車輛行駛於不同路面狀況之底盤負載條件預測

王栢村[1]、劉旭峯[2]、邱黃正凱[3]
[1]國立屏東科技大學 機械工程系 教授
[2]國立屏東科技大學 機械工程系 研究生
[3]金屬工業研究發展中心
E-mail:wangbt@mail.npust.edu.tw

摘要

本文主要引用三個自由度車輛動態模型，探討分別行駛於連續簡諧起伏路面、半正弦波路面與不規則路面之不同行駛路面狀況底盤負載條件之振動分析，在典型振動四種分析，包括模態分析、簡諧響應分析、暫態響應分析、頻譜響應分析，而模態分析主要求得結構之模態參數包括自然頻率與模態振型；簡諧響應分析是模擬行駛於連續簡諧起伏路面，了解其頻率響應函數與簡諧激振下操作變形振型；暫態響應分析是模擬行駛於半正弦波路面，了解結構隨時間變化情形；頻譜響應分析是模擬行駛於不規則路面，了解結構之頻率域之輸出功率頻譜密度函數。本文有利於了解車輛底盤行駛於不同路面狀況下之負載條件之預測，未來也可應用於了解車輛相關零組件之負載。

關鍵詞：車輛動態模型、模態分析、簡諧響應分析、暫態響應分析、頻譜響應分析

1. 前言

隨著科技的進步與生活素質的提升，對於車輛行駛於各種不同路面之舒適性的需求也跟著提高，此車輛振動可能會造成車輛零組件之疲勞問題，因此車輛之振動問題已是非常重要的課題了。

而王與吳[1]建立單自由度振動系統有限元素分析方法，在典型振動四種分析包括模態分析、簡諧響應分析、暫態響應分析、頻譜響應分析，並建構有限元素模型，以分析軟體求解與理論分析所求得之解互相比對，可作為車輛動態系統之參考。王等人[2]建立一全聯結車動態模型，以有限元素方法建立對應之有限元素模型，並推導其運動方程式，可發現分析結果與理論分析結果是相吻合的，所建構之動態模型與其分析步驟，可提供相關之車輛動態分析之參考。王[3]利用四分之一車體與一半車體及全車體的數學模型，探討陸地行駛品質分析之方法步驟與流程針對單自由度與多自由度振動問題解析整理，有助於車輛行駛品質分析之參考依據。

胡等人[4]提出利用有限元素之方法，透過實驗模態分析來驗證有限元素分析模型，來確認分析之合理性及正確性，藉由此法可以瞭解車體結構振動特性分析，進而改善車體結構強度。林等人[5]提出車輛之轉向安全性，主要改變懸吊系統之相關參數，對於車輛轉向安全性的影響，也探討車輛行進時，會因為車輛之重心、懸吊系統及不同路面狀況之改變而發生變化，故針對懸吊系統參數加以探討。

胡等人[6]應用 CAE 技術，分析探討整車翻覆時與地面碰撞後所產生之結構變形、應力應變以及應變能的分佈情形，並探討車身有無地枕結構、以及整車含乘客質量的影響，發現加入地枕有利於分攤結構碰撞的內能，並降低整車結構的總內能。劉等人[7]利用有限元素方法找出車體破壞的位置，將破壞的位置加入補強樑，來增加車體結構強度，以最佳的設計方法補強車體剛度。

本文引用所建構三個自由度車輛動態模型，模擬實際車輛底盤之負載，進行響應預測分析，分別考慮三個自由度車輛動態模型在連續簡諧起伏路面、半正弦波路面與不規則路面，所求得之底盤於不同行駛路面狀況與負載條件，可做為底盤零件設計分析之外力輸入條件。

2. 車輛動態模型

圖 1 為所建構三個自由度車體動態模型，m_1 為輪軸重量，m_2 為底盤重量，m_3 為駕駛員重量，k_t、c_t 為輪胎彈簧常數與阻尼係數，k_s、c_s 為懸吊彈簧常數與阻尼係數，k_d、c_d 為駕駛座彈簧常數與阻尼係數，x_i 為系統輸出，y 為系統輸入，其多自由度振動系統運動方程式如下：

$$[M]\{\ddot{x}\}+[C]\{\dot{x}\}+[K]\{x\}=[C']\{\dot{y}\}+[K']\{y\} \quad (1)$$

其中，各矩陣定義詳如附錄，本文假設阻尼矩陣$[C]$為比例黏滯阻尼、質量矩陣$[M]$及勁度矩陣$[K]$之線性組合，表示成：

$$[C]=\alpha[M]+\beta[K] \quad (2)$$

其中，α 與 β 為任意常數

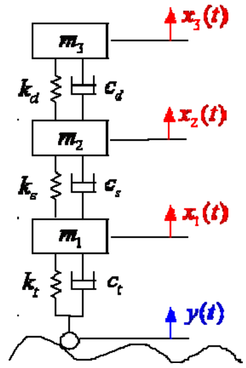


圖 1 三個自由度(1/4)車體動態模型

本文所進行三個自由度(1/4)車體動態模型之響應預測，考慮三種路面狀況及其對應分析說明如下：

簡諧響應分析：考慮路面連續簡諧起伏路面狀況，求得系統輸入與輸出間之頻率響應函數，與

三個自由度車體動態模型之位移與底盤負載。

2. 暫態響應分析：進行時間域響應分析，考慮行駛於路面凸塊狀況，以求得三個自由度車體動態模型之位移與底盤負載。
3. 頻譜響應分析：進行頻率域響應分析，考慮行駛於不規則路面狀況，以求得三個自由度車體動態模型之位移與底盤負載。

