

## 多邊形平板結構之裂縫位置預測

王栢村<sup>1</sup>、林建成<sup>2</sup>

<sup>1</sup>屏東科技大學機械工程系教授

<sup>2</sup>屏東科技大學機械工程系研究生

### 摘要

本文主要探討應用無裂縫破壞與具裂縫破壞之結構模態振型，以預測多邊形平板結構之裂縫破壞包括平行四邊形、六邊形、五邊形、L形等四種。首先，以有限元素分析無裂縫與具裂縫之多邊形板包括平行四邊形、六邊形、五邊形、L形等四種模型，得到其有、無裂縫的模態振型，再將模態振型資訊由應變能法，結合微積分積法建立之裂縫預測程式進行二維多邊形平板結構的裂縫位置預測。多邊形平板破壞預測程式利用微積分積法求得任意平板模態振型的一次微分與二次微分後，經由應變能法運算，可得到多邊形平板裂縫位置與裂縫長度的預測指標資訊。經由四種不同形狀平板結構的驗證，結果顯示利用此破壞預測方法能有效預測多邊形平板結構之裂縫位置。

**關鍵詞：**裂縫破壞預測、微積分法、應變能法。

### 1. 前言

從振動的角度來看一般的結構體由於破壞的發生，結構體原有的物理特徵會產生變化，如自然頻率、模態振型與阻尼比等。因此，可利用改變之物理特徵，進行非破壞檢測，判斷出其結構體的破壞與否，甚至偵測其破壞位置與程度。

結構振動特性破壞檢測方法探討，由理論分析來看 Chondros *et al.*[1]發展具有連續破壞樑的振動理論，此理論可以應用簡支樑上在一面或者在兩面的表面上具有表面破壞的狀況，可以實際預測接近破壞之位置。Topole and Stubbs[2]以發展理論的破壞原理為主軸，從結構矩陣分析一個代數方程式表示出數個關係式，並依照幾個模態資料由最小平方根法演算法，求得結構破壞位置。

在以應力能及應變能為指標的檢測方法中 Shi *et al.*[3]以模型結構的應變能的改變作為破壞預測的指標，以未破壞前與破壞後的能量改變做預測的基準，此指標與系統的彈簧係數、質量矩陣與模態振型及自然頻率有關。Cornwell *et al.*[4]應用對振型的二次微分之平方與二次矩與楊氏係數對一維樑與二維板求得結構的應變能，再比較未破壞與有破壞板的應變能之差異，研判破壞的發生，即可以準確的判斷出結構的破壞位置。Hu *et al.*[5]應用複合材料疊層板破壞前後應變能比值定義破壞指標來找出複合材料疊層板的破壞位置。王與曹[6]，文中提及破壞預測的方法分為位移振型差法、位移振型差斜率法及應變能法。其中能得到最佳預測結果的方法為位移振型差斜率法搭配應變能

法。張[7]文中提及，以有限元素軟體 ANSYS 分析得到未破壞平板模型與建立破壞平板模型的模態振型，並經由 Lagrange-Interpolation 法配合微積分法與應變能法的預測方法，達到預測破壞目標。

Li and Yam [8]則是基於破壞系統的彎曲模式形式被改變，則以累加振型的二次微分在 x 向與 y 向的積分做破壞的指標，並使用平板做預測，對照分割的元素位置可以判斷出破壞之位置。Teo *et al.*[9]應用微積分法(Differential Quadrature Method, DQM)來分析三維彎曲板，應用 DQM 方法可以僅輸入點位置與點座標之值，即可以求得該點的一次微分、二次微分與一次偏微分、二次偏微分等。

本文利用結構模態振型，探討多邊形平板結構之破壞指標，先以有限元素軟體 ANSYS 得到無裂縫破壞多邊形板之振型，再建立具有微小裂縫破壞的多邊形板之模型，將得到的振型經由微積分積法計算得到各多邊形平板振型的一次微分與二次微分後，將結果代入應變能法，以應變能法計算結構的破壞位置與破壞程度化，建立以多邊形平板結構的破壞預測方法。

### 2. 裂縫預測方法介紹

本文建立一裂縫預測之方法如圖 1 所示，利用有限元素軟體 ANSYS 求解出無裂縫多邊形板之模態振型值與模擬具有裂縫破壞多邊形板模態振型值，圖 2 為本文所探討之四種多邊形板結構，並將多邊形板之位置座標，轉換成矩形位置座標，再代入 DQM 方法求得模態振型的偏微分結果，最後再由應變能法運算平板各區域之應變能差異比以預測得到破壞的位置與長度。本文採用預測流程，如圖 1 所示。步驟如下：

