊界下將模擬其振動結構上的差異性。使用攜帶式振動示範機搭配有限元素分析將以可成為一套生動有效的輔助教材。

2. 攜帶式振動示範機簡介與實驗架構

攜帶式振動示範機為電磁式振動系統，由電磁激振器及高功率放大器以及多功能控制器組成。圖1為攜帶式振動示範機實體照片。攜帶式振動示範機具有振動教學、容易操作、高信賴度等特點。攜帶式振動試驗機可示範各種結構的振動特性，如模態振型、自然頻率。

攜帶式振動示範機中，具有4組可獨立調整輸出信號的控制裝置。如圖3控制面板實際照片所示，每組控制面板具有固定頻率手動頻率調整或是掃描式頻率調整、掃描快慢調整、振幅大小調整，其激振頻寬可選擇3-500Hz或是3-4000Hz。使用可調整激振頻率找出試驗片之自然頻率，操作過程中可以搭配閃頻儀觀察模態振型。由於高頻振動的位移量極小，以肉眼並無法觀看，因此頻寬都設定為3-500Hz。

閃頻儀為一種可以調整閃爍頻率之閃燈。圖4即為閃頻儀實體照片。閃頻儀的閃爍頻率接近試驗片之自然頻率時會使得模態振型移動變慢，閃爍頻率等於試驗片自然頻率時則會看到模態振型固定。此現象即為應用人眼視覺暫留特性所造成的。攜帶式振動示範機搭配閃頻儀可以輕易看出試驗片在高頻所產生的模態振型。

本文所探討不同幾何試驗片探討不同結構的動態特性。圖4即為本文所探討之3種不同幾何形狀之試驗片。在攜帶式振動示範機經由振動試驗機激振。在攜帶式振動示範機的操作上選擇FIX固定頻率，以手動調整激振頻率的方式搭配閃頻儀觀察試驗片之最大振幅，當試驗片出現最大振幅時，此時機器顯示之激振頻率即為此試驗片之自然頻率，試驗片之最大振幅即為此自然頻率所對應之模態振型。重複此動作由低頻至高頻找出可視模態，並記錄試驗片之自然頻率。以此做為有限元素分析之等效有限元素模型之分析結果比對標準。



圖1 攜帶式振動示範機



圖2 控制面板實際照片



圖3 閃頻儀實際照片



(a) 試驗片A (b) 試驗片B (c) 試驗片C
圖4 不同幾何造型之試驗片

3. 有限元素分析說明

本文使用Pro/E繪圖軟體分別建立攜帶式振動示範機之3種不同幾何試驗片與含基座之試驗片模型，由於已有做過試驗片之半邊模型[14]，因此本文將建立一完整試驗片模型將其分析結果與半邊模型分析結果做為比對。檢驗試驗片有限元素模型的正確性，後續將建立完整含基座之試驗片，並將此模型分析結果與攜帶式振動示範機之自然頻率與模態振型做比對，比較分析模型是否符合實際振動頻率與模態振型。如有符合表示試驗片含基座之有限元素模型等效實際結構。

3.1 數學模型

對攜帶式振動示範機之試驗片與試驗片固定於基座應用有限元素分析套裝軟體進行模態分析，比較分析結果與實際攜帶式振動示範機做自然頻率與模態振型的比較。

在本文所分析之幾何條件分為3種試驗片與3種試驗片含基座兩種模型。材料方面試驗片材質為鐵。表1為ANSYS分析設定之材料參數。試驗片中央圓孔與基座固定位置為鎖固，因此在分析時將鎖固的部分以接觸元素模擬鎖固情形，並於基座底部設為固定邊界。

表1 ANSYS 分析之材料參數

楊氏係數	125×10^9 (Pa)
蒲松比	0.3
密度	7850 (Kg/m ³)

