

衝擊試驗機半弦波產生器設計之預測與驗證

王栢村¹ 黃宗淇² 李昆達³

¹國立屏東科技大學機械工程系教授

²國立屏東科技大學機械工程系研究生

³金頓科技股份有限公司 研發處處長

E-mail: wangbt@mail.npust.edu.tw

國科會小產學計畫編號：NSC 96-2622-E-020-003-CC3

摘要

本文主要為發展基於單自由度理論分析之半弦波產生器設計解析流程，並以有限元素分析軟體相互驗證。首先假設平台、測試物及半弦波產生器為線性單自由度系統，並忽略其阻尼效應進行力學推導，並引用規範，由已知衝擊波之加速度峰值與衝擊時間長度進而推算得知半弦波產生器之幾何外型設定參數，再由理論解析所得之半弦波產生器幾何外型與材料參數等，套入有限元素分析軟體進行衝擊模擬得其衝擊波加速度峰值與衝擊時間長度，由理論與有限元素分析所得之加速度峰值與衝擊時間長度相互比較驗證，確認所發展之半弦波產生器設計理論解析是否合理。所發展之半弦波產生器幾何預測理論可供未來進行衝擊試驗時半弦波產生器選用參考，而有限元素分析方法未來可擴充至多個半弦波產生器並考慮其位置效應，探討對衝擊波形之加速度峰值與衝擊時間影響。

關鍵字：衝擊試驗機、半弦波產生器、衝擊平台、半正弦波、LS-DYNA

1. 前言

近年來隨著生活品質的提升，市面上各種家電、電子產品等不斷的推陳出新，為現代生活帶來不少便利。然而各種產品在製造、運送與使用過程中常遭受振動、衝擊與掉落等其他外力作用，導致產品損壞，故市面上各項產品在研發製造過程中，為確保產品具有承受環境應力之能力，皆需執行環境應力試驗，以驗證產品品質性能及承受衝擊環境之能力，而衝擊試驗為模擬產品受衝擊之影響，此試驗是環境試驗中重要且不可或缺的環節。假使能利用電腦軟體模擬分析產品受振動、衝擊與掉落之響應，可使設計者於開發初期預估產品品質性能與發掘及改善問題，進而提升產品品質以提升市場競爭力。

本文主要參考美國軍方 MIL-STD-810F[1]規範，第 516.5 節之衝擊試驗方法，即在評估軍品在搬運、載送及惡劣作業環境中可能承受非經常性或非重複性之衝擊，以確保系統之整合性與安全性。而美國軍方 MIL-STD-883E (1996) [2]規範為測試電子設備

可能在搬運、運送及實地操作中所遭受重擊時之抗震能力，所需之衝擊試驗設備必須提供 500-3000g(peak) 之半正弦衝擊脈波(half sine pulse)，物品衝擊時間在 0.1-1ms 之間，此半正弦波僅允許 20% 以內之誤差，且衝擊機之測試平台必須有足夠剛性及適當邊界約束。楊[3]說明機電產品的品質可靠度的測試，主要為振動測試(vibration test)、衝擊測試(shock test)、落下測試(shock test)，其目的為模擬環境應力以考驗產品品質。Low et al.[4]使用有限元素分析軟體 PAM-CRASH 對結構進行落下衝擊分析，進一步改變結構之材料參數與厚度，觀察軟體模擬分析衝擊之結果，以得知結構最佳設計。Aslan et al.[5]說明一塊纖維強化並由薄片組成的複合小平板，利用有限元素分析軟體 3DIMPACT 進行暫態動態分析及與實際衝擊實驗相互比較，評估其在低速衝擊下的衝擊力時間域之響應。Wang et al.[6]以有限元素分析軟體模擬落下衝擊測試，主要探討電子產品在掉落衝擊下之可靠度分析。Li and Shemansky[7]由理論推導與數值分析軟體對微小機電轉換器結構及表面的掉落衝擊結果進行分析比較。許等人[8]探討掉落衝擊測試實驗與數值軟體模擬於不同衝擊速度下，加速度與衝擊波長關係，以得知是否滿足 JEDEC 規範中衝擊條件的要求。Zeng et al.[9]應用有限元素軟體 LS-DYNA 對複合管進行碰撞分析，並與實驗數據比較，且研究改變複合管之幾何參數，觀察對複合管的影響。Jayson et al.[10]應用有限元素分析軟體 LS-DYNA 對硬碟進行衝擊分析，並分為垂直衝擊與傾斜衝擊進行探討。由上述可知理論解析、有限元素分析及實驗模擬三者經常是相互比較及驗證的。本研究以理論解析結合電腦輔助工程分析技術(Computer Aided Engineering, CAE)進行驗證，以確認分析方法之合理性及正確性。