步驟 1：分別由 ANSYS 軟體進行模態分析，求得有、無裂縫之模態振型值  $\phi_{ijk}^*$ 、 $\phi_{ijk}$ ，其中  $ij$  為徑向及周向位置之指標， $k$  為模態數，\*代表有裂縫。

步驟 2：如圖 3 所示，將多邊形板之位置座標，轉換成矩形位置座標，以多邊形板  $\overline{AB}$  當成矩形板  $x$  軸、 $\overline{AD}$  當成  $y$  軸，將多邊形板展開，使有相同之元素分割節點，亦即  $N_x \times N_y$  之矩陣分割點。

步驟 3：引用 DQM 對步驟 1 求得之模態振型值  $\phi_{ijk}$  進行偏微分運算，令第  $k$  模態之模態振型值如下： $f(x_i, y_j) = \phi_{ijk}$ 。由 DQM 在已知位置座標

$(x_i, y_j)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_x$ , and  $j = 1, 2, \dots, N_y$  可分別求得  $f(x_i, y_j)$  之偏微分值如下：

$$f_x^{(n)}(x_i, y_j) = \sum_{r=1}^{N_x} C_{ir}^{(n)} f(x_r, y_j); n = 1, 2, \dots, N_x - 1 \quad (1)$$

$$f_y^{(m)}(x_i, y_j) = \sum_{s=1}^{N_y} \bar{C}_{js}^{(m)} f(x_i, y_s); m = 1, 2, \dots, N_y - 1 \quad (2)$$

$$f_{xy}^{(n+m)}(x_i, y_j) = \sum_{r=1}^{N_x} C_{ir}^{(n)} \sum_{s=1}^{N_y} \bar{C}_{js}^{(m)} f(x_r, y_s) \quad (3)$$

其中， $f_x^{(n)}(x_i, y_j)$  為函數對  $x$  進行  $n$  次偏微分， $f_y^{(m)}(x_i, y_j)$  為函數對  $y$  進行  $m$  次之偏微分， $f_{xy}^{(n+m)}(x_i, y_j)$  為函數對  $xy$  進行  $(n+m)$  次偏微分。式中  $C_{ir}^{(n)}$ ， $\bar{C}_{js}^{(m)}$  之定義可參考王與曹[6]，為了能得到較好、較正確的微分運算結果，對於選擇其取樣點的方式是重要的。由 Shu and Xue.[10]中提出建議的取樣點方法。可重新定義板  $x$  方向的與板  $y$  方向的分割點為：

$$x_i = \frac{L_x}{2} \left( 1 - \cos \frac{(i-1)\pi}{N_x - 1} \right) \quad (4)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_x$$

$$y_j = \frac{L_y}{2} \left( 1 - \cos \frac{(j-1)\pi}{N_y - 1} \right) \quad (5)$$

$$j = 1, 2, \dots, N_y$$

步驟 4：採用應變能法 (SEM)，求得第  $k$  個模態在  $(x_i, y_j)$  位置之無因次化應變能值如下：

$$f_{ijk} = \frac{\int_{y_j}^{y_{j+1}} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \left[ \left( \frac{\partial^2 \phi_{ijk}}{\partial x^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \phi_{ijk}}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left( \frac{\partial^2 \phi_{ijk}}{\partial x^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \phi_{ijk}}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left( \frac{\partial^2 \phi_{ijk}}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy}{\int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \left[ \left( \frac{\partial^2 \phi_{ijk}}{\partial x^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \phi_{ijk}}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left( \frac{\partial^2 \phi_{ijk}}{\partial x^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \phi_{ijk}}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left( \frac{\partial^2 \phi_{ijk}}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy} \quad (6)$$

上式中，分子為在  $(x_i, y_j)$  之局部應變能值，分母為整體結構之應變能值。

步驟 5：定義各  $(x_i, y_j)$  位置之破壞指標  $\beta_{ij}$  如下：

$$\beta_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^m f_{ijk}^*}{\sum_{k=1}^m f_{ijk}} \quad (7)$$

其中，分子代表具裂縫板各模態在  $(x_i, y_j)$  無因次化應變能之累加，分母則為無裂縫板之對應值。在有裂縫存在時，將顯現較大之應變能比值差異，故引用做為破壞指標。

步驟 6：定義正規化破壞指標  $Z_{ij}$  如下：

$$Z_{ij} = \frac{\beta_{ij} - \bar{\beta}_{ij}}{\sigma_{ij,\beta}} \quad (8)$$

其中， $\bar{\beta}_{ij}$  所有破壞指標  $\beta_{ij}$  之平均值， $\sigma_{ij,\beta}$  為其對應之標準差。經此正規化處理之破壞指標可更顯著表現出裂縫之應變能差異性。