3. 理論分析

若彈簧具比例阻尼效應，質塊受所經過之路面位移響應而車輛結構間會產生外力負荷，而以一多自由度車體動態模型模擬之，相關之推導如下：

3.1 模態分析

對式(1)之多自由度系統進行正交模態分析，假設阻尼矩陣與輸出向量為零，即$[C]=[0]$，$\{y\}=\{0\}$：

令：

$$\{x\}=\{X\}e^{i\omega t} \tag{3}$$

將上式代入式(1)得一般化特徵值問題：

$$[K]\{X\}=\omega^2[M]\{X\} \tag{4}$$

由上式可解出 n 組自然頻率 ω_r^2 與模態振型向量$\{X_r\}$

經由模態分析得到模態參數，包括自然頻率 ω_r、對質量矩陣正交化模態振型 $\{\phi_r\}$、阻尼比ξ_r 。

模態振型正交與直交性關係推導可得模態振型正交性之矩陣如下：

$$[\Phi]^T[K][\Phi]=[\diagdown\ \omega_r^2\ \diagdown] \tag{5}$$

$$[\Phi]^T[C][\Phi]=[\diagdown\ 2\xi_r\omega_r\ \diagdown] \tag{6}$$

$$[\Phi]^T[M][\Phi]=[\diagdown\ I\ \diagdown] \tag{7}$$

由上式(5)、(6)、(7)代入式(2)可得第 r 個模態阻尼比如下：

$$\xi_r=\frac{\alpha}{2\omega_r}+\frac{\beta\omega_r}{2} \tag{8}$$

其中，$[\Phi]$為模態矩陣如下：

$$[\Phi]=[\{\phi_1\},\{\phi_2\},\cdots,\{\phi_n\}] \tag{9}$$

3.2 簡諧響應分析

此小節為考慮行駛於連續簡諧起伏路面，由於系統為簡諧激振響應，假設已知車速 V 與波長 L，故可由空間域 $y(x)$ 如圖 2(a)，進而推導出時間域 $y(t)$ 如圖 2(b)，其對應方程式如下：

空間域為

$$y(x)=Y\sin\frac{2\pi}{L}x \tag{10}$$

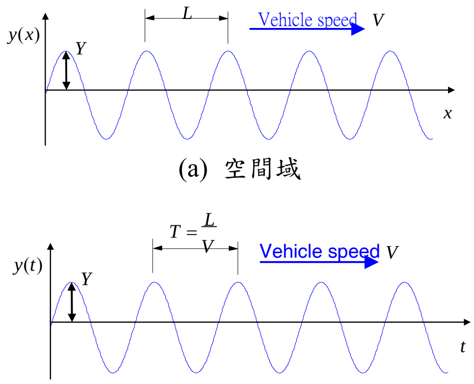
時間域為

$$y(t)=Y\sin\omega t=Y\sin 2\pi ft=Y\sin 2\pi\frac{V}{L}t \tag{11}$$

其中，

$$\omega=2\pi f=2\pi\frac{V}{L} \tag{12}$$

其中，V=車速(m/sec)、L=波長(m)、Y 為位移振幅(m)、ω 為簡諧激振頻率



(a) 空間域

(b) 時間域

圖 2 簡諧激振空間域與時間域示意圖

若假設系統輸入為簡諧位移表示如下：

$$\{y(t)\}=\{Y\}e^{i\omega t}=\begin{Bmatrix}Y_1\\Y_2\\\vdots\\Y_m\end{Bmatrix}_{m\times 1}e^{i\omega t} \tag{13}$$

輸出為簡諧位移響應表示如下：

$$\{x(t)\}=\{X\}e^{i\omega t}=\begin{Bmatrix}X_1\\X_2\\\vdots\\X_n\end{Bmatrix}_{n\times 1}e^{i\omega t} \tag{14}$$

ω 為簡諧激振頻率、$\{Y\}$為輸入位移振幅向量、$\{X\}$為輸出簡諧振位移響應，將上式代入式(1)得：

$$([K]_{n\times n}-\omega^2[M]_{n\times n}+i\omega[C]_{n\times n})\{x\}e^{iwt}$$
$$=([K']_{n\times m}+i\omega[C']_{n\times m})\{y\}e^{iwt} \tag{15}$$

