

鑼臍形式銅鑼之聲音及振動特性的探討

Sound and Vibration Correlation Study of the Copper Gong with Oval Navel

王栢村¹、陳新正²

¹屏東科技大學機械工程系教授

²屏東科技大學機械工程系研究生

摘 要

本文主要針對具鑼臍形式銅鑼之聲音與振動特性作關連性的探討。首先運用有限元素分析，將銅鑼以殼元素建構其有限元素模型，並設定為自由邊界，以進行理論模態分析，求得該銅鑼之模態參數，包括自然頻率及所對應之模態振型；同時也利用麥克風作為感測器，並進行銅鑼敲擊之聲音量測分析，再透過頻譜分析儀，求得其銅鑼之聲音頻譜及峰值頻率，將實測所求得之峰值頻率亦即銅鑼之自然頻率作為有限元素模型之修正基準，再經由有限元素分析運算所得之結果顯示，其理論有限元素分析與實測分析所得之模態參數均相當吻合，故成功地驗證有限元素模型的正確性。此外，本文也運用有限元素分析方法，對該銅鑼進行理論之簡諧分析，以獲得銅鑼之聲音頻率響應函數，其所的之峰值頻率與實驗結果均相當吻合。因此，更進一步瞭解到鑼臍形銅鑼之聲音與振動模態特性的相關連性，將有助於傳統手工製鑼的設計參考依據，對未來可大幅縮短手工製鑼的時間與成本，同時也提供往後對於樂器設計之聲音與振動特性間之關連性的研究。

關鍵字：銅鑼、有限元素分析、自然頻率、驗模態分析、聲音頻譜。

Abstract

This work aims to discuss the sound characteristics correlated to the structural vibration modes of the copper gong with oval navel. First, the finite element (FE) model of the copper gong in free boundary is constructed to perform theoretical modal analysis so as to determine the modal parameters, including natural frequencies and corresponding mode shapes. Also, the microphone is used to measure the percussion sound response of the copper gong. The sound frequency spectrum can then be obtained and revealed peak frequencies that are related to structural vibration modal frequencies for certain types of structural modes. Base on the identified measured peak frequencies the FE model can be adjusted to fit the structural modal frequencies with the experimental measurement. Furthermore, the harmonic response analysis of the copper gong is also performed to obtain the frequency response function (FRF) similar to the practical percussion process. Results show that the FRF is highly correlated to the sound spectrum and can be reasonably interpreted. Therefore, the FE model can be validated for the correctness of analysis. The analysis technique in obtaining the modal properties of a gong can be beneficial to the design and manufacturing of hand-made gongs. In particular, the analysis will help to reduce the trial-and-error procedure in producing the gongs. The methodology can also be applied to other percussion instruments as well.

Keywords: gong, finite element analysis, natural frequencies, vibration mode, sound spectrum

壹、前言

銅鑼為典型的中國傳統樂器之一，一般用於廟宇慶典活動或節慶助樂之用，然而銅鑼的製作一般均採用手工打造，至於有關於銅鑼的製作，首先需事先規劃銅鑼初步的外觀草圖，裁剪一定比例的鑼面及鑼邊大小，接合起來的鑼邊略呈錐形，有助於共鳴度的增強，接下來則在鑼面上打擊出凸圖型的鑼臍之後，在整體鑼面上慢慢敲擊出一圈起伏較小的半凸圓狀，不讓鑼面維持平整，除了與最終音色的優劣有關之外，同樣也是為了增加避震效果，以延長銅鑼的使用壽命，待鑼面與鑼邊分別完成之後，就將進行兩者的焊接與打磨，這個階段沒有太多的技巧，但焊接處還是需要仔細的打磨至平滑，以達到鑼形的美觀，最後再經由調音師靠著熟練的技術，運用耳德的方式，來修整銅鑼的外觀曲面，以達到最終優美的音色。

