

## 應用振動模態試驗於碳纖維試片之機械性質測定

王栢村<sup>1</sup>、張年華<sup>2</sup>、黃裕仁<sup>3</sup>、張佐銘<sup>3</sup>

<sup>1</sup>屏東科技大學機械工程系教授

<sup>2</sup>屏東科技大學機械工程系研究生

<sup>3</sup>大田精密工業股份有限公司研發中心

### 摘要

經由一試片之振動特性試驗可獲得其機械性質。本文主要針對高爾夫球頭之碳纖維複合材料，結合實驗模態分析(Experimental Modal Analysis, EMA)與有限元素分析(Finite Element Analysis, FEA)方法，測定其機械性質包括楊氏係數、浦松比及剪力模數。本文使用加速度計及麥克風兩種感測器進行實驗模態分析，以移動衝擊錘及固定感測器位置之方式，分別以兩種感測器進行實驗獲得試片之模態參數。結果顯示加速度計之質量效應在重量較輕之試片上，使得結構之自然頻率減少及模態振型改變。而在有限元素模型中，分別說明了有無加速度計質量效應，對其模態頻率和對應之模態振型之影響。且經由最佳化分析，使FEA和EMA所得之自然頻率誤差減到最小，並假設其正向性(orthotropic)材料模型，以求解其最佳化材料參數。由這兩種感測器應用在有限元素模型與實驗模態分析之模型驗證比對，碳纖維試片之機械性質將可以更明確證，可應用於未來的高爾夫球頭之響應預測模擬。本文所發展確認試片材料性質之實驗方法，將有利於工業上之應用。

關鍵字：機械性質、自然頻率、模態振型、模型驗證。

### 1. 前言

近年來因碳纖維複合材料之高強度、高韌性及重量輕等優越特性，所以漸漸地被廣泛的應用在各類之結構及物件上，但由於碳纖維複合材料之機械性質，會受材質與疊層角度等影響而過於複雜，且過去較無對碳纖維材料機械性質之參考資料，使得要應用電腦輔助工程分析於碳纖維結構設計與分析方面，其結果可靠度皆尚待確認，故本文針對碳纖維材料之機械性質研究具有未來之發展性。

王和黃[1]針對高爾夫球桿進行有限元素分析及實驗模態分析，利用有限元素法架構三種不同有限元素模型，以看出不同方式架構之有限元素模型所帶來之差異性，並分別求取此三種模型之模態參數，與實驗模態分析結果進行模型驗證，以探討不同模型對實驗結果之準確性。王和吳[2]主要將高爾夫球具及單獨球頭，分別進行有限元素分析，利用其模態參數，得知兩者振動特性之自然頻率有14%之差異性，且在握把處設定自由、固定及彈簧三種不同邊界條件下進行分析，得知彈簧係數之大小將影響分析模型之模態參