步驟 7：圖示表達正規化破壞指標  $Z_{ij}$  之三維圖，具有較大值處，即為預測裂縫所在。

以上步驟，以 MALAB 軟體發展撰寫，與矩形板之基於 SEM 預測程式相同，僅需套入對應之多邊形板有無裂縫模態振型值即可預測。

### 3. 裂縫多邊形板之有限元素分析

利用有限元素軟體 ANSYS 對多邊形板結構進行模態分析，分為無裂縫之自由邊界多邊形板及具裂縫之自由邊界多邊形板各多邊形板尺寸如圖 2 所示。

#### 3.1 無裂縫多邊形板

無裂縫各多邊形板之有限模型建立條件如下：

- (1) **元素形式**：各多邊形板皆為一薄殼結構，故以 ANSYS 軟體中之線性四邊形元素 Shell63 架構。
- (2) **元素分割**：平行四邊形與五邊形板於水平方向取 40 等分，垂直方向取 30 等分，共 1200 個元素；六邊形板於水平方向取 40 等分，垂直方向取 40 等分，共 1600 個元素；L 形板於水平方向取 50 等分，垂直方向取 20 等分，共 1000 個元素
- (3) **位移限制**：考慮各多邊形板為自由邊界狀態，故在有限元素模型設定上並不需要設定位移的限制。
- (4) **負荷條件**：因為進行模態分析不需要設定負荷的條件，故在有限元素之模型上並不設定任何的外力負荷。

#### 3.2 具裂縫多邊形板

具裂縫多邊形板的有限元素模型建立條件如無裂縫多邊形板的條件相同。本文建立 4 種不同的裂縫位置形式以探討預測裂縫位置、大小是否出現在預測位置處，如表 1-4 所示，說明如下：

##### Case A: 裂縫長度固定，裂縫位置不同

- (1) 平行四邊形板以固定裂縫深長度約為 10cm，預測裂縫位置分為下側中央靠右斜向裂縫(Case A1)，左側橫向裂縫(Case A2)。
- (2) 五邊形板以固定裂縫深長度約為 9cm，預測裂縫位置分為下側靠右直向裂縫(Case A1)，左側橫向裂縫(Case A2)。

- (3) 六邊形板以固定裂縫深長度約為 6cm，預測裂縫位置分為下側靠右直向裂縫(Case A1)，左側橫向裂縫(Case A2)。
- (4) L 形板以固定裂縫深長度約為 6cm，預測裂縫位置分為上側直向裂縫(Case A1)，下側直向裂縫(Case A2)。

#### Case B: 裂縫位置固定，裂縫長度不同

- (1) 平行四邊形板以固定裂縫位置在右側橫向裂縫，考慮裂縫長度分別為 9cm(Case B1)、13.5cm(Case B2)。
- (2) 五邊形板以固定裂縫位置在右側橫向裂縫，考慮裂縫長度分別為 9cm(Case B1)、13.5cm(Case B2)。
- (3) 六邊形板以固定裂縫位置在右側橫向裂縫，考慮裂縫長度分別為 6cm(Case B1)、12cm(Case B2)。
- (4) L 形板以固定裂縫位置在左側橫向裂縫，考慮裂縫長度分別為 6cm(Case B1)、12cm(Case B2)。

#### Case C: 內部徑向及圓周向裂縫

- (1) 平行四邊形板假設裂縫位置分別在右側直向內部裂縫，裂縫長度為 9cm(Case C1)、左側橫向內部裂縫，裂縫長度為 9cm(Case C2)。
- (2) 五邊形板假設裂縫位置分別在右側直向內部裂縫，裂縫長度為 9cm(Case C1)、左側橫向內部裂縫，裂縫長度為 9cm(Case C2)。
- (3) 六邊形板假設裂縫位置分別在下側橫向內部裂縫，裂縫長度為 6cm(Case C1)、上側直向內部裂縫，裂縫長度為 6cm(Case C2)。
- (4) L 形板假設裂縫位置分別在下側橫向內部裂縫，裂縫長度為 10cm(Case C1)、上側橫向內部裂縫，裂縫長度為 10cm(Case C2)。