本文主要探討半正弦波半弦波產生器對平台頂面之輸出衝擊波形影響，如何設計選擇半弦波產生器之形狀尺寸，以適應不同的測試物重量及不同之測試規範之要求為其目標。故如何快速選擇半弦波產生器，包含特定形狀與大小之半弦波產生器，有必要建立其分析方法，使能快速提供半弦波產生器選用之參考，使能更快速、更精確的符合規範及客戶要求，增加競爭力。

2. 問題定義與分析目標

衝擊試驗機如圖 1 所示，衝擊試驗機作動流程為衝擊平台上放置測試物及夾具，衝擊平台自由落體方式撞擊半弦波產生器，藉由撞擊座過程中，量測平台頂面上測試物之衝擊波形，此波形即為衝擊試驗規範所規定之衝擊波形。一般衝擊試驗規範所規定之衝擊波形主要有半正弦波(half sine pulse)、單邊半正弦波(terminal peak saw-tooth pulse)及梯形方波(trapezoidal pulse)，其波形變化主要由半弦波產生器所控制，而本文針對半正弦波產生器進行設計分析，目的為瞭解半弦波產生器幾何外型與材料參數對衝擊波形之影響，如能建立半弦波產生器幾何預測分析流程，將有助於實際進行衝擊實驗快速選用半弦波產生器之參考。

本文旨在發展一套分析方法，用以分析半弦波產生器之設計，使半弦波產生器在受到衝擊平台撞擊後，平台頂面所產生之半正弦波加速度峰值與衝擊時間長度能符合衝擊規範之要求，以協助設計特定形狀與大小之半弦波產生器，規範 MIL-STD-202G[11]中之半弦波形如圖 2 所示。期望所發展半弦波產生器單自由度系統幾何外型預測理論 (SDOF 剛性平台理論) 能與有限元素分析軟體模擬相互驗證，故分析目標及理念如下：

- (1) 首先假設平台、夾具、測試物及半弦波產生器為線性單自由度系統(SDOF system)，並忽略其阻尼效應。
- (2) 由單自由度系統進行力學分析，進而發展半弦波產生器之單自由度剛性平台理論解析流程。
- (3) 圖 3 步驟(a)為 SDOF 剛性平台理論分析解析理念，首先由規範得知半弦波之加速度峰值與衝擊時間長度，並輸入平台與半弦波產生器參數代入發展之半弦波產生器單自由度幾何外形預測理論，由發展之半弦波產生器單自由度幾何外形預測理論可求得半弦波產生器等效彈簧常數，進而推算圓柱半弦波產生器幾何尺寸。
- (4) 圖 3 步驟(b)為衝擊波形之有限元素分析流程，由發展之理論解析流程所得半弦波產生器幾何外型等參數，套入有限元素分析軟體 LS-DYNA 進行衝擊模擬，亦可得其衝擊波形之加速度峰值與衝擊時間長度，由此衝擊波形驗證及確認