數結果及邊界狀態設定，往後可應用於確認彈簧係數與手握邊界間之關聯性。王和黃[3]主要是對相同高爾夫球桿，但不同球頭之高爾夫球具，進行有限元素分析及實驗模態分析，利用其模態參數之自然頻率、阻尼比、握把處模態振型及其節點位置，來判斷球桿之品質，並得知不同球頭有限元素模型之特性比較，應以實體元素架構可行性較高。王等人[4]對不同高爾夫常用之素材，利用實驗模態分析方法，模擬材料形狀為懸臂樑形式，求得材料之自然頻率，再配合半能量法與阻尼比修正之方法，求得其材料阻尼比，最後將實驗結果與有限元素分析結果相互比較，得知材料之楊氏係數與文獻參考值誤差很小，便確認其實驗方法之可行性。丁等人[5]主要是應用有限元素分析與實驗模態分析兩種方法，分別對網球拍進行分析，探討網球拍實驗值與理論值之模態參數與結構系統之頻率響應函數進行比對，以驗證其架構之有限元素模型的合適性，其理論分析及模擬等方法，可作為其他結構之模態振動分析及設計變更之方向。王等人[6]以振動分析方法結合有限元素分析及實驗模態分析，對2-piece與3-piece之高爾夫球結構模態參數進行比較，發現3-piece之高爾夫球其自然頻率約高出8%，但阻尼比約低16%，主要建立出高爾夫球產品之分析及實驗技術，了解不同結構或材料之性質差異。王等人[7]主要對碳纖維高爾夫球桿進行有限元素分析及實驗模態分析，進行模型驗證，求得一個和實際狀況相符合之有限元素模型等效材料機械性質包括楊氏係數、浦松比及剪力模數，結果發現有限元素分析與實驗之模態參數結果之誤差量皆在合理範圍內，顯示材料參數最佳化結果之可靠度。王等人[8]對一碳纖維高爾夫球桿以等向性、正向性及非等向性三種不同材料模型建構其有限元素模型，利用實驗模態分析量測所得之球桿自然頻率及模態振型，與有限元素分析之最佳化結果，進行模態參數比對使其互相吻合，以確認其材料參數，建立出等效數學模型，結果顯示以非等向性之分析結果最為接近實驗值。王和林[9]主要以麥克風與加速度計作為感測器，分別量取聲音響應及振動模態與FEA之理論值進行比對，對其模態參數及FRF峰值，來驗證其有限元素分析之模型，而由自然頻率及模態振型比較之MAC值可知道不論以加速度計或麥克風為感測器，其頻率值與模態振型皆有良好之對應，但麥克風因聲音較易受環境音場效應影響，所以MAC值較加速度計為感測器時低，因此以麥克風當感測元件有其可行性。

本文主要目的為得到碳纖維材料試片之等效有

限元素模型之正向性材料參數包括陽氏係數( $E_x$ 、 $E_y$ 、 $E_z$ )、蒲松比( $\nu_{xy}$ 、 $\nu_{xz}$ 、 $\nu_{yz}$ )及剪力模數( $G_{xy}$ 、 $G_{xz}$ 、 $G_{yz}$ )，並探討不同感測器之量測方法所產生之實驗誤差量。

## 2. 模型驗證

圖1為碳纖維試片實體圖，結構材質為碳纖維複合材料以0/90之疊層角度組成，表1為碳纖維試片結構特徵表。



圖1 碳纖維試片實體圖

表1 碳纖維試片結構特徵表

材料試片	長度 (mm)	寬度 (mm)	厚度 (mm)	密度 ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	重量 (g)	疊層角度
碳纖維	97	47	1.5	1535.42	10.5	0/90

圖2為模型驗證流程圖，主要利用麥克風之實驗模態分析實驗量測結果之模態參數為基準，再調整有限元素模型之材料參數並進行最佳化，使得有限元素分析模型進行模態分析後之模態參數結果，能等效於實驗量測結果，以完成模型驗證。而為了更加確認有限元素模型之可靠性，因此再利用驗證後之模型，以同樣之材料參數，並加入加速度計之質量效應模擬，將分析結果與加速度計為感測器之實驗結果再度進行驗證。