#### Case D: 兩個裂縫同時發生之預測

- (1) 平行四邊形板預測項目為左側橫向裂縫與右側直向內部裂縫之組合(Case D1)、下側中央靠右斜向裂縫與右側橫向裂縫之組合(Case D2)之裂縫形式。
- (2) 五邊形板預測項目為下側靠右直向裂縫與左側橫向內部裂縫之組合(Case D1)、上側直向裂縫與右側橫向裂縫之組合(Case D2)之裂縫形式。
- (3) 六邊形板預測項目為下側直向裂縫與右側橫向邊緣裂縫之組合(Case D1)、下側直向邊緣裂縫與上側橫向內部裂縫之組合(Case D2)之裂縫形式。
- (4) L 形板預測項目為下側直向裂縫與側橫向內部裂縫之組合(Case D1)、下側橫向裂縫與左側橫向裂縫之組合(Case D2)之裂縫形式。

## 4. 結果與討論

本節將探討有、無縫多邊形板之振動模態特性，接著就前述 Case A~Case D 之不同裂縫形式，引用第 2 節所發展之裂縫位置預測方法，探討具裂縫多邊形板之裂縫位置預測的可行性。

### 4.1 平行四邊形板裂縫預測結果

表 1 為前述 Case A~Case D 不同裂縫形式之裂縫位置預測結果，討論如下：

- (1) 表 1(a) 為 Case A 對不同裂縫位置之預測，對於裂縫位置確實可明顯判斷。
- (2) 表 1(b) 為 Case B 對不同裂縫長度之預測結果，對於裂縫之位置及長度，破壞指標都有對應裂縫之顯示。
- (3) 表 1(c) 為內部裂縫形式之預測結果，對於裂縫位置確實可明顯判斷。
- (4) 表 1(d) 為兩個裂縫同時存在時之預測，大致上均能預測裂縫對應位置，兩個破壞指標的顯示有一高一低的情形，對於 Case D 則內部裂縫之指標比邊緣指標值較低。

### 4.2 五邊形板裂縫預測結果

表 2 為取前 6 個模態(7、8、9、10、11、12 模態)進行 Case A~Case D 不同裂縫形式之裂縫位置預測結果，討論如下：

- (1) 表 2(a) 為 Case A 對不同裂縫位置之預測，對於裂縫位置確實可明顯判斷。
- (2) 表 2(b) 為 Case B 對不同裂縫長度之預測結果，對於裂縫之位置及長度，破壞指標都有對應裂縫之顯示。
- (3) 表 2(c) 為內部裂縫形式之預測結果，對於裂縫位置確實可明顯判斷。
- (4) 表 2(d) 為兩個裂縫同時存在時之預測，大致上均能預測裂縫對應位置，對於 Case D1 則內部裂縫指標無顯示，無法判讀裂縫所在位置。

為了解何種類型模態對五邊形板兩裂縫同時存在之 Case D1 能更有效的預測裂縫的位置，表 5 將探討五邊形板個別模態之裂縫預測其說明如下：

- (1) 由表 5 可知，模態 9 能正確預測兩個裂縫的位置，觀察發現裂縫位置恰好模態振型位移值最大處時附近或是橫切過節線位置，且無裂縫模態振型對應具裂縫模態振型。
- (2) 由表 5 可知，模態 15、16 能顯示裂縫的位置，但有許多雜訊的產生，此時無裂縫板模態振型與有裂縫板模態振型，沒有完整對應而造成雜訊的產生。

### 4.3 六邊形板裂縫預測結果

表 3 為取前 6 個模態(7、8、9、10、11、12 模態)進行 Case A~Case D 不同裂縫形式之裂縫位置預測結果，討論如下：

- (1) 表 3(a) 為 Case A 對不同裂縫位置之預測，對於裂縫位置確實可明顯判斷。
- (2) 表 3(b) 為 Case B 對不同裂縫長度之預測結果，對於裂縫之位置及長度，破壞指標都有對應裂縫之顯示。
- (3) 表 3(c) 為內部裂縫形式之預測結果，對於裂縫位置確實可明顯判斷。
- (4) 表 3(d) 兩個裂縫同時存在時之預測，只能預測其中一個裂縫對應位置，對於 Case D1 則下側直向邊緣裂縫指標無顯示，而 Case D2 則是上側直向內部裂縫指標無顯示。

為了解何種類型模態對 Case D1 及 Case D2 能更有效的預測裂縫的位置，將探討六邊形板個別模態之裂縫預測其說明如下：

#### Case D1

- (1) 由表 6 可知，模態 13 能有效預測 Case D1 兩個裂縫的位置，此時裂縫位置恰好模態振型位移值最大處時附近或是橫切過節線位置。
- (2) 由表 6 可知，模態 14、16 能預測 Case D2 兩個裂縫的位置，但有許多雜訊的產生，此時無裂縫板模態振型與有裂縫板模態振型，沒有完整對應而造成雜訊的產生。