令

$$[A]_{n\times n}=([K]_{n\times n}-\omega^2[M]_{n\times n}+i\omega[C]_{n\times n}) \tag{16}$$

$$[B]_{n\times m}=([K']_{n\times m}+i\omega[C']_{n\times m}) \tag{17}$$

則系統之頻率響應函數矩陣可以寫成如下：

$$[H]_{n\times m}=[A]^{-1}_{n\times n}[B]_{n\times m} \tag{18}$$

所以可得

$$\{X\}_{n\times 1}=[H]_{n\times m}\{Y\}_{m\times 1} \tag{19}$$

因三個自由度車體模型其輸入自由度 m=1 輸出自由度為 n=3，式(20)可得$[H(\omega)]$為頻率響應函數矩陣，而由一個輸入三個輸出，可表示如下：

$$\begin{Bmatrix}X_1(\omega)\\X_2(\omega)\\X_3(\omega)\end{Bmatrix}_{3\times 1}=\begin{bmatrix}H_{x_1y}(\omega)\\H_{x_2y}(\omega)\\H_{x_3y}(\omega)\end{bmatrix}_{3\times 1}\{Y(\omega)\}_{1\times 1} \tag{20}$$

由圖 1 可推得出懸吊力如下：

$$f_s(t)=k_s s(t)+c_s\dot{s}(t)$$
$$=k_s[x_2(t)-x_1(t)]+c_s[\dot{x}_2(t)-\dot{x}_1(t)] \tag{21}$$

對上式取傅立葉轉換得：

$$F_s(\omega)=(k_s+i\omega c_s)[X_2(\omega)-X_1(\omega)]$$
$$=k_s[X_{2x}(\omega)-X_1(\omega)]+i\omega c_s[X_2(\omega)-X_1(\omega)] \tag{22}$$

推導位移輸入與懸吊力之頻率響應函數得：

$$H_{f_s,y}(\omega)=\frac{F_s(\omega)}{Y(\omega)}=(k_s+i\omega c_s)\left[X_2(\omega)-X_1(\omega)\right]\Big/Y(\omega) \quad (23)$$
$$=(k_s+i\omega c_s)\left[H_{x_2y}(\omega)-H_{x_1y}(\omega)\right]$$

為考慮連續簡諧起伏路面，由上式就可求得底盤之懸吊力與路面位移輸出之頻率響應函數關係式。

3.3 暫態響應分析

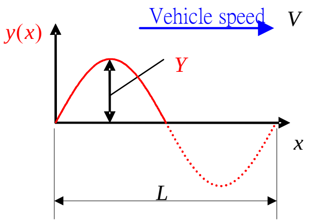
此小節為考慮行駛於路面凸塊，由於暫態響應分析系統為時間域響應，假設已知車速與波長故可由空間域 $y(x)$ 如圖 3(a)，進而推導出時間域 $y(t)$ 如圖 3(b)，其對應方程式如下：

空間域為

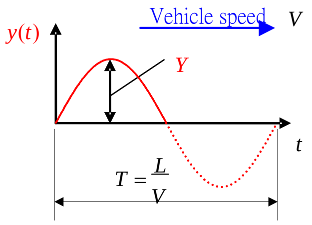
$$y(x)=\begin{cases} Y\sin\dfrac{2\pi}{L}x, 0<x<\dfrac{L}{2} \\ 0, x\geq\dfrac{L}{2}\end{cases} \quad (24)$$

時間域為

$$y(t)=\begin{cases} Y\sin 2\pi\left(\dfrac{V}{L}\right)t, 0<t<\dfrac{L}{2V} \\ 0, t\geq\dfrac{L}{2V}\end{cases} \quad (25)$$



(a)空間域



(b) 時間域

圖 3 暫態響應空間域與時間域示意圖

進行暫態響應分析需對式(1)給予適當初始條件，初始位移 $x(0)=x_0$ 、初始速度 $\dot{x}(0)=v_0$

暫態響應分析主要求解得系統之時間域響應，而由模態分析得知模態振型向量具有正交性，故從擴充原理

$$\{x(t)\}=[\Phi]\{q(t)\}=\sum_{r=1}^{n}\{\phi_r\}q_r(t) \quad (26)$$

將上式代入式（1）運動方程式得：

$$[M][\Phi]\{\ddot{q}\}+[C][\Phi]\{\dot{q}\}+[K][\Phi]\{q\}=[C']\{\dot{y}\}+[K']\{y\} \quad (27)$$

經由模態正交化矩陣關係簡化成：

$$[\grave{}\,I_{\searrow}]\{\ddot{q}\}+[\grave{}\,2\xi_r\omega_{r\searrow}]\{\dot{q}\}+[\grave{}\,\omega_r^2{}_{\searrow}]\{q\}=\{\dot{z}(t)\}+\{z(t)\} \quad (28)$$