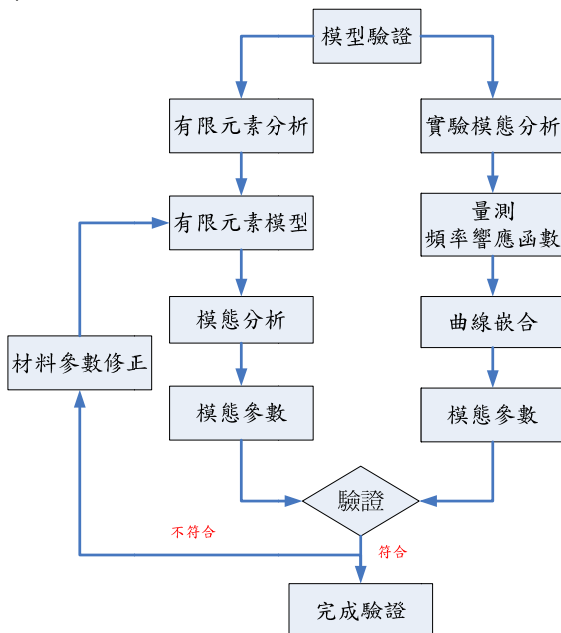


圖2 模型驗證流程圖

## 2.1 實驗模態分析

圖3為碳纖維試片量測點規劃圖，共敲擊18個量測點，圖4為實驗量測示意圖，首先將材料試片以棉線懸吊模擬自由邊界，再利用衝擊錘為激振器，並分別以麥克風及加速度計做為感測器(sensor)，圖5為麥克風量測示意圖，圖6為加速度計量測示意圖，當激振信號由感測器接收後，透過頻譜分析儀SigLab經快速傅立葉轉換可得到碳纖維試片之頻率響應函數(frequency response function, FRF)，再對頻率響應函數利用曲線嵌合軟體MEscopeVES進行曲線嵌合，可得到材料之模態參數即自然頻率、模態振型與阻尼比。



圖3 量測點規劃圖



圖4 實驗量測示意圖

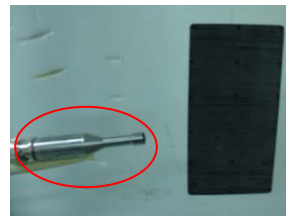


圖5 麥克風量測示意圖



圖6 加速度量測示意圖

## 2.2 有限元素分析

對碳纖維試片進行有限元素分析，圖7為碳纖維試片有限元素模型圖，整體以三維線性立方體元素(solid45)架構，共4146個節點1920個元素，其中模擬加速度計為感測器時所產生之質量效應，是以二維質量元素(mass21)，建構6個元素於加速度計黏貼位置，且碳纖維試片假設為正向性材料模型，邊界採自由邊界狀態，由於求解模態分析，故無設定任何外力負荷，以求得碳纖維試片之模態參數。

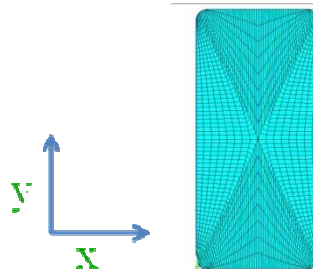


圖7 碳纖維試片有限元素模型圖

### 2.2.1 最佳化分析

本文利用套裝軟體ANSYS之最佳化分析功能，將碳纖維試片之材料參數進行最佳化驗證，目的在於找到一組材料參數組合，能使實驗量測與理論分析之模態參數結果誤差量達到最小，以建立碳纖維試片之等效數學模型，其中以實驗量測所得之模態參數為基

準，使理論分析與實驗量測之自然頻率在理想誤差範圍±5%以內，而模態振型可由模態振型保證指標(MAC)值確認振型之對應。在最佳化分析中，所設定條件為：

- (a) 目標函數(objective function)：以最小誤差平方法，使 FEA 及 EMA 所得之自然頻率誤差範圍在±5%以內。其中， $\hat{f}_i$  為實驗所得之自然頻率， $f_i$  為有限元素分析所得之自然頻率。
- $$\phi = \sum_{i=1}^n \left( \frac{f_i - \hat{f}_i}{\hat{f}_i} \right)^2 \quad (1)$$
- (b) 設計變數(design variable)：為碳纖維試片之正向性材料參數，包含楊氏係數( $E_x$ 、 $E_y$ 、 $E_z$ )、泊松比( $\nu_{xy}$ 、 $\nu_{yz}$ 、 $\nu_{xz}$ )及剪力模數( $G_{xy}$ 、 $G_{yz}$ 、 $G_{xz}$ )。