就過去的做法，在聲音的分析方面，僅以耳聽的方式來判定音階的高低與音色的好壞，然而面對現今科學技術的進步與創新，對於過去這樣的作法，似乎不符合經濟效益，因而就以往的經驗而言，在王等人[1]以敲擊鐵琴片的中間點，可明確激出第一個振動模態之聲音頻率 Rossing[2]以區域分佈音階之振動模態的技術測得玻璃杯組之不同玻璃杯形狀的振動模態振型，並比較以摩擦、敲擊及拉號方式所產生之聲音頻譜特性比較。Bretos et al[3]運用有限元素分析木琴之木條的模態振型，並探討木條截面對自然頻率與模態振型的影響，從中可發現木條在非均勻的材料特性下，其楊氏係數對側向振動模態影響最大。Rhout, et.al[4]以理論模式模擬圓錘體形之低音鼓振動與聲音輻射，以薄膜理論來探討鼓膜振動，並分析得聲音頻譜，且由實驗量測聲音響應，以獲得驗證。王等[5]利用有限元素分析與實驗模態分析來探討銅鑼之聲音與振動之間的特性，証實理論分析與實驗量測分析所得到的結果，在低頻的部份相當吻合，並証明了藉由有限元素分析的方法對銅鑼來探討聲音與振動特性的可行性。

本文是運用有限元素分析與頻譜分析儀，對一鑼臍型式之銅鑼進行理論與實驗量測分析，主要分析目標如下所示：

1. 銅鑼之模型驗證：應用 ANSYS 分析軟體對銅鑼進行有限元素分析之模態分析 (Modal Analysis)，以得到理論之模態參數，包括自然頻率與所對應之模態振型，再與實驗所得模態參數作為有限元素模型的修正基準，進而確定有限元素模型之等效性。
2. 銅鑼聲音量測分析：本實驗是利用衝擊鎚敲擊鑼臍頂端，將量測得到之聲音訊號傳入頻譜分析儀中作分析，最後得到聲音功率頻譜密度函數。
3. 有限元素之簡諧分析：將模態分析所求得銅鑼等效之有限元素模型進行簡諧分析 (Harmonic Analysis)，並設一單位作用力於鑼臍頂端上以求得銅鑼之聲音頻率響應函數，最後再探討銅鑼聲音與振動特性間之關連性。

貳、有限元素分析

圖 1 為本文所採用鑼臍型式之銅鑼實體圖，其模型示意圖如圖 2 所示，表 1 為銅鑼之材料性質與基本尺寸剖面示意圖。

本文運用 ANSYS 軟體對鑼臍型銅鑼進行有限元素分析，由於銅鑼為圖形曲面，假設其材料為等向且為均質性，並符合虎克定律之假設，如圖 3 所示，本文採用線性薄殼元素 Shell63 來架構銅鑼之有限元素模型，在元素分割方面，以極座標方式來表示，將徑向方向分成 75 等份，圓周方向分成 40 等份；在材料性質方面，其密度則由銅鑼實體之體積與重量求得，且預設其楊氏係數及浦松比，並假設位移邊界為 free-free 方式進行有限元素分析。

在模態分析中不用設定負荷條件，而簡諧分析中，則必須設一個單位力作用於鑼臍頂面中心位置，因此，首先先進行模態分析 (Modal Analysis)，以求得銅鑼之模態參數與振型，並將實驗分析所求得之模態參數作為基準，以修正有限元素之模型，之後再應用 ANSYS 分

析軟體對銅鑼進行有限元素模態分析，使理論分析與實驗分析得到的自然頻率之誤差率為最小，進而確定有限元素模型與實體物之等效性。

最後再進行簡諧分析(Harmonic Analysis)，其頻率範圍取 1200Hz 以下，頻率解析度為 3Hz，以求得銅鑼之頻率響應函數，並與實驗敲擊測得之聲音頻譜進行比對，以找出聲音與振動特性之關聯性。



圖 1 鑼臍形銅鑼實體圖



圖 2 鑼臍形銅鑼模型示意圖

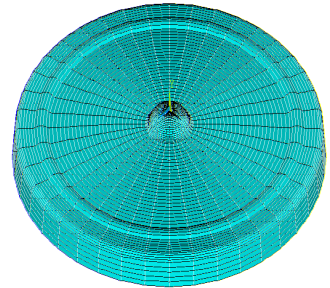


圖 3 鑼臍形銅鑼有限元素模型

表 1 材料性質與尺寸對照表

楊氏係數(N/m ²)	密度(kg/m ³)	浦松比	厚度(m)
177725X10 ⁶	10820	0.34	0.003
鑼臍形銅鑼尺寸示意圖(單位:mm)			