圖 1 實際衝擊試驗機外觀圖

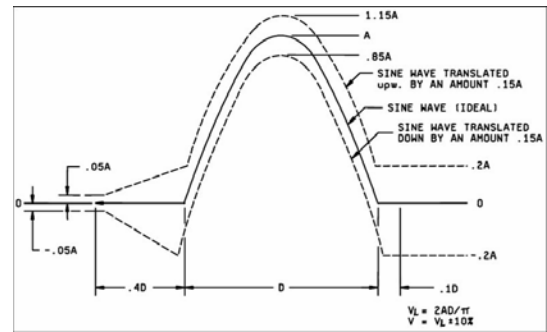


圖 2 規範 MIL-STD-202G[11]衝擊半弦波形

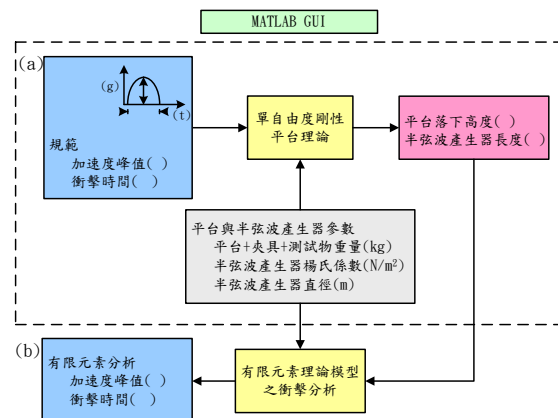


圖 3 單自由度剛性平台理論驗證流程

理論解析之合理性與正確性。

以單自由度剛性平台理論進行半弦波產生器之設計分析與驗證流程圖如圖 3 所示。圖 3 步驟(a)為 SDOF 剛性平台理論分析流程，首先由規範得知加速度峰值 A 與衝擊時間長度 T_d ，代入發展之單自由度剛性平台理論並輸入平台與半弦波產生器相關參數，經由理論解析可求得平台落下高度 H 、半弦波產生器長度 L 。步驟(b)為有限元素分析理念流程，同樣輸入平台與半弦波產生器相關參數，以及由理論所得之平台落下高度 H 與半弦波產生器長度 L ，經有限元素分析後可得衝擊平台頂面衝擊波形之 A 與 T_d 。期望規範與有限元素分析兩者之衝擊波形結果能相吻合，即可驗證 SDOF 剛性平台理論解析流程之正確性。

3. 單自由度剛性平台理論解析

單自由度剛性平台之半弦波產生器幾何形狀預測模式發展，主要期望由規範衝擊波形加速度峰值 A 與衝擊時間長度 T_d 為輸入參數，而經由發展之半弦波產生器幾何外形預測理論得到半弦波產生器之直徑或長度，其理論分析流程如下。

(1) 建立衝擊力之預測分析模型

圖 4(a)與圖 4(b)分別為衝擊平台、測試物(DUT)與夾具自由落下撞擊半弦波產生器示意圖與數學模

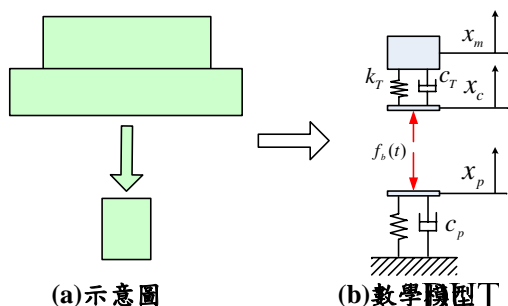


圖 4 衝擊平台、測試物(DUT)、夾具與半弦波產生器示意圖與數學模型

型。首先以一單自由度系統模擬衝擊測試物、夾具及半弦波產生器，其中質塊 m 代表衝擊平台、夾具及測試物總質量， c_T 及 k_T 分別代表衝擊平台之阻尼係數及等效彈簧常數，而半弦波產生器忽略其質量效應，僅考慮其等效彈簧常數 k_p 及 c_p ，本文並忽略其阻尼效應（即 $c_T = 0, c_p = 0$ ）進行後續理論推導。