### 3. 不同感測器之實驗結果

由表2不同感測器之模態參數比對表，可發現因碳纖維材料較輕，加速度計所造成之質量效應影響很大，討論如下：

- 兩種感測器之實驗量測結果，其自然頻率誤差率高達約10%。
- 由模態振型可發現，不論是利用麥克風或加速度計作為感測器，其模態振型都有相互對應，但加上加速度計卻影響了(3,1)與(3,2)模態之順序。
- 第1模態為(2,2)模態，以麥克風為感測器量測時，其放置位置在試片中心點左方，剛好為節線之位置故無法量測到其值。
- 由以上之實驗結果，顯示當實驗量測時考慮質量效應之重要性，故在模型驗證過程中之實驗數據，是以麥克風量測為主，以確保實驗之準確性。

表 2 不同感測器之模態參數比對表

碳纖維試片之 EMA							
麥克風			加速度計			比對	
Mode	Frequency (Hz)	模態振型	Mode	Frequency (Hz)	模態振型	頻率誤差 (%)	MAC
1	-	-	1	502.31	(2,2)	-	-
2	1045.5	(1,3)	2	984.33	(1,3)	-5.85	0.72
3	1593.9	(2,3)	3	1421.8	(2,3)	-10.8	0.69
4	2820.3	(1,4)	4	2587.8	(1,4)	-8.24	0.39
5	3303.5	(2,4)	5	3018.7	(2,4)	-8.62	0.14
6	4309.9	(3,1)	6	3758.6	(3,2)	-0.84	0.44
7	4560.3	(3,2)	7	4273.7	(3,1)	-17.6	0.27

### 4. 模型驗證之結果與討論

表3為模型驗證之模態參數比對表，可發現碳纖維試片，在以麥克風量測時之模型驗證結果，表4為麥克風量測之模型驗證總表。以及利用驗證後之FEA模型，使用同樣材料參數，加入加速度計之質量效應模擬與EMA加速度計量測之模型驗證結果，表5為加速度計量測之模型驗證總表，表6為碳纖維試片材料參數表，討論如下：

- 碳纖維試片之自然頻率比較可發現有限元素分析結果與實驗量測之自然頻率值，誤差率皆在5%以內。
- 模態振型之物理意義皆相互對應，且MAC值也約在0.5以上，顯示此正向性材料參數之模型驗證結果相當良好。
- 在無改變有限元素模型之參數，直接模擬預測加入加速度計之實驗量測結果，其自然頻率誤差率只有再些微增加，也尚在合理範圍內。
- 加入加速度計所影響之(3,2)模態先出現之特性，也在分析結果中呈現，而MAC值也約在0.6以上，以此些結果能更加確定此碳纖維試片之材料參數之可靠度。

### 5. 結論

本文結合有限元素分析與實驗模態分析針對碳纖維試片進行機械性質之探討，綜合本文之分析結果有以下結論：

- 由不同感測器之實驗量測結果，可確定應用感測器於量測時，應慎選感測器之類型，以避免實驗量測之誤差。
- 使用加速度計為感測器時，應注意與受測物之質量比例，以考慮是否將加速度計之質量效應列入考量，或改以麥克風來量測，但麥克風較易受到外在雜訊干擾。
- 當待測物質量較輕時，加速度計會影響結構之自然頻率產生下降之趨勢，且結構之模態振型也可能因此發生不正常之現象，因此有限元素模型需考慮質量效應。
- 所獲得碳纖維試片之材料參數及模型驗證之流程，未來在材料試片應用於不同結構或分析上，可依此驗證所得之材料參數作為參考依據。
- 本文建立之有限元素模型，經由加速度計及麥克風兩次實驗與分析之模型驗證，其結果皆在良好範圍內，因此更加確認了模型等效性，在往後應用於響應預測分析方面，更能準確地預測其結果。