#### Case D2

- (1) 由表 7 可知，模態 7、15 能有效預測 Case D2 兩個裂縫的位置，此時裂縫位置恰好模態振型位移值最大處時附近或是橫切過節線位置。
- (2) 由表 7 可知，模態 14 能預測 Case D2 兩個裂縫的位置，但有許多雜訊的產生，此時無裂縫板模態振型與有裂縫板模態振型，沒有完整對應而造成雜訊的產生。

#### 4.4 L 邊形板裂縫預測結果

表 4 為 6 個模態(7、8、9、10、11、12 模態)進行 Case A~Case D 不同裂縫形式之裂縫位置預測結果，討論如下：

- (1) 表 4(a) 為 Case A 對不同裂縫位置之預測，對於裂縫位置確實可明顯判斷，不過在 Case A1 有雜訊的產生。
- (2) 表 4(b) 為 Case B 對不同裂縫長度之預測結果，對於裂縫之位置及長度，破壞指標都有對應裂縫之顯示
- (3) 表 4(c) 為 Case C 內部裂縫形式之預測結果，對於裂縫位置確實可明顯判斷，不過 Case C1 有雜訊的產生。
- (4) 表 4(d) 兩個裂縫同時存在時之預測，大致上均能預測裂縫對應位置，對於 Case D2 則內部裂縫指標無顯示，無法判讀裂縫位置。

為了解何種類型模態對 Case D2 能更有效的預測裂縫的位置，將探討 L 邊形板個別模態之裂縫預測其說明如下：

- (1) 由表 8 可知，模態 14 能有效預測 Case D2 兩個裂縫的位置，此時裂縫位置恰好模態振型位移值最大處時附近或是橫切過節線位置。
- (2) 由表 8 可知，模態 16 能預測 Case D2 兩個裂縫的位置，但有許多雜訊的產生，此時無裂縫板模態振型與有裂縫板模態振型，沒有完整對應而造成雜訊的產生。

### 5. 結論

本文利用振動模態分析得到多邊形板結構模態振型，將無裂縫多邊形板結構及裂縫多邊形板結構的模態振型值代入破壞預測程式，經由微分積分法微分後，代入應變能法進行裂縫預測，大致相當成功，綜

合結論如下：

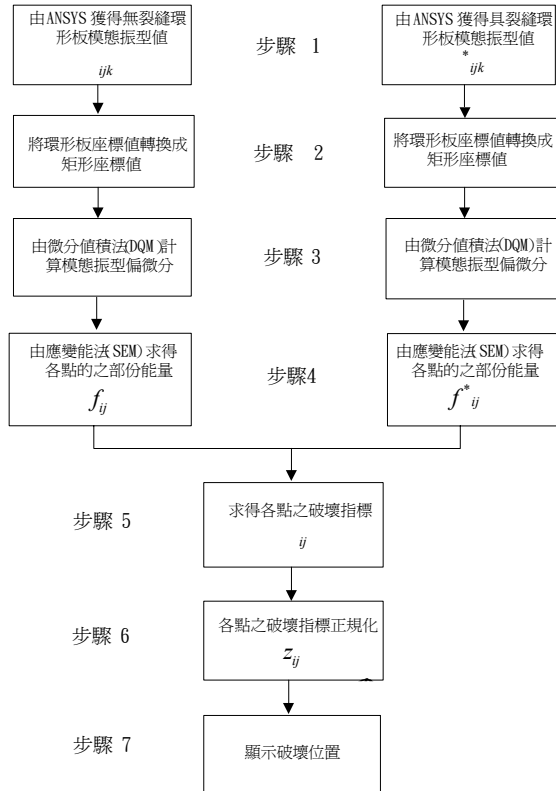
- (1) 由不同裂縫位置、不同裂縫長度、內部裂縫及兩不同裂縫同時發生，以上四種不同破壞形式檢驗，預測程式能有效預測多邊形實際之裂縫位置。
- (2) 使用前 6 個模態振型資訊進行裂縫預測，大致能預測各種形式的裂縫位置，可是對於二個裂縫同時發生的形式，可能會有一裂縫位置無法有效顯示。
- (3) 由個別模態振型針對兩裂縫同時發生形式進行裂縫預測，發現裂縫在模態振型位移值最大處時，能有效預測裂縫的位置。
- (4) 無裂縫板模態振型與有裂縫板之模態振型如無完整對應時，則預測結果會產生雜訊，甚至無法有效預測裂縫的位置。
- (5) 由平行四邊形板結構、五邊形板結構、六邊形板結構及 L 形結構的檢驗，二維平板之裂縫預測程式透過適當的座標值轉換，能有效的預測多邊形的裂縫位置。