由衝擊平台之慣性力與外力平衡可得：

$$m\ddot{x}_m = k_T(x_c - x_m) = f_b(t) \quad \text{Pad (1)}$$

其中， x_m 及 \ddot{x}_m 分別為衝擊平台位移及加速度。又由半弦波產生器外力平衡可得：

$$f_b(t) = k_p x_p \quad (2)$$

其中， x_p 為半弦波產生器變形量， k_p 為半弦波產生器等效彈簧常數根據式(1)與式(2)，可得：

$$f_b(t) = k_p x_p(t) = m\ddot{x}_m(t) \quad (3)$$

由規範之半弦波要求假設平台加速度 $\ddot{x}_m(t)$ 為：

$$\ddot{x}_m(t) = A \sin\left(\frac{\pi}{T_d} t\right) \quad (4)$$

此外，也可合理假設 $x_p(t)$ 及 $f_b(t)$ 均為：

$$x_p(t) = \delta \sin\left(\frac{\pi}{T_d} t\right) \quad (5)$$

$$f_b(t) = F_b \sin\left(\frac{\pi}{T_d} t\right) \quad (6)$$

根據式(4)~(6)，代入式(3)可得：

$$f_b(t) = F_b \sin\left(\frac{\pi}{T_d} t\right) = k_p \delta \sin\left(\frac{\pi}{T_d} t\right) = mA \sin\left(\frac{\pi}{T_d} t\right) \quad (7)$$

又由式(7)可推導得：

$$F_b = k_p \delta = mA \quad (8)$$

所以由式(8)可知半弦波產生器變形量 δ 為：

$$\delta = \frac{F_b}{k_p} \quad (9)$$

(2) 動能與位能守恆原理

假設衝擊平台之落下高度為 H ，則由動能與位能守恆原理，則平台與半弦波產生器接觸時之衝擊速

度 v_i ：

$$v_i = \sqrt{2gH} \quad (10)$$

$$H = \frac{v_i^2}{2g} \quad (11)$$

假設平台衝擊後之反彈速度為 v_R ，回復係數 (coefficient of restitution) 為 α ，可得：

$$v_R = -\alpha v_i \quad (12)$$

又假設平台撞擊半弦波產生器後為完全彈回 ($\alpha=1$)，

則平台之速度變化 ΔV 為：

$$\Delta V = 2v_i \quad (13)$$

(3) 衡量與動量守恆原理

由衡量與動量守恆原理知：

$$m\Delta V = \int_0^{T_d} F_b(t) dt \quad (14)$$

將式(7)代入式(14)，可得

$$m\Delta V = \int_0^{T_d} F_b(t) dt = \int_0^{T_d} mA \sin\left(\frac{\pi}{T_d} t\right) dt = 2mA \frac{T_d}{\pi} \quad (15)$$

根據上式，可求得平台 ΔV 為：

$$\Delta V = \frac{2AT_d}{\pi} \quad (16)$$

又式(13) $\Delta V = 2v_i$ ，則可由衝擊波之加速度與衝擊時間得知平台與半弦波產生器接觸時衝擊速度為：

$$v_i = \frac{AT_d}{\pi} \quad (17)$$

(4) 動能與應變能

假設衝擊前後之動能損失，完全轉換為由半弦波產生器受衝擊變形之應變能，令衝擊力對半弦波產生器之位移函數為 $f_b(x_p)$ ，由動能與應變能守恆原理得：

$$\Delta T = E_{f_b} \quad (18)$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 = \int_0^{\delta} f_b(x_p) dx_p \quad (19)$$

將式(2)代入式(19)應變能積分，可得：

$$\int_0^{\delta} f_b(x_p) dx_p = \int_0^{\delta} k_p x_p dx_p = \frac{1}{2}k_p x_p^2 \Big|_0^{\delta} = \frac{1}{2}k_p \delta^2 \quad (20)$$

再將式(9)半弦波產生器變形量 δ 代入上式得：

$$\frac{1}{2}k_p \delta^2 = \frac{1}{2}k_p \left(\frac{F_b}{k_p}\right)^2 = \frac{F_b^2}{2k_p} \quad (21)$$

最後由式(19)與式(21)可知：

$$\frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{F_b^2}{2k_p} \quad (22)$$

根據上式，可求得半弦波產生器等效彈簧常數 k_p 為：

$$k_p = \frac{F_b^2}{mv_i^2} \quad (23)$$

將式(8)之 F_b 與式(17)之 v_i 代入式(23)，可得：

$$k_p = \frac{F_b^2}{mv_i^2} = \frac{(mA)^2}{mv_i^2} = m\left(\frac{A}{v_i}\right)^2 = m\left(\frac{\pi}{T_d}\right)^2 \quad (24)$$