### 6. 誌謝

本研究承蒙 98 年度教育部產學園區計畫及大田精密工業股份有限公司提供研究經費，特此誌謝。

表3 模型驗證之模態參數比對表

麥克風量測						加速度計量測					
Mode	EMA Frequency (Hz)	FEA Frequency (Hz)	模態 振型	頻率 誤差 (%)	MAC	Mode	EMA Frequency (Hz)	FEA Frequency (Hz)	模態 振型	頻率 誤差 (%)	MAC
1	-	573.77	(2,2)	-	-	1	502.31	498.05	(2,2)	-0.85	0.96
2	1045.5	1035.1	(1,3)	-0.99	0.73	2	984.33	980.34	(1,3)	-0.41	0.95
3	1593.9	1578.9	(2,3)	-0.94	0.93	3	1421.8	1440.4	(2,3)	1.31	0.93
4	2820.3	2849.7	(1,4)	1.04	0.69	4	2587.8	2722.2	(1,4)	5.19	0.80
5	3303.5	3397.7	(2,4)	2.85	0.69	5	3018.7	3141.3	(2,4)	4.06	0.76
6	4309.9	4330.7	(3,1)	0.48	0.34	6	3758.6	3848.4	(3,2)	2.39	0.66
7	4560.3	4550.7	(3,2)	-0.21	0.49	7	4273.7	4402.8	(3,1)	3.02	0.64

表4 麥克風量測之模型驗證總表

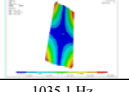

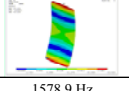

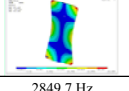
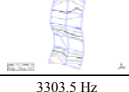
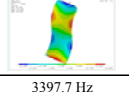

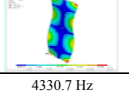

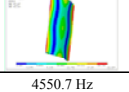

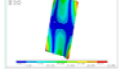
EMA	FEA	Error (%)	MAC			
Mode	Mode Shape and Nature Frequency	Mode	Mode Shape and Nature Frequency	Damping (%)	Error (%)	MAC
1	-	1	573.77 Hz 	-	-	-
2	1045.5 Hz 	2	1035.1 Hz 	0.054	-0.99	0.73
3	1593.9 Hz 	3	1578.9 Hz 	0.357	-0.94	0.93
4	2820.3 Hz 	4	2849.7 Hz 	0.090	1.04	0.69
5	3303.5 Hz 	5	3397.7 Hz 	0.228	2.85	0.69
6	4309.9 Hz 	6	4330.7 Hz 	0.161	0.48	0.34
7	4560.3 Hz 	7	4550.7 Hz 	0.153	-0.21	0.49

表5 加速度計量測之模型驗證總表


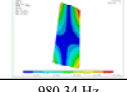

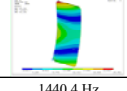

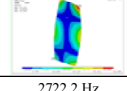

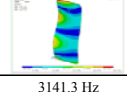
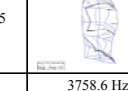
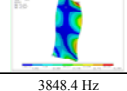
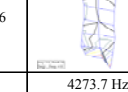
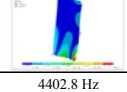

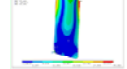
EMA	FEA	Damping (%)	Error (%)	MAC		
Mode	Mode Shape and Nature Frequency	Mode	Mode Shape and Nature Frequency	Damping (%)	Error (%)	MAC
1	502.31 Hz 	1	498.05 Hz 	0.956	-0.85	0.96
2	984.33 Hz 	2	980.34 Hz 	1.03	-0.41	0.95
3	1421.8 Hz 	3	1440.4 Hz 	1.11	1.31	0.93
4	2587.8 Hz 	4	2722.2 Hz 	0.736	5.19	0.80
5	3018.7 Hz 	5	3141.3 Hz 	0.626	4.06	0.76
6	3758.6 Hz 	6	3848.4 Hz 	0.668	2.39	0.66
7	4273.7 Hz 	7	4402.8 Hz 	0.471	3.02	0.64

表6 碳纖維試片材料參數總表

Material Parameters	Orthotropic Material	碳纖維試片
楊氏係數	Ex (GPa)	57.310
	Ey (GPa)	60.276
	Ez (GPa)	1.0162
浦松比	Vxy	0.20110
	Vxz	0.20110
	Vyz	0.20110
剪力模數	Gxy (GPa)	3.9537
	Gxz (GPa)	19.072
	Gyz (GPa)	19.072
密度	$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	1535.42