### 6. 參考文獻

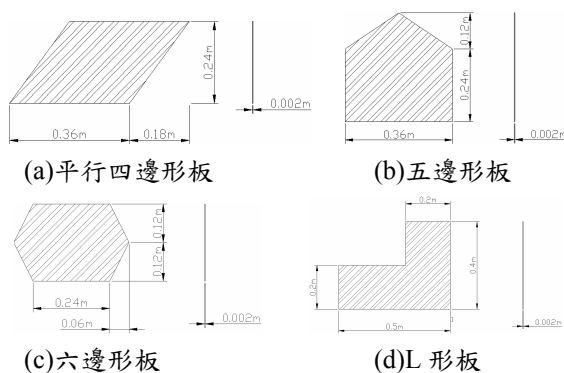
- [1] Chondros, T. G., A. D. Dimarogonas, and J. Yao, A Continuous Cracked Beam Vibration Theory. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 215, No.1, pp.17-34, 1998.
- [2] Topole, K. G., and Stubbs, N., Nondestructive Damage Evaluation in Complex Structures from a Minimum of Modal Parameters. *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 10, No. 2, pp. 95-103, 1995.
- [3] Shi, Z. Y., S. S. Law, and L. M. Zhang Structural Damage Localization from Modal Strain Energy Change. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 218, No.5, pp. 825-844, 1998.
- [4] Cornwell, P., S. W. Doebling, and C. R. Farrar, Application of the Strain Energy Damage Detection Method to Plate-Like Structures. *Journal of Sound and Vibration*, Vol.224, No. 2, pp. 359-374, 1999.
- [5] Hu, H. W., Wang, B. T., Su, J. S., Application of Modal Analysis to Damage Detection in Composite Laminates, *Proceedings of ESDA04: 7th Biennial Conference on Engineering System Design and Analysis*, Manchester, United Kingdom, Paper No.: ESDA2004-58296, 2004.
- [6] 王栢村，曹文昌，應用有限元素分析與實驗模態分析之結構模型驗證，*中華民國振動與噪音工程學會第十屆學術研討會論文集*，第 131-138 頁，2002。
- [7] 張懷智，基於模態振型之結構破壞預測發展與驗證，碩士論文，國立屏東科技大學機械工程系，屏東，台灣，2006。
- [8] Li, Y. Y., and Yam, L. H., Sensitivity Analyses of Sensor Locations for Vibration Control and Damage Detection of Thin-Plate System, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 240, No. 4, pp. 623-636, 2001.

- [9] Teo, T. M., and K. M. Liew, A Differential Quadrature Procedure for Three-dimensional Buckling Analysis of Rectangular Plates, Journal of Solid and Structures, Vol. 36, pp.1149-1168, 1999.
- [10] Shu, C., and H. Xue, Solution of Helmholtz Equation by Differential Quadrature Method : Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 175, pp. 203-212, 1999 .

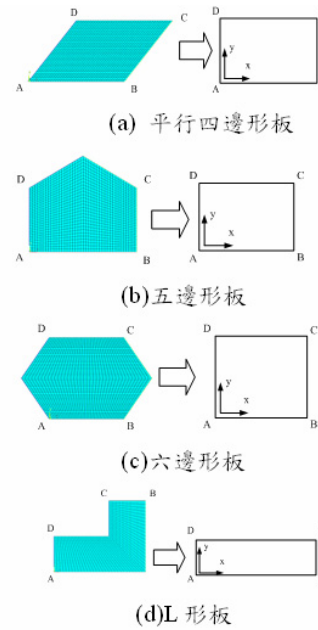
### 7. 圖表彙整



圖一 破壞預測分析之流程方塊圖



圖二 不同多邊形板結構



圖三 不同多邊形板有限元素模型與座標轉換示意圖

## Crack Position Detection for Polygon Structures

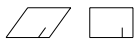

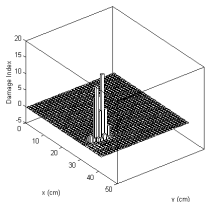
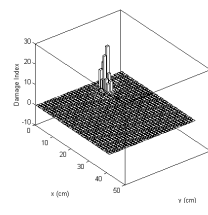


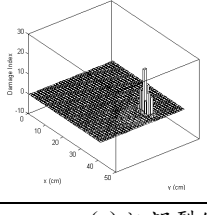
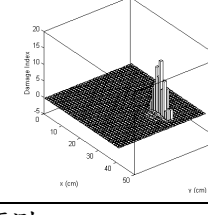