(5) 由衝擊波之加速度與衝擊時間求得半弦波產生器變形量 δ

將式(8)之 F_b 代入式(9)可得：

$$\delta = \frac{F_b}{k_p} = \frac{mA}{k_p} \quad (25)$$

再將式(24)之 k_p 代入上式可得半弦波產生器變形量 δ 為：

$$\delta = \frac{mA}{k_p} = \frac{mA}{m\left(\frac{\pi}{T_d}\right)^2} = A\left(\frac{T_d}{\pi}\right)^2 \quad (26)$$

(6) 半弦波產生器尺寸設計

半弦波產生器為一圓柱體以等效彈簧常數 k_p 表示：

$$k_p = \frac{A_p E}{L} \quad (27)$$

其中， E 為半弦波產生器楊氏係數， L 為半弦波產生器長度，而令半弦波產生器截面積 A_p 為常數如下：

$$A_p = \frac{\pi D^2}{4} \quad (28)$$

其中， D 為半弦波產生的圓柱之直徑將上式代入(27)式，可求得半弦波產生器長度 L 為：

$$L = \frac{\pi E D^2}{4k_p} \quad (29)$$

4. 有限元素衝擊模擬分析

本文採用有限元素套裝軟體 LS-DYNA 進行衝擊模擬分析，主要模擬內容為平台自由落下撞擊半弦波產生器，圖3步驟(b)為有限元素方法分析流程，而圖3為單自由度剛性平台理論驗證流程。

首先定義平台與半弦波產生器參數，包含衝擊平台、夾具及測試物總質量 m ，半弦波產生器楊氏係數 E 與半弦波產生器直徑 D ，將上述參數代入單自由度剛性平台理論，得知平台的落下高度 H 與半弦波產生器長度 L ，再將上述所有參數代入 LS-DYNA 進行模擬，即可得知平台頂面衝擊過程中所產生之衝擊波形，包含加速度峰值 \bar{A} 與衝擊時間 \bar{T}_d 變化。

圖5為實際衝擊平台與半弦波產生器對應之有限元素模型示意圖，平台之材料為鋁鎂合金，半弦波產生器為圓柱體，主要參考高密度聚乙烯(HDPE)及聚氯乙烯(PVC)材料參數。簡化平台與半弦波產生器

理念有限元素模型，建構說明如下：

- (1) 元素選用：平台與半弦波產生器皆採用三維線性立方體元素 SOLID164。在平台中心點使用三維質量元素 MASS166 模擬測試物與夾具重量。而平台之長、寬及高分別為 0.6、0.6 及 0.2(m) 與半弦波產生器之楊氏係數及密度為 1~3.4(GPa)及 9590(Kg/m³)，半弦波產生器選用 LS-DYNA 非線性雙曲線等向性材料模組，而降伏應力(yield stress)與切線模數(tangent modulus)參考 PVC 分別設定為 38MPa 及 42MPa。
- (2) 元素分割：平台使用魚網式分割(mapped mesh)將模型分割為 216 個元素，半弦波產生器也以同樣方式分割成 192 個元素。整體模型共 408 個元素，圖5為整體有限元素模型。
- (3) 位移限制條件：平台以全自由邊界(free-free)模擬，半弦波產生器底面之 y 方向所有節點設定為固定端 ($U_y=0$)。而平台底面與半弦波產生器頂面所有節點設定為接觸面，且為自動面對面接觸形式 (Automatic surface-to-surface contact.)。
- (4) 負荷條件：給予平台所有節點重力加速度 $g = 9.807 \text{ m/s}^2$ 與初始速度 v ，如直接代入 SDOF 剛性平台理論所求得之平台落下高度 H ，則 $v=0$ 。但是平台與半弦波產生器之間落下距離對求解時間有相當大的影響，故為了節省縮短軟體求解時間，將平台與半弦波產生器落下距離設定為 $h = 0.001\text{m}$ ，且將其餘落下高度利用位能與動能關係式轉換成初始速度，並依不同平台落下高度情況施與衝擊平台不同初始速度，平台落下高度 H 與初始速度 v 轉換關係如下所示：

$$mg(H-h) = \frac{1}{2}mv^2 \quad (30)$$

$$v = \sqrt{2g(H-h)} \quad (31)$$

5 結果與討論

本節探討半弦波產生器單自由度剛性平台預測理論與有限元素衝擊模擬分析結果進行比較驗證。主要輸入參數包含衝擊平台、夾具及測試物總質量 $m = 200\text{kg}$ ，半弦波產生器楊氏係數