參、聲音量測分析

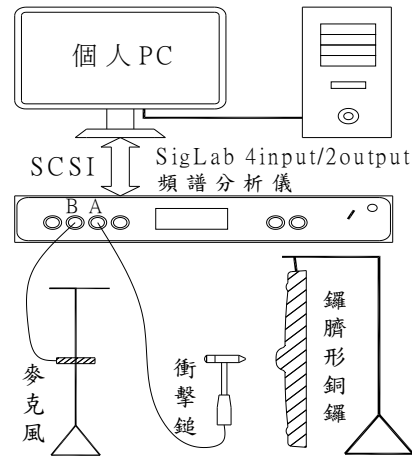
在作銅鑼之實驗聲音量測之前，首先必須確認量測環境之背景聲音的大小，若銅鑼量測到的聲音頻譜峰值大於背景噪音 10dB 以上者，就表示所量得的聲音值是有效的，便可作進一步的聲音頻譜分析。

本實驗使用 SigLab Model20-42 頻譜分析儀作聲音量測及頻譜分析，圖 4 (a) 為實驗架構及實驗設備，圖 4 (b) 為實驗量測設備架設示意圖，首先將銅鑼以尼龍繩懸吊固定於支撐架上，並將麥克風安置於距鑼臍頂面 300mm 之水平位置處，另一端信號線則連接於 SigLab Model20-42 頻譜分析儀之 Channel B 輸入模組，使用衝擊鎚作為輸入設備並連接於 Channel A 之輸入模組上，最後再透過介面將頻譜分析儀與將裝有分析處理軟體之個人電腦相互連接。

本實驗首先必須完成 SigLab Model20-42 頻譜分析儀的設定，因為頻寬的大小會影響到訊號擷取的首間，一般而言頻寬範圍越大，則擷取的時間就會越短，其作動原理側是使用衝擊鎚敲擊銅鑼之鑼臍頂端處，藉由麥克風作為感測器，將量測後取得銅鑼之響應訊號，透過放大器將訊號傳入頻譜分析儀，並設頻寬為 0~6000Hz，解析度 6000 條，此時頻譜分析儀對輸入模組之訊號作快速傅立葉轉換，最後將所求得之參數再導入電腦中作分析處理，以得到銅鑼敲擊後之聲音功率頻譜密度函數。



(a)實體聲音量測設備架設圖



(b)簡易聲音量測設備架設圖

圖 4 聲音量測示意圖

肆、結果與討論

本文目的主要針對銅鑼作有限元素分析，先進行模態分析，以了解其振動模態，然後也對實際銅鑼作其敲擊量測，可得到聲音頻譜，同時，由銅鑼的聲音頻譜，也探討其聲音與振動模態的關連性，由聲音頻譜的功率頻率可以確認，其振型相對應之頻率，可作為修正有限元素模型的基準，便可正確得到等效的有限元素模型。

4-1 銅鑼的振動模態的振型

表 2 為銅鑼採用有限元素分析，進行模態分析，所得到之自然頻率與模態振型的結果，討論如下：

- (1) 就模態分析結果中可發現，頻率在 1200Hz 以下總共有 62 個模態振型；就其物理意義而言，模態振型以 (r, θ) 來表示，在表中其環是指鑼邊緣的振動意義，而面是指銅鑼表面的振動意義；以環 $(r, \theta) = (1, 2)$ 為例，其代表意義為鑼環之徑向有一變形環，週向則有兩條變形節線；以面 $(r, \theta) = (1, 2)$ 為例，其代表意義為鑼面之徑向有一變形面，週向則有兩條變形節線；以面 $(r, \theta) = (1, 0)$ 為例，其代表意義為鑼面之徑向有一變形面，週向則無變形節線；以頂 $(r, \theta) = (1, 2)$ 為例，其代表意義為鑼臍中心之徑向有一變形面，週向則有兩個變形節線。
- (2) 1~6 的模態振型為剛體模態，因為是自由邊界的情況下，所以 1-6 為剛體模態，因自然頻率為零所以未顯示。
- (3) 因為銅鑼是圓的對稱結構，所以會有軸對稱的模態，如模態 10,11、12,13、14,15 及 17,18 等，其自然頻率皆相同且模態振型之意義也相同。
- (4) 在 mode 9、16、31、54 之四個模態振型中可發現，模態結構均為 $(r, \theta) = (r, 0)$ 之型式，其代表的意義為此鑼臍形式銅鑼之主要發聲之結構模態振型，關於此現象將於下節作進一步分析探討，因此可藉由有限元素分析之簡諧分析或實驗量測分析來證實其模態振型所代表的意義為何。