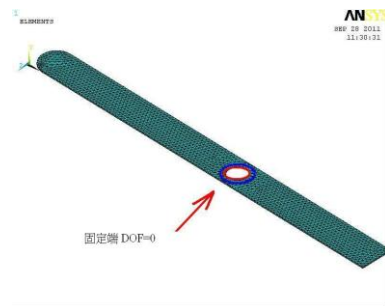


圖5 試驗片A有限元素分析模型

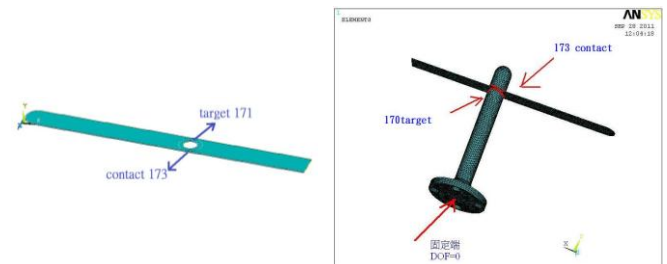


圖6 為試驗片含基座之有限元素分析模型

3.2 有限元素模型

本文使用套裝軟體 ANSYS 11.0 版本進行有限元素分析，分別建立不同幾何試驗片與含基座之試驗片 CAD 模型，以利分別進行分析。有限元素模型建構說明如下。

在模型驗證上，為了得到等效於實際結構之有限元素分析模型，分析模型必須由簡而繁的方式，一層一層得到驗證，因此本文將先對試驗片進行驗證，最後再將驗證過的分析模型組合得到最終試驗片含基座之等效有限元素分析模型。

圖 5 為試驗片模態分析之有限元素分析模型。由於 3 種幾何不同之試驗片之分析方式皆相同，因此在本文僅以試驗片 A 之圖示進行說明。試驗片中心孔為鎖固狀態，因此在此分析中將中心孔設定為固定端，模擬鎖固情形。試驗片有限元素分析模型建構說明如下：

1. 元素選用：3 種不同幾何試驗片分析皆選用三維立體元素(SOLID 45)。
2. 元素分割：採用每個元素 1mm 為單位，以 free-mesh 的方式分割。
3. 位移限制：試驗片有一中心孔，將圓孔周圍的附近節點設為固定邊界，所有自由度均為 0。
4. 負荷條件：模態分析，所以沒有設外力。

圖 6 為試驗片含基座之有限元素分析模型。由於 3 種幾何不同之試驗片含基座模型分析方式皆相同，因此在本文僅以試驗片 A 含基座之圖有限元素分析模型示意圖進行說明。此分析主要為應用已經過驗證之試驗片分析模型，加入基座進行分析，主要目的為分析模型能更接近於實際結構。試驗片含基座之有限元素分析說明如下：

1. 元素形式：試驗片與基座選用線性立方體元素(SOLID 45)，含基座之有限元素模型之模擬螺絲鎖固地方以接觸原素(TARGET 170、CONTACT 173)模擬螺絲鎖固之力量。
2. 元素分割：每個元素 1mm 為單位，以 free-mesh 的方式分割。
3. 位移條件：固定狀態之基座含試驗片對基座底面設定位移限制，自由度設定為 0。
4. 負荷條件：振動模態分析，不需設定外力。

4. 結果與討論

本文將 3 種不同幾何之試驗片進行模態分析，整片試驗片分析中，在試驗片中央圓孔區域節點設定為固定邊界，模擬試驗片實際鎖固情形。將試驗片模擬分析結果之自然頻率與模態振型與試驗片半邊模型之模態分析[13]結果做比較。

由表 2 試驗片 A 鎖固與半邊模型分析結果、表 3 試驗片 B 鎖固與半邊模型分析結果與表 4 試驗片 C 鎖固與半邊模型分析結果可以觀察得到。其自然頻率在低頻時比較接近，然而在高頻時則會相差較多。但是在模態振型則是有相同的趨勢。在自然頻率的誤差上推測為材料參數不等於實際結構，因為只知道試驗片材質為鐵，實際之材料參數是參考鐵的材料參數進行分析，因此會造成分析出的自然頻率有所差異。

表 2 試驗片 A 鎖固與半邊模型分析結果

mode	頻率 (Hz)	模態振型	頻率 (Hz)	模態振型
1	56.36		47.13	
2	114.5		93.97	
3	352.0		292.67	
4	715.3		582.60	

表 3 試驗片 B 鎖固與半邊模型分析結果

mode	頻率 (Hz)	模態振型	頻率 (Hz)	模態振型
1	72.44		53.9	
2	152.1		108.8	
3	395.1		293.4	
4	827.3		591.7	

表 4 試驗片 C 鎖固與半邊模型分析結果

mode	頻率 (Hz)	模態振型	頻率 (Hz)	模態振型
1	122.8		118.6	
2	198.7		190.9	
3	216.4		214.9	
4	286.0		274.3	

由這三種不同幾何試驗片分析結果可以顯示，試驗片 A 與試驗片 B 的幾何造型接近只是尺寸不同，因此由表 2 試驗片 A 鎖固與半邊模型分析結果與表 3 試驗片 B 鎖固與半邊模型分析結果顯示。在試驗片材質相同的情況下，由於試驗片 B 的尺寸較小，因此剛性較高，所以試驗片 B 所得到之分析結果自然頻率也比試驗片 A 較高，但是由於幾何造型相近因此其模態振型卻是相同的。由表 4 試驗片 C 鎖固與半邊模型分析結果更明顯的顯示，在不同長度之懸臂樑的剛性不同所造成的自然頻率不同現象。而且在兩個長度相同，幾何造型相同的懸臂樑中將會有同動與相位角相差 180 度的兩種不同模態。而且這兩種不同的模態自然頻率亦非常的相近。