## 7. 參考文獻

- [1] 王栢村、黃瑞光，1999，「高爾夫球桿振動模態參數之測定」，*中華民國力學學會第二十三屆全國力學會議論文集(二)*，新竹，第457-464頁。
- [2] 王栢村、吳國禎，2004，「高爾夫球木桿之模態分析」，*中華民國振動與噪音工程學會第十二屆學術研討會*，台北，論文編號：A3-2。
- [3] 王栢村、黃瑞光，2000，「不同球頭之高爾夫球桿振動特性及品質之探討」，*中華民國振動與噪音工程學會第八屆學術研討會*，屏東，第209-216頁。
- [4] 王栢村、趙志燁，吳健德，1999「應用實驗模態分析於高爾夫球頭素料之材料性質測定」，*中華民國振動與噪音工程學會第七屆學術研討會論文集*，第68-72頁。
- [5] 丁麗芬，王栢村，林寶城，陳柏宏，張家華，2003，「網球拍之模態特性驗證」，*教練科學*，第2期，第29-40頁。
- [6] 王栢村，李建興，趙志燁，2006，「高爾夫球模型驗證及振動特性探討」，*Taiwan ANSYS User Conference*，台北，論文編號：5-8，第243-250頁。
- [7] 王栢村，洪研庭，劉文全，2003，「碳纖維高爾夫球桿材料機械性質探討」，*中華民國振動與噪音工程學會第十一屆學術研討會論文集*，基隆，第63-69頁。
- [8] 王栢村，廖學任，李建興，2005，「不同材料模型於碳纖維之機械性質探討」，*第十三屆中華民國振動與噪音工程學術研討會*，彰化，論文編號：E3。
- [9] 王栢村，林怡馨，2007，「以加速度計與麥克風為感測器之鐵琴片實驗模態分析比較」，*中華民國力學學會第三十一屆全國力學會議*，高雄，論文編號：H31。

## Abstract

Mechanical properties of a test specimen can be obtained from vibration characteristics. This work aims to combine the Experimental Modal Analysis (EMA) and Finite Element Analysis (FEA) techniques to determine the mechanical properties, including Young's modulus, Poisson ratios and shear modulus, for the carbon fiber composites used in golf club heads. The EMA is conducted by two types of sensors, i.e the accelerometer and microphone, by roving the impact hammer with the fixed sensor location. Both experiments by the two sensors, are respectively, performed to obtain modal parameters of the specimen. The accelerometer causes the mass effect on the light weight specimen and decreases the structural natural frequencies and alters the model shape patterns, the finite element models for both with and without the accelerometer mass effects are, respectively, solved for the modal frequencies and corresponding mode shapes. The optimization problem is formulated to minimize the natural frequency errors between FEA and EMA by solving the optimum material parameters. The orthotropic material model is assumed in optimum solutions. Through the model verification for both the FE models, the results from FEA is compared with those from EMA for the two sensors applications. The mechanical properties of the carbon fiber composite can then be well interpreted and used for future response simulation. This work lays out the experimental approach for determining the specimen material properties and will be beneficial to industrial applications.

**Keywords:** Mechanical properties, natural frequencies, model shape, model verification.

## Determination of Mechanical Properties of Carbon Fiber Specimen by Vibration Modal Testing

Bor-Tsuen Wang<sup>1</sup>, Nian-Hua Zhang<sup>2</sup>, Yu-Ren Huang<sup>3</sup>,  
Zuo-Ming Zhang<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Professor, Department of Mechanical Engineering,  
National Pingtung University of Science and  
Technology

<sup>2</sup> Graduate Student, Department of Materials  
Engineering, National Pingtung University of Science  
and Technology

<sup>3</sup> Engineer, O-TA Precision Industry Co., Ltd