其中，

$$\{\dot{z}(t)\}=[\Phi]^T[C']\{\dot{y}\} \quad (29)$$
$$\{z(t)\}=[\Phi]^T[K']\{y\} \quad (30)$$

可得第 r 個模態方程式如下：

$$\ddot{q}_r+2\xi_r\omega_r\dot{q}+\omega_r^2q=\dot{z}_r(t)+z_r(t) \quad (31)$$

其中，

$$\dot{z}_r(t)=\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\phi_{r,k}C'_{kj}\dot{y}_j(t) \quad (32)$$

$$z_r(t)=\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\phi_{r,k}K'_{kj}y_j(t) \quad (33)$$

$\dot{z}_r(t)$ 、 $z_r(t)$ 分別為模態速度輸入、模態位移輸入。欲求得 $q_r(t)$ 需假設初始位移、初始速度代入擴充原理可得：

$$\{q(0)\}=[\Phi]^T[M]\{x_0\}=\{q_0\} \quad (34)$$

$$\{\dot{q}(0)\}=[\Phi]^T[M]\{v_0\}=\{\dot{q}_0\} \quad (35)$$

將上式代入式(26)如下：

$$q_r(t)=q_{r,IRF}(t)+q_{r,IC1}(t)+q_{r,IC2}(t) \quad (36)$$

令

$$q_{r,IRF}(t)=\int_0^t z_r(\tau)h_r(t-\tau)d\tau \quad (37)$$

$$q_{r,IC1}(t)=q_{r0}\left[e^{-\xi_r\omega_r t}\left(\cos\omega_{dr}t+\frac{\xi_r\omega_r}{\omega_{dr}}\sin\omega_{dr}t\right)\right]$$
$$+\dot{q}_{r0}\left(\frac{1}{\omega_{dr}}e^{-\xi_r\omega_r t}\sin\omega_{dr}t\right) \quad (38)$$

$$q_{r,IC2}(t)=-z_{r0}\left(\frac{1}{\omega_{dr}}e^{-\xi_r\omega_r t}\sin\omega_{dr}t\right) \quad (39)$$

其中

$$h_r(t)=e^{-\xi_r\omega_r t}\left[\cos\omega_{dr}t+\frac{1-\xi_r\omega_r}{\omega_{dr}}\sin\omega_{dr}t\right] \quad (40)$$

$$\omega_{dr}=\omega_r\sqrt{1-\xi_r^2} \quad (41)$$

將模態座標 $q_r(t)$ 之解代入式(26)，可求得系統響應 $\{x(t)\}$ 代入式(21) 即可求得底盤懸吊力。

3.4 頻譜響應分析

本節為考慮行駛於不規則路面，圖 4 為頻譜響應分析所對應的分析路面模型與其轉換過程，首先從快速傅立葉轉換得路面位移功率頻譜密度函數 $G_{yy}(f)$，由簡諧分析所求得之頻率響應函數 $H(f)$，推導求得系統輸出之功率頻譜密度函數 $G_{xx}(f)$ 。

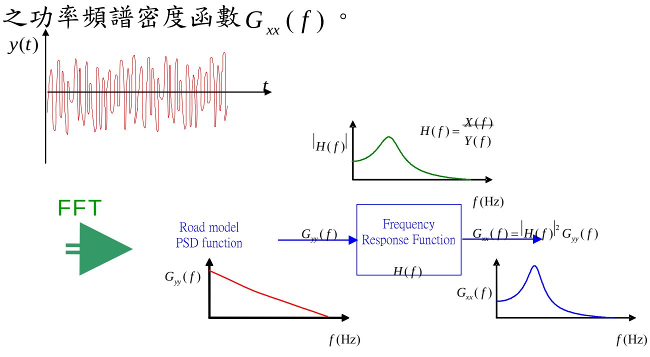


圖 4 頻譜響應分析流程圖

考慮不規則路面模型，ISO[8]以波數定義路面位移之功率頻譜密度函數如下：

$$S_g(\Omega)=S_g(\Omega_0)\left(\frac{\Omega}{\Omega_0}\right)^{-N_1},\Omega\le\Omega_0=\frac{1}{2\pi}\ (\frac{\text{cycle}}{\text{m}})\ ，N_1=2.0 \quad (42)$$

$$S_g(\Omega)=S_g(\Omega_0)\left(\frac{\Omega}{\Omega_0}\right)^{-N_2},\Omega>\Omega_0=\frac{1}{2\pi}\ (\frac{\text{cycle}}{\text{m}})\ ，N_2=1.5 \quad (43)$$

其中 $\Omega_0=1/2\pi$ 為基準波數，$S_g(\Omega)$ 為路面粗糙度，而不同等級路面規範與粗糙度值如圖 5 與表 1 所示：

表 1 不同等級路面粗糙度值[8]