4-2 頻率響應函數

圖 5 為假設作用力施加於鑼臍中心點，而位移響應輸出也在中心位置之頻率響應函數 (FRF)，結果討論如下：

- (1) 由表 2 中，可知在頻率 1200Hz 以下共有 62 個模態振型，但在圖 5 中，僅顯示在 143.75Hz、300.28Hz、612.5Hz、1048Hz 之四個頻率處有峰值，這是因為外力是作用在中心點，而恰為諸多模態的節點上，無法激振出這些模態，所以它只有在 $(r, \theta) = (r, 0)$ 之情況下，其 $r=0$ 的時候，此中心點才不是節點，所以才僅有 (r, θ) 模態之響應呈現。
- (2) 在圖 5 中有 4 個峰值頻率所對應之模態振型，其物理意義為面(1.0)、面(2.0)、面(3.0)、面(4.0)為位移振動響應頻譜，也是所主導結構振動響應的模態振型。

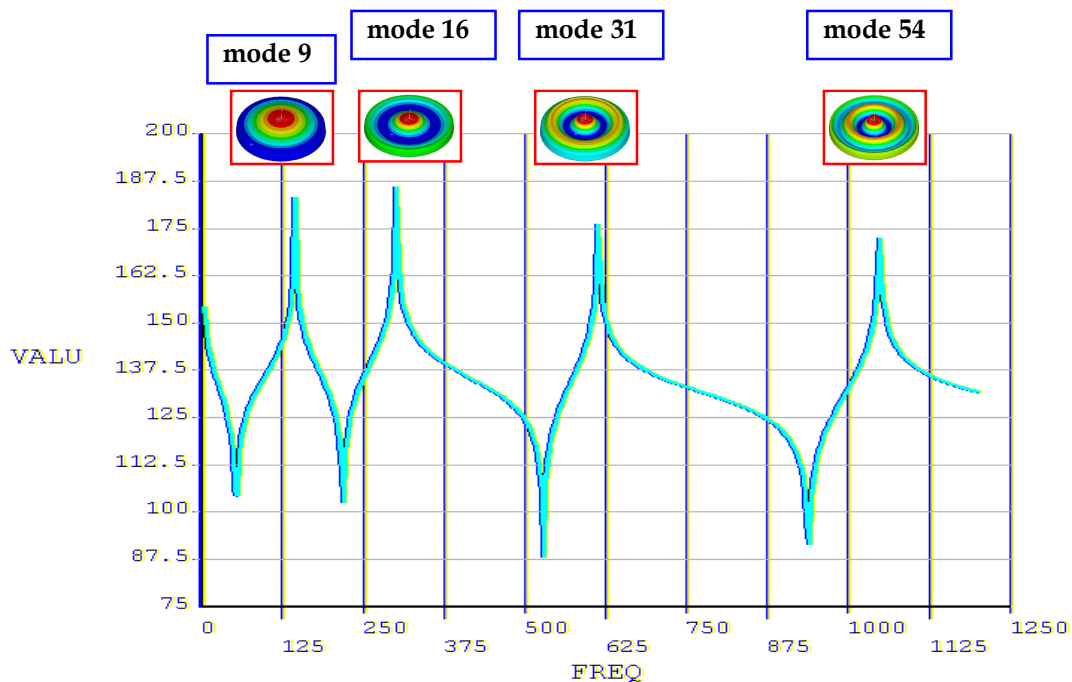


圖 5 鑼臍形式銅鑼 FEA-頻率響應函數(FRF)