表 5 試驗片 A 含基座分析與實際比較表



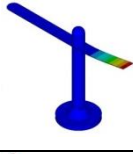

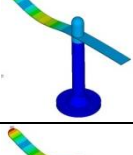

mode	頻率 (Hz)	模態振型	頻率 (Hz)	模態振型
1	47.4		52.7	
2	94.9		98.7	
3	287.4		331.8	無法觀看
4	306.7		X	無法觀看

表 6 試驗片 B 含基座分析與實際比較表

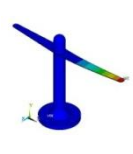

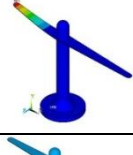

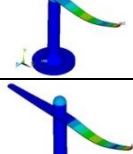

mode	頻率 (Hz)	模態振型	頻率 (Hz)	模態振型
1	53.9		61.3	
2	110.5		130.4	
3	288.2		346.6	無法觀看
4	303.5		X	無法觀看

表 7 試驗片 C 含基座分析與實際比較表

mode	頻率 (Hz)	模態振型	頻率 (Hz)	模態振型
1	118.7		128.5	
2	191.0		192.2	

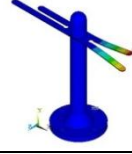

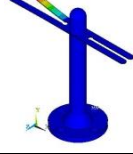

3	217.0		219.8	
4	275.3		288	

表 8 實際試驗片與 FEA 之自然頻率比較表

頻率 試片	MODE 1	MODE 2	MODE 3	MODE 4
試驗片 A 含基座				
實際 (Hz)	52.7	98.7	331.8	
分析 (Hz)	47.7	92.7	284.4	306.6
誤差 (%)	9.48	6.07	14.28	
試驗片 B 含基座				
實際 (Hz)	61.3	130.4	346.6	
分析 (Hz)	53.7	108.7	288.1	303.4
誤差 (%)	12.39	16.64	16.87	
試驗片 C 含基座				
實際 (Hz)	128.5	192.2	219.8	288
分析 (Hz)	118.4	190.5	214.6	275.3
誤差 (%)	7.85	0.88	2.36	4.41

由表 5 試驗片 A 含基座分析與實際比較表、表 6 試驗片 B 含基座分析與實際比較表與表 7 試驗片 C 含基座分析與實際比較表中顯示。其試驗片含基座與單純試驗片鎖固之分析結果自然頻率沒有太大差異。只是在模態振型會多了基座的模態，在試驗片的模態則是沒有變。但是在加入試驗片加上基座的分析結果顯示，其自然頻率有提高的現象，推估為在單試驗片的分析中是將試驗片中央鎖固的地方設為全固定，而在試驗片含基座的分析中則是以接觸元素的方式模擬實際鎖固的情形，因此才會造成自然頻率有所差異。

在由表 8 實際試驗片與 FEA 之自然頻率比較表中可以得到，無論是哪一種試片，分析的自然頻率皆低於實際攜帶式振動示範機實際機振試驗片所得到的自然頻率。原因推測為試驗片與基座的材質不同，但是在分析時所使用的材料參數都假設為相同，因此會造成自然頻率的誤差。

在試驗片含基座的分析中，試驗片與基座的接觸面以接觸元素模擬實際鎖固的情形，但是在接觸元素的

設定中皆使用軟體本身的內定值，在摩擦係數與接觸方式皆無設定。未來可以在分析中對於基座的材料參數與接觸元素兩方面進行修整，將會得到更接近於實際結構之等效有限元素模型。並且可以將得到的等效有限元素分析模型進一步進行簡諧分析，模擬試驗片含基座實際進行激振時的情形。並與實際攜帶式振動示範機進行比較。將會使得振動教學能有更多更生動的輔助教具。

5. 結論

結構振動雖然多為振動理論與數學，大多數人對這種抽象的理論往往無法了解。因此本文主要應用攜帶式振動示範機將結構在自然頻率下的模態振型顯現出來，並且搭配 CAE 軟體的介紹，將會使人能輕易的瞭解結構的振動特性。本文針對攜帶式振動示範機進行模態分析得到以下幾項結論：