Degree of Roughness $S_g(\Omega_0)$，10^{-6} m^2/cycles/m		
Road Class	Range	Geometric Mean
A(Very Good)	＜8	4
B(Good)	8-32	16
C(Average)	32-128	64
D(Poor)	128-512	256
E(Very Poor)	512-2048	1024
F	2048-8192	4096
G	8192-32768	16384
H	＞32768	

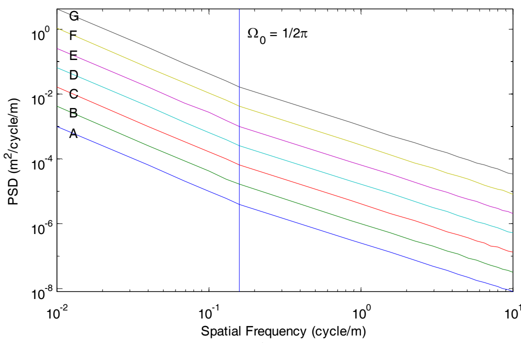


圖 5 不同等級路面規範

假設車子以速度 100(km/hr)行駛於 ISO A 級路面其功率頻譜密度函數如下：

$$G_{yy}(f))=\frac{4\times10^{-6}\left(2\pi\frac{f}{V}\right)^{-2}}{V}\left(\frac{\text{m}^2}{\text{Hz}}\right)\ ,\ \frac{f}{V}\le\frac{1}{2\pi} \quad (44)$$

$$G_{yy}(f))=\frac{4\times10^{-6}\left(2\pi\frac{f}{V}\right)^{-1.5}}{V}\left(\frac{\text{m}^2}{\text{Hz}}\right)\ ,\ \frac{f}{V}>\frac{1}{2\pi} \quad (45)$$

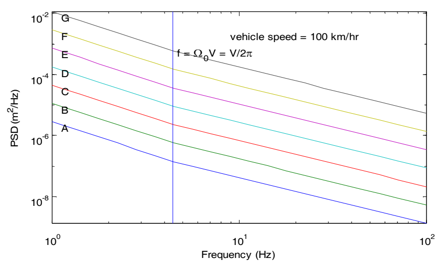


圖 6 速度 100(km/hr)不同等級路面功率頻譜密度函數

圖 6 為車速 100(km/hr)行駛於不同等級 ISO 路面之功率密度函數參數，則可求得有興趣之系統輸出參數的頻率域響應。

從簡諧分析 3.2 小節方程式(20)得頻率響應函數 $H(\omega)$ 代入式(47)，由一隨機輸入 PSD 為路面位移 $[G_{yy}(\omega)]$ 系統輸出之 PSD 如下：

$$[G_{xx}(\omega)]_{n\times n}=[H(\omega)]^*_{n\times m}[G_{yy}(\omega)]_{m\times m}[H(\omega)]^T_{m\times n} \quad (46)$$

由上式推導出：

$$\begin{bmatrix}G_{11}(\omega) & G_{12}(\omega) & G_{13}(\omega)\\ G_{21}(\omega) & G_{22}(\omega) & G_{23}(\omega)\\ G_{31}(\omega) & G_{32}(\omega) & G_{33}(\omega)\end{bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix}H_{x_1y}(\omega)\\ H_{x_2y}(\omega)\\ H_{x_3y}(\omega)\end{bmatrix}^*_{3\times1}[G_{yy}(\omega)]_{1\times1}[H_{x_1y}(\omega)H_{x_2y}(\omega)H_{x_3y}(\omega)]_{1\times3} \quad (47)$$

由圖 1 可推出其懸吊行程為：

$$s(t)=x_2(t)-x_1(t) \quad (48)$$

從上式可推出懸吊行程之功率頻譜密度函數：

$$G_{ss}(\omega)=G_{x_2x_2}(\omega)-G_{x_2x_1}(\omega)-G_{x_1x_2}(\omega)+G_{x_1x_1}(\omega) \quad (49)$$

可求得底盤懸吊負載之功率頻譜密度函數：

$$G_{f_sf_s}(\omega)=\left[k_s^{\ 2}+\omega^2C_s^{\ 2}\right]G_{ss}(\omega) \quad (50)$$

將懸吊負載之功率頻譜密度函數進行積分，即可求得平方平均根值：

$$f_{s,rms}=\left[\int_{f_l}^{f_u}G_{f_sf_s}(f)df\right]^{\frac{1}{2}} \quad (51)$$

當平均值=0，平方平均根值等於標準差 $f_{s,rms}=\sigma_{f_s}$，其懸吊力最大值與最小值為正負 3 倍標準差，即 $f_{s,\max}$，$f_{s,\min}=\pm3\sigma_{f_s}$。

4. 結果與討論

本節主要探討三個自由度(1/4)車體動態模型之響應預測結果，分別假設 m_1=31 kg、m_2=229 kg、m_3=60 kg、k_t=120 kN/m、k_s=20 kN/m、k_d=40 kN/m、 α=0、β=0.01，綜何討論如下：