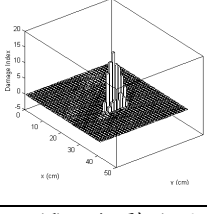
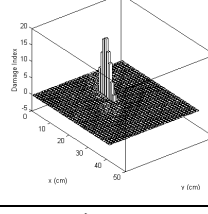


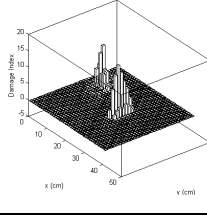
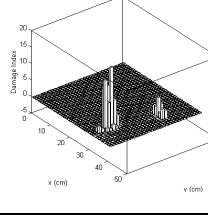
Bor-Tsuen Wang<sup>1</sup>, Chien-Cheng Lin<sup>2</sup>  
<sup>1</sup> Professor, <sup>2</sup> Graduate Student  
 Department of Mechanical Engineering  
 National Pingtung University of Science and Technology.

### Abstract

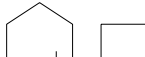
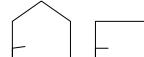
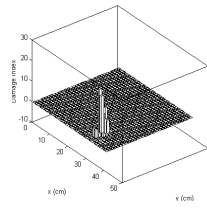
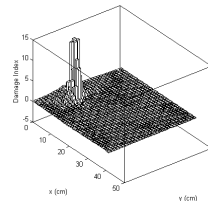

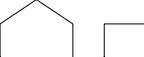
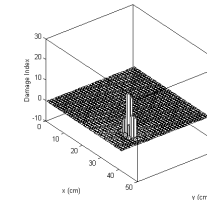
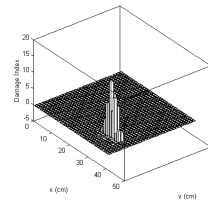
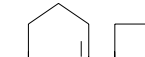
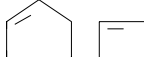
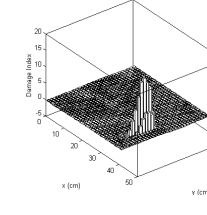
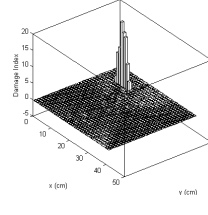

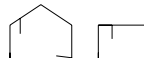
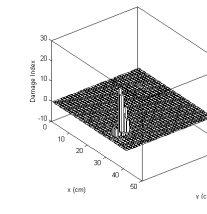
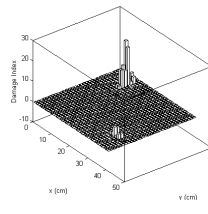
This work applies the mode shapes of damaged and undamaged structures to predict the occurrence of crack damages in arbitrary shape thin plate structures including parallelogram, pentagon, hexagon and L-shape plate. First, the finite element analysis (FEA) is adopted to solve for structural mode shapes of the polygon thin plates before and after damaged. With the mode shape information, the arbitrary shape plate is transformed to an ideal rectangular plate. This work then uses differential quadrature method (DQM) to obtain the derivatives of mode shapes so as to determine the strain energy variation in the plates. The strain energy method (SEM) is adopted to get the damage indices over the plate and identify the crack location and length, this work studies four types of polygon plates to demonstrate the feasibility of crack identification. The developed methodology can be effectively to predict the crack location for arbitrary thin plates.

**Keywords** : crack damage detection, differential quadrature method, strain energy method

表一 平行四邊形板不同裂縫的預測結果

(a)裂縫長度固定，裂縫位置不同之預測		
代號	A1	A2
裂縫示意圖		
預測結果圖		
(b)裂縫位置固定，裂縫長度不同之預測		
代號	B1	B2
裂縫示意圖		
預測結果圖		
(c)內部裂縫之預測		
代號	C1	C2
裂縫示意圖		
預測結果圖		
(d)兩個裂縫同時發生之預測		
代號	D1	D2
裂縫示意圖		
預測結果圖		

表二 五邊形板不同裂縫的預測結果

(a)裂縫長度固定，裂縫位置不同之預測		
代號	A1	A2
裂縫示意圖		
預測結果圖		
(b)裂縫位置固定，裂縫長度不同之預測		
代號	B1	B2
裂縫示意圖		
預測結果圖		
(c)內部裂縫之預測		
代號	C1	C2
裂縫示意圖		
預測結果圖		
(d)兩個裂縫同時發生之預測		
代號	D1	D2
裂縫示意圖		
預測結果圖		