1. 本文應用攜帶式振動示範機結合有限元素分析對試驗片含基座固定邊界情況下進行動態特性探討，並得到代表實際結構之等效分析模型。
2. 有限元素分析結果之自然頻率與實際攜帶式振動示範機所顯示之自然頻率比較下得到，分析之自然頻率比較低。改善方法可對材料楊氏係數進行修整。
3. 本文在分析時假設試驗片與基座的材料參數皆相同，因此造成了分析的自然頻率與實際攜帶式振動示範機所顯示的自然頻率有所差異。
4. 後續可以運用此等效模型進行簡諧分析。模擬激振器對基座進行激振之情形。並與攜帶式振動示範機掃描式頻率進行交互比對。製做一整套的教學影片，讓振動教學不再是理論教學，使振動課題能夠更生動。使得一般大眾能夠對結構振動能有更進一步的認識。

6. 參考文獻

- [1] 王栢村，陳重彰，2002，「懸臂樑受衝擊槌與激振器作用之模態特性驗證」，2002 年國立屏東科技大學論文集，國立屏東科技大學機械工程系，第 20~27 頁。
- [2] 王栢村，陳重彰，2002，「懸臂樑結構系統之未知衝擊力預測」，技術學刊，第 17 期，第 2 卷，第 181~192 頁。
- [3] 吳建德，1999，智慧型材料結構系統應用於未知衝擊外力之預測，碩士論文，屏東。
- [4] 王栢村，吳國禎，2004，「高爾夫球木桿之模態分析」，中華民國振動與噪音第十二屆工程學術研討會論文集，台北，第 12~17 頁。
- [5] 王栢村，陳建文，2005，「自由邊界網球拍模型之振動特性分析」，中華民國振動與噪音第十三屆工程學術研討會論文集，彰化，第 45~57 頁。
- [6] 黃宗淇，2006，「結合有限元素分析與實驗模態分析對印刷電路板進行模型驗證」，2006 年國立屏東科技大學論文集，國立屏東科技大學機械工程系，第 80~87 頁。
- [7] 王栢村，陶致均，賴逸少，葉昶麟，李英志，2007，

「加速度計質量效應模擬分析之評估與驗證」，中華民國與噪音第十五屆工程學術研討會論文集，台北，17~26 頁。

- [8] 王栢村，蔡明建，2004，「應用旋轉角加速度計於自由樑之實驗模態分析」，中華民國振動與噪音第十二屆工程學術研討會論文集，台北，18~29 頁。
- [9] 王栢村，林怡馨，2007，「以加速度計與麥克風為感測器之鐵琴實驗模態分析比較」，中華民國力學學會第三十一屆全國力學會議，高雄，論文編號:H31。
- [10] 王栢村，曹文昌，2005，「應用有限元素分析與實驗模態分析之結構模型驗證」，CSSV 學術研討會第十屆，屏東，論文編號:NSC90-2212-5-020-004。
- [11] 王栢村，陳志成，2004，「振動試驗機垂直輔助平台之模型驗證」，中華民國機械工程學會第二十一屆全國學術研討會論文集，高雄，第 2423-2436 頁。
- [12] 王栢村，陳志成，2004，「夾持邊界下垂直輔助平台之模型驗證」，航太學會/民航學會聯合學術研討會，台中，論文編號:A6-01。
- [13] 王栢村，林政煌，李昆達，2004，「不同激振器音圈結構之振動特性探討」，中華民國振動學會第十二屆與學術研討會論文集，台北，論文編號:A1-1。
- [14] 王栢村，2006，手提式展示型振動機實習教材，屏東。

Integration of Finite Element Analysis and Vibration Testing Kits for Virtual Reality and Demonstration Teaching in Vibration

Bor-Tsuen Wang¹, Yun-Je Tang²,
Ming-Jun Liu³, David Lee⁴

¹Professor, ²Graduate student,
³Undergraduate student
Department of Mechanical Engineering
National Pingtung University of Science and
Technology
⁴Director, King-Design Company

ABSTRACT

Structural vibration is an important engineering issue and very much of concern. The teaching on structural vibration generally involves engineering mathematics and is difficult to show the vibration phenomenon. This work aims to use the vibration testing kits for vibration demonstration and to integrate the finite element analysis (FEA) for theoretical study on structural modal analysis. Different test specimens with different geometry and sizes are used to carry out the resonant test to show the vibration mode shapes for the specimens. The finite element models of the specimens by different modeling techniques are also

shown and performed modal analysis to obtain structural natural frequencies and mode shapes. Both the virtual reality video for mode shape animation from FEA results and the practical structural mode shapes observation are, respectively, demonstrated to correlate the theoretical analysis and practical experiments. This work illustrates the computer aided tool by FEA for vibration teaching as well as the demonstration of vibration mode shape by the portable vibration testing kits. The virtual reality animation video and the practical observation of mode shape for different geometry specimens due to structural resonances can be helpful in vibration teaching.

Keywords: vibration, Portable Shaker Demo Kit (PSDK), Finite Element Analysis (FEA), natural frequency