4.1 模態分析

模態分析主要在求得其模態參數，經計算可求得其對應模態振型之頻率 f_1=1.2125Hz、f_2=4.8601Hz、f_3=10.7113Hz，自然頻率 ω_1=7.6184rad/sec、ω_2=29.2803 rad/sec、ω_3=67.301rad/sec，阻尼比 ξ_1=0.0381、ξ_2=0.1464、ξ_3=0.3365，模態振型向量如下：

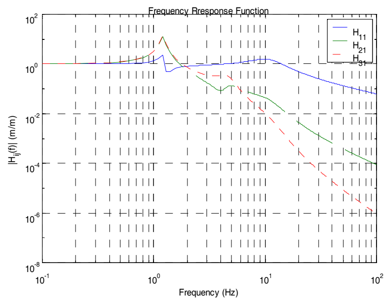
$$[\Phi]=[\{\phi_1\}\{\phi_2\}\{\phi_3\}]=\begin{bmatrix}\begin{Bmatrix}0.0083\\0.0576\\0.0631\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}-0.0057\\-0.0322\\0.1126\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}0.1793\\-0.0037\\0.0006\end{Bmatrix}\end{bmatrix} \quad (52)$$

可由模態振型向量去推測出其模態振型之結構振動特性。

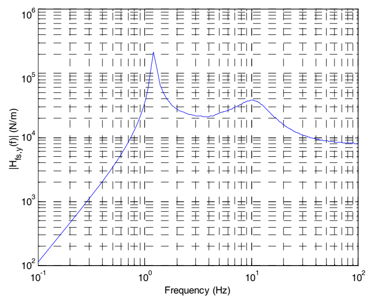
4.2 行駛於連續簡諧起伏路面底盤負載預測

表 2 為連續簡諧起伏路面之數學方程式換算表，可知當已知車速與波長，在波長固定時車速愈高頻率愈高的趨勢，圖 7 為模擬車輛行駛於如圖 2 之連續簡諧起伏路面之系統頻率響應函數圖，綜合討論如下：

1. 圖 7(a)為路面位移對三個自由度車體之頻率響應函數 $H_{x_i,y}(\omega)$ 如式(20)，圖中以路面位移對輪軸 H_{11}、底盤 H_{21}、駕駛座 H_{31} 之頻率響應函數表示，可發現其峰值之頻為 1.2125 Hz、4.8601Hz、10.7113 Hz 與模態分析所算出來的自然頻率是互相對應的。
2. 從圖 7(b)車輛行駛於連續簡諧起伏路面底盤懸吊之頻率響應函數，得到路面位移對底盤懸吊之頻率響應函數 $H_{f_{s,y}}$，進而由方程式(23)，得到底盤懸吊負載。
3. 由表 2 連續簡諧起伏路面之數學方程式換算表為例，當車速 40(km/hr)波長 L 為 1(m)時則所求出頻率 11.1111(Hz)，在底盤負載之頻率響應函數從圖 7(b)往上找對應之底盤負載頻率響應函數，其對應值約 38000(N/m)，而當車速 40(km/hr)波長 L 為 10(m)時則所求出頻率 1.11111(Hz)，其對應值約 65000(N/m)。
4. 由圖 7 可找到有興趣之位置頻率響應函數，可應用於後續之頻譜響應分析之結果推導，如方程式(20)所需之 $H(\omega)$，進而求得懸吊行程之功率頻譜密度函數。



(a)路面位移對三個自由度車體之頻率響應函數



(b)底盤負載之頻率響應函數

圖 7 三個自由度車體頻率響應函數圖

表 2 連續簡諧起伏路面之數學方程式換算表

V=車速 (km/hr)	V=車速 (m/sec)	L=波長 (m)	f=V/L （Hz）
40	11.1111	0.5	22.2222
80	22.2222	0.5	44.4444
100	27.7777	0.5	55.5555
40	11.1111	1	11.1111
80	22.2222	1	22.2222
100	27.7777	1	27.7777
40	11.1111	10	1.11111
80	22.2222	10	2.22222
100	27.7777	10	2.77777