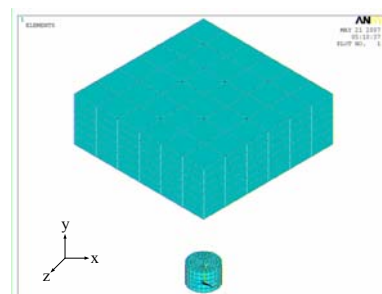


圖5 整體有限元素模型

表 1 不同半弦波加速度峰值(A)結果比較

半弦波規格		單自由度剛性平台 理論分析			有限元素分析			加速度 誤差 $\frac{\bar{A}-A}{A}$ (%)	衝擊 時間 誤差 $\frac{\bar{T}_d-T_d}{T_d}$ (%)	半弦波產生 器變形量誤 差 $\frac{\bar{\delta}-\delta}{\delta}$ (%)
加速度 A(g)	衝擊 時間 T_d (s)	平台 落下 高度 H (m)	半弦波產 生器長度 L (m)	半弦波產 生器 變形量 δ (m)	加速度 \bar{A} (g)	衝擊 時間 \bar{T}_d (s)	半弦波產生 器變形量 $\bar{\delta}$ (m)			
100	0.004	0.0795	0.0611	0.00159	104	0.0046	0.00139	4	15	-13
150	0.004	0.179	0.0611	0.00238	148	0.0045	0.00211	-1	13	-11
200	0.004	0.318	0.0611	0.00318	173	0.0045	0.00317	-14	13	-0.3

$E = 1.5 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ ，半弦波產生器直徑 $D = 0.08 \text{ m}$ ，重力加速度 $g = 9.807 \text{ m/s}^2$ ，以及發展之理論所求得平台落下高度 $H = 0.0795 \text{ m}$ 及半弦波產生器長度 $L = 0.0611 \text{ m}$ 。圖 6(a)為輸入衝擊波形，半弦波加速度峰值 $A = 100 \text{ g}$ ，半弦波衝擊時間長度 $T_d = 0.004 \text{ s}$ 。圖 6(b)為模擬之平台頂面中心點輸出衝擊波形，半弦波加速度峰值為 104 g ，半弦波衝擊時間長度為 0.0045 s 。由規範半弦波與模擬半弦波之加速度與衝擊時間比較，可發現兩者間有一致性。圖 6(c)為模擬之半弦波產生器頂面中心點變形結果，其變形量 δ 約為 0.0014 m 與單自由度剛性平台之理論分析變形量 0.00159 m 也有一致性結果。

由上述結果可發現發展之半弦波產生器單自由度幾何外型預測理論與模擬分析結果有一致性及合理性，故進一步改變各項參數，分別由單自由度剛性平台模型之預測分析方法，以及 LS-DYNA 軟體衝擊分析進行比較驗證，以得知其衝擊波形參數 A 與 T_d 與半弦波產生器變形量 δ 之誤差量，其中改變參數包含半弦波加速度峰值 A 、衝擊時間 T_d 、測試物重量 m 、半弦波產生器楊氏係數 E 與半弦波產生器直徑 D ，且以單自由度剛性平台理論分析以分別探討各參數變異之影響，綜合討論如下。

5.1 不同半弦波加速度峰值 A

令半弦波加速度峰值 A 分別為 100 g 、 150 g 、 200 g 代入半弦波產生器單自由度剛性平台預測理論，可求得半弦波產生器長度 L 、平台落下高度 H 及半弦波產生器變形量 δ 。再將所求得相關參數代入 LS-DYNA 軟體進行分析比較。表 1 為半弦波在不同加速度峰值 $A = 100 \text{ g}$ 、 150 g 及 200 g ，而有相同衝擊時間 $T_d = 0.004 \text{ s}$ 條件下之 SDOF 剛性平台理論分析與 LS-DYNA 模擬分析結果之比較，綜合討論如下。

- (1) 不同加速度峰值 A ，平台落下高度 H 隨 A 之增加而增加，使有足夠的動能得到高衝擊加速度峰值。
- (2) 由 SDOF 剛性平台理論分析可求得半弦波產生器之高度均為 $L = 0.0611 \text{ m}$ ，在 SDOF 剛性平台理論分析中，由式(24)可知半弦波產生器等效彈簧常數 k_p 與衝擊時間 T_d 之平方成反比而與加