表三 六邊形板不同裂縫的預測結果

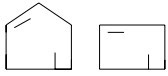
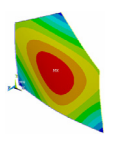
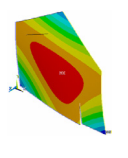
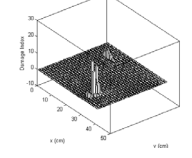
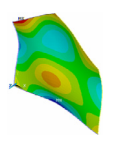
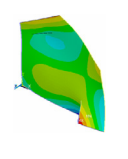
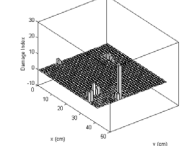
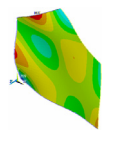
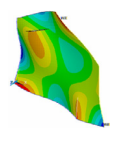
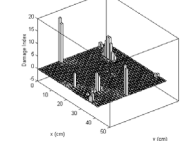
(a) 裂縫長度固定，裂縫位置不同之預測		
代號	A1	A2
裂縫示意圖		
預測結果圖		
(b) 裂縫位置固定，裂縫長度不同之預測		
代號	B1	B2
裂縫示意圖		
預測結果圖		
(c) 內部裂縫之預測		
代號	C1	C2
裂縫示意圖		
預測結果圖		
(d) 兩個裂縫同時發生之預測		
代號	D1	D2
裂縫示意圖		
預測結果圖		

表四 L形板不同裂縫的預測結果

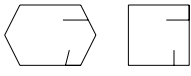
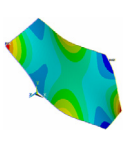
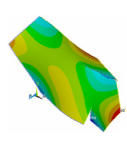
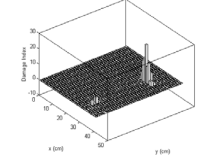
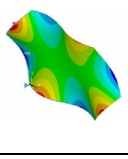
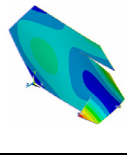
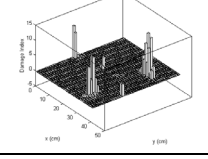
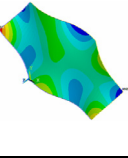
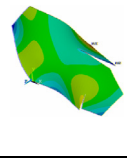
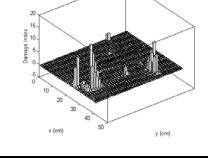
(a) 裂縫長度固定，裂縫位置不同之預測		
代號	A1	A2
裂縫示意圖		
預測結果圖		
(b) 裂縫位置固定，裂縫長度不同之預測		
代號	B1	B2
裂縫示意圖		
預測結果圖		
(c) 內部裂縫之預測		
代號	C1	C2
裂縫示意圖		
預測結果圖		
(d) 兩個裂縫同時發生之預測		
代號	D1	D2
裂縫示意圖		
預測結果圖		



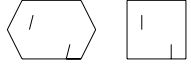
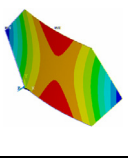
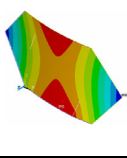
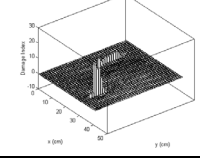
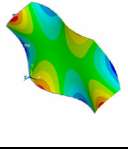
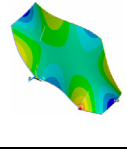
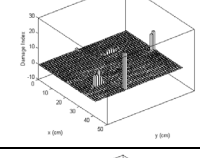
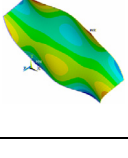
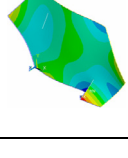
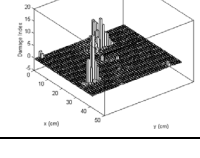
表五 五邊形板 Case D1 個別振型的預測結果

裂縫示意圖			
模態	無裂縫振型	有裂縫振型	預測結果
9			
15			
16			

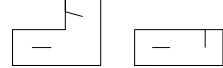
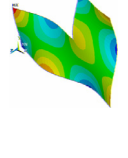
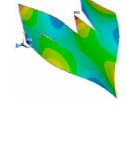
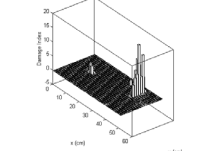
表六 六邊形板 Case D1 個別振型的預測結果

裂縫位置示意圖			
模態	無裂縫振型	有裂縫振型	Case D1 預測結果
13			
14			
16			

表七 六邊形板 Case D2 個別振型的預測結果

裂縫位置示意圖			
模態	無裂縫振型	有裂縫振型	Case D2 預測結果
7			
14			
15			

表八 L 型板 Case D2 個別振型的預測結果

裂縫示意圖			
模態	無裂縫振型	有裂縫振型	Case D2 預測結果
14			
16	