4.3 行駛於半正弦波凸起路面底盤負載預測

圖 8 為模擬車輛行駛於如圖 3 之半正弦波凸起路面下，車速 V=60 km/hr、波長 L=1m、位移振幅 Y=0.01m 系統時間域響應圖，綜合討論如下：

1. 由圖 8(a)~(c)車輛行駛於半正弦波凸起路面模態座標時間域響應圖，可以發現第一模態座標之時間域響應 $q_1(t)$ 是最明顯的，也代表了第一模態對結構之重要性，將所求得模態座標 $q_r(t)$ 之解代入式(26)，即可求得系統響應 $\{x(t)\}$。
2. 從圖 8(d)~(f)車輛行駛於半正弦波凸起路面位移輸出時間域響應圖，可以發現其位移輸出時間域響應約 0~0.1 秒輪軸 $x_1(t)$ 大於駕駛座 $x_3(t)$，此現象是符合實際行經凸起路面之情形。
3. 而從圖 8(g)~(i)車輛行駛於半正弦波凸起路面速度響應時間域響應圖，可觀察出約 0.1～0.2 秒速度響應振幅都是最大的，之後都有慢慢趨於穩定之趨勢，而一開始輪軸 $\dot{x}_1(t)$ 速度響應也明顯大於駕駛座 $\dot{x}_3(t)$，將所求得之 $x_i(t)$、$\dot{x}_i(t)$ 代入式(21)即可求得底盤懸吊力。
4. 從圖 8(m)車輛行駛於半正弦波凸起路面對底盤之時間域響應 $f_s(t)$ 結果，約在 0.1 秒有最大外力負載，有助於了解車輛行經半正弦波凸起路面，底盤結構隨時間變化之情形。
5. 由圖 8 其時間響應之結果可以看出結構行經半正弦波凸起路面之響應，發現結構於衝擊後後續皆呈現出來回震盪的現象。

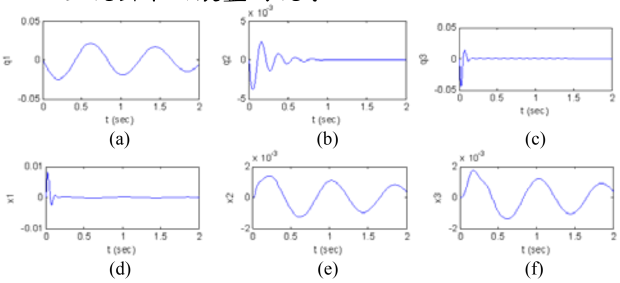
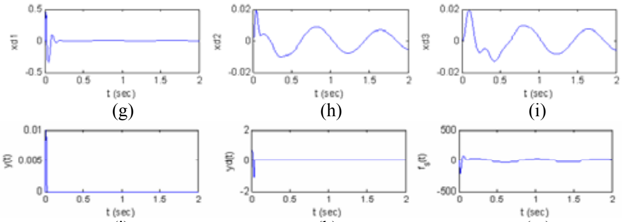


圖 8 車輛行駛於半正弦波凸起路面時間域響應



(g) (h) (i) (j) (k) (m)

圖 8 車輛行駛於半正弦波凸起路面時間域響應(續)

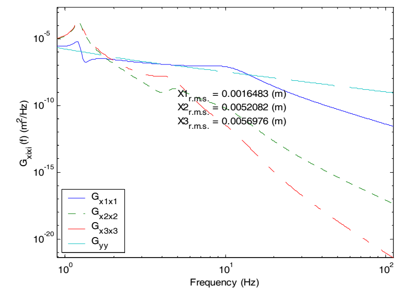
4.4 行駛於不規則路面底盤負載預測

圖 9 為車輛行駛於隨機路面下車速 60 km/hr 行駛於 ISO A 路面時系統響應之功率頻譜密度函數圖，由輸入 ISO 路面功率頻譜密度函數(PSD)，求得系統輸出之頻率域響應，經計算可獲得平方平均根值 (root mean square value, rms value)，綜合討論如下：

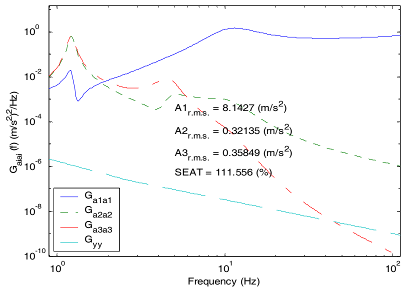
1. 從圖 9(a)~(c)可觀察出其峰值之頻率為 1.2125 Hz、4.8601Hz、10.7113 Hz 與模態分析所得之自然頻率結果有相對應性。
2. 圖 9(a)車速 60 km/h 行駛於 ISO A 路面之位移功率頻譜密度函數，$G_{x_1x_1}$、$G_{x_2x_2}$、$G_{x_3x_3}$、G_{yy} 分別為輪軸、底盤、駕駛座與路面之位移功率頻譜密度函數，在由類似式(51)求得各個自由度位移 r.m.s，輪軸平方平均根值 $x_{1,r.m.s.}$ 為 1.6 mm、底盤平方平均根值 $x_{2,r.m.s.}$ 為 5.1 mm、駕駛座平方平均根值 $x_{3,r.m.s.}$ 為 5.6 mm。
3. 圖 9(b)加速度功率頻譜密度函數，$G_{a_1a_1}$、$G_{a_2a_2}$、$G_{a_3a_3}$、G_{yy} 分別為輪軸、底盤、駕駛座與路面之加速度功率頻譜密度函數，經類似式(51)計算求得加速度 r.m.s，可瞭解車輛系統行駛於不規則路面對駕駛座 x_3 舒適度之影響，由座位傳輸比可寫成如下：

$$SEAT(\%) = \frac{\text{seat r.m.s.}}{\text{floor r.m.s.}} = \frac{\ddot{x}_{3,r.m.s.}}{\ddot{x}_{2,r.m.s.}} \times 100 \tag{53}$$