4-3 聲音功率頻譜密度函數

圖 6 為實際之鑼臍形式銅鑼敲擊時，所量測得到之聲音功率頻譜密度函數圖，在頻率為 1200Hz 以下之主頻率為 f_1, f_2, f_3, f_4 與 FEA 所對應之主頻率相近，其物理意義乃指頻率在 1200Hz 以下有四個聲音峰值，並與 FEA 比對後，可確認此四個聲音為結構振動之模態振型 $(r, \theta) = (r, 0)$ ；因此也可確認銅鑼之有限元素模型正確性，對未來可運用此有限元素模型作為結構變更的基準，更可進一步的預測其聲音的變化。

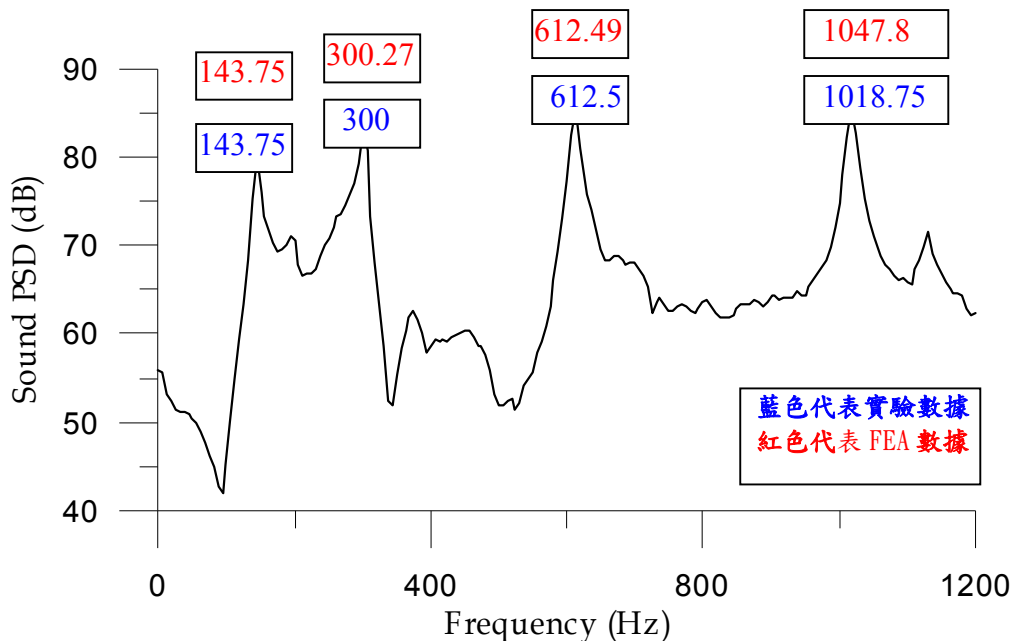


圖 6 聲音功率頻譜密度函數圖

伍、結論

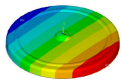
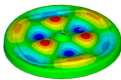
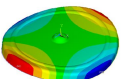
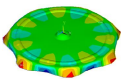
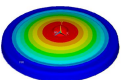
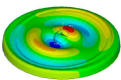
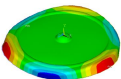
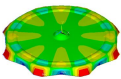
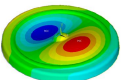
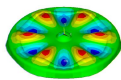
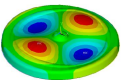
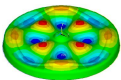
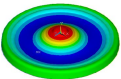
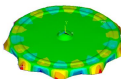
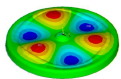
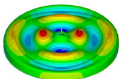
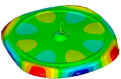
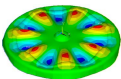
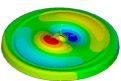
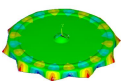
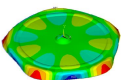
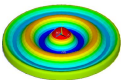
本文主要建立鑼臍形式之銅鑼的有限元素模型，並透過有限元素分析來探討其結構模態之物理意義，同時也藉由實驗量測分析，求得聲音頻譜之特性，再比對印證有限元素模型的正確性，從中了解到聲音與振動之間的關聯性。由以上之分析可得以下幾點結論：