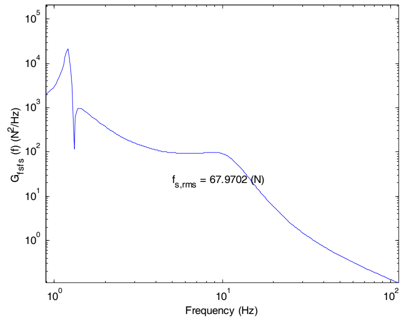
座位與底盤之 r.m.s 比值為 111.66%，代表座位振動比底盤高，應小於 100%對底盤系統隔振設計是較好的。
4. 由圖 9(c)為式(50)所得之底盤負載功率頻譜密度函數 $G_{f_sf_s}(\omega)$，從式(51)求得底盤懸吊力平方平均根值 $f_{s,r.m.s.}$，於 3-4 小節已說明了正負 3 倍標準差 $\pm 3\sigma_{f_s}$ 可得到懸吊力最大值與最小值，故可從 r.m.s 值可知對底盤所受負載。



(a)位移功率頻譜密度函數



(b) 加速度功率頻譜密度函數



(c) 底盤負載功率頻譜密度函數

圖 9 車速 60 km/hr 行駛於 ISO A 路面之功率頻譜密度函數圖

5. 結論

本文採用三個自由度四分之一車體模型，探討車輛行駛於連續簡諧起伏路面、半正弦波凸起路面、不規則路面三種不同路面分析，以求得底盤所受之負載條件，綜合討論如下：

1. 在行駛於連續簡諧起伏路面時，考慮不同車速波長路面位移振幅，可以求得對應於底盤之簡諧外力，包括力的振幅與激振頻率。
2. 針對行駛於半正弦波凸起路面，可求得作用於底盤時間域外力變化情形。
3. 對行駛於 ISO 隨機路面，可求得作用於底盤之外力於頻率域之功率頻譜密度函數及負載大小。
4. 本文所求得之不同行駛路面狀況負載條件，可作為底盤零組件設計分析之外力輸入條件。
5. 本文所建立之分析方法，建立出車輛底盤行駛於不同路面之對應負載條件，也可應用於求得輪胎、座位之負載。

6. 參考文獻

1. 王栢村，吳焜熙，2001，「單自由度系統之有限元素分析」，ANSYS 2001 台灣區用戶大會暨論文發表會，第 1-11 頁。
2. 王栢村，童元辰，吳焜熙，2001，「九個自由度全聯結車動態模型之有限元素分析」，ANSYS 2001 台灣區用戶大會暨論文發表會，第 13-21 頁。
3. 王栢村，2000，「陸地車輛動態行駛品質分析」，*永達學報*，第一卷，第一期，第 1~12 頁。
4. 胡惠文，王栢村，王棨民，2007，「大客車車體結構之振動分析與實驗」，*第十五屆車輛工程學術研討會*，台北，pp.303-315。
5. 林暉，尹治平，朱子文，2006，「半聯結車之動態模擬與安全性分析」，*第十一屆車輛工程學術研討會*，彰化，論文編號：F2-4B。
6. 胡惠文，褚訓志，楊忠霖，2006，「大客車車體結構之翻覆碰撞強度分析」， *第十一屆車輛工程學術研討會*，彰化，論文編號：A1-7B。
7. 劉晉奇，張士傑，楊宸瑋，2006，「新型低底盤電動公車車頂結構安全性之 有限元素分析」，*第十一屆車輛工程學術研討會*，彰化，論文編號：A1-4B。
8. ISO, Reporting Vehicle Road Surface Irregularities, ISO/TC/108/SC2/WG4N57,*InternationalOrganization for Standardization*, 1982.

附錄：

本文考慮之三個自由度車體動態模型，由式(1)多自由度運動方程式其所對應之物理意義已於第 2 小節詳細說明，而對應之矩陣物理意義如下：

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_t + C_s & C_s & 0 \\ -C_s & C_s + C_d & -C_d \\ 0 & -C_d & C_d \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_t + k_s & -k_s & 0 \\ -k_s & k_s + k_d & -k_d \\ 0 & -k_d & k_d \end{bmatrix}$$

$$[C'] = \begin{bmatrix} c_t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$[K'] = \begin{bmatrix} k_t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\{x(t)\} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

$$\{y(t)\} = y(t)$$

$[M]$質量矩陣、$[C]$阻尼矩陣為比例黏滯阻尼、$[K]$勁度矩陣、$\{x(t)\}$位移輸出向量及$\{y(t)\}$位移輸入向量。