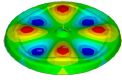
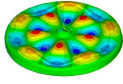
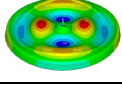
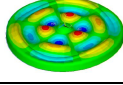
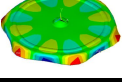
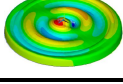
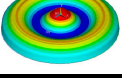
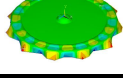
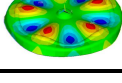
1. 透過有限元素分析，由模態分析，可求得銅鑼之自然頻率亦即模態振型，以了解其結構模態之物理意義，在簡諧分析中，主要獲得理論之結構振動頻率響應函數。
2. 由實際的實驗量測，可得到銅鑼的聲音功率頻譜密度函數圖，可斷定此銅鑼頻率在 1200Hz 以下有四個聲音主頻率 $f_1 \sim f_4$ ，並與有限元素分析結果相互比對，可了解到銅鑼敲擊聲音之主頻率的物理意義為 $(r, \theta) = (r, 0)$ 之模態。
3. 有限元素模型，可透過實驗量測所得之聲音峰值頻率校正銅鑼分析所得之自然頻率，並更新有限元素模型，以得到等效之模型；在有限元素模型分析結果顯示，在高頻區域誤差較大，其造成原因可能是因為傳統的銅鑼都是用手工打造，故其表面因製鑼過程中，受不同施力點敲打而產生不均勻之鑼面，導致與有限元素模型在高頻域中有所差異，因此，往後可運用標準化的製鑼模式，來提昇製鑼的穩定性，以降低模型分析的誤差率。
4. 由於實驗量測分析，成功的驗證有限元素模型的等效性，且同時了解到聲音的特性與振動分析所得之模態參數均有密切的關連性，因此，未來可利用此有限元素模型，作為結構外觀設計之變更，並且有效地、迅速地掌握聲音與結構間之變化，以降低傳統手工製鑼的成本與方便性。

陸、參考文獻

1. 王栢村，林怡馨，「鐵琴片振動特性與聲音關聯性之探討」，中華民國振動與噪音工程學會第二十屆學術研討會論文集，論文編號：C5(2007)。
2. Rossing, T. D. , "Acoustics of the Glass Harmonica," The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 95, pp. 1106-1111(1994).
3. Bretos, J., Santamaria, C., and Moral, J. A., "Finite Element Analysis and Experimental Measurements of Natural Eigenmodes and Random Responses of Wooden Bars Used in Musical Instruments," *Applied acoustics*, Vol. 56, pp. 141-156(1999).
4. Rhaouti, L., and Chaigne, A., and Joly, P., "Time-Domain Modeling and Numerical Simulation of a Kettledrum," *Applied Acoustics*, Vol.105, pp. 3545-3562(1998).
5. 王栢村，李雨軒，張志偉，「銅鑼振動與聲音特性之探討」，中華民國振動與噪音工程學會第十屆學術研討會論文集，第 245-252 頁(2002)。

表 2 鑼臍形式銅鑼自然頻率對照表

模態數 (mode)	模態 振型	自然頻率 (Hz)	物理意義 (r, θ)	模態數 (mode)	模態 振型	自然頻率 (Hz)	物理意義 (r, θ)
1~6		---	剛體模態	34、35		680.53	面(2, 3)
7、8		60.32	環(1, 2)	36、37		691.37	環(1, 7)
9		143.75	面(1, 0)	38、39		721.33	頂(2, 2)
10、11		184.1	環(1, 3)	40、41		805.28	環(1, 8)
12、13		186.71	面(1, 1)	42、43		822.74	面(1, 6)
14、15		244.08	面(1, 2)	44、45		850.34	面(2, 4)
16		300.28	面(2, 0)	46、47		922.47	環(1, 9)
17、18		323	面(1, 3)	48、49		986.93	面(2, 4)
19、20		325.93	環(1, 4)	50、51		1043.1	面(1, 7)
21、22		397.52	頂(2, 1)	52、53		1046.1	環(1, 10)
23、24		456.11	環(1, 5)	54		1047.8	面(4, 0)

25、26		456.52	面(1, 4)	55、56		1059.4	面(2, 5)
27、28		564.09	面(2, 2)	57、58		1122.2	面(3, 3)
29、30		576.54	環(1, 6)	59、60		1154	頂(3, 2)
31		612.57	面(3, 0)	61、62		1178.3	環(1, 11)
32、33		626.87	面(1, 5)	---	---	---	---