速度峰值 A 無關。

- (3) 由 SDOF 剛性平台理論分析式(26) 半弦波產生器變形量 δ 則與 A 及 $(T_d)^2$ 成正比，故隨 A 增加而增加。
- (4) 將由 SDOF 剛性平台理論分析所求得之半弦波產生器長度 L 及平台落下高度 H 代入 LS-DYNA 模型進行分析，所求得之 \bar{A} 、 \bar{T}_d 、 $\bar{\delta}$ 如表 1 所示，其與 SDOF 剛性平台理論分析之誤差亦如表所示。其中 \bar{T}_d 預測均高了約 $13 \sim 15\%$ ，加速度誤差為 $-14 \sim 4\%$ ，半弦波產生器變形量則為 $-0.3 \sim 13\%$ ，總體而言，SDOF 剛性平台理論分析與 LS-DYNA 軟體分析有相當之比較性，故 SDOF 剛性平台理論分析方法確有其參考價值。

5.2 不同半弦波衝擊時間 T_d

令半弦波衝擊時間分別為 0.004 s 、 0.006 s 、 0.008 s 代入半弦波產生器單自由度剛性平台預測理論，可求得半弦波產生器長度 L 、平台落下高度 H 及半弦波產生器變形量 δ 。再將所求得相關參數代入 LS-DYNA 軟體進行分析比較。表 2 為半弦波在不同衝擊時間 $T_d = 0.004 \text{ s}$ 、 0.006 s 、 0.008 s ，而有相同加速度峰值 $A = 100 \text{ g}$ 條件下之 SDOF 剛性平台理論分析與 LS-DYNA 模擬分析結果之比較，綜合討論如下：

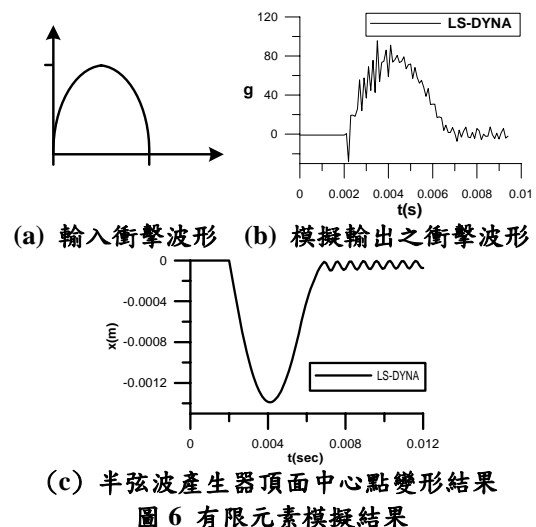


圖 6 有限元素模擬結果

表 2 不同半弦波衝擊時間(T_d) 結果比較

半弦波規格		單自由度剛性平台 理論分析			有限元素分析			加速度 誤差 $\frac{\bar{A}-A}{A}$ (%)	衝擊 時間 誤差 $\frac{\bar{T}_d-T_d}{T_d}$ (%)	半弦波產生 器變形量誤 差 $\frac{\bar{\delta}-\delta}{\delta}$ (%)
加速度 A (g)	衝擊 時間 T_d (s)	平台 落下 高度 H (m)	半弦波產 生器長度 L (m)	半弦波產 生器 變形量 δ (m)	加 速 度 \bar{A} (g)	衝 擊 時 間 \bar{T}_d (s)	半弦波產生 器變形量 $\bar{\delta}$ (m)			
100	0.004	0.0795	0.0611	0.00159	104	0.0046	0.00139	4	15	-13
100	0.006	0.179	0.138	0.00358	89	0.0066	0.00343	-11	10	-4
100	0.008	0.318	0.244	0.00636	99	0.0089	0.00633	-1	11	-0.5

表 3 不同測試物質量(m) 結果比較

平台 + 夾具 + 測試物 重量 m (kg)	半弦波規格		單自由度剛性平台 理論分析			有限元素分析			加速度 誤差 $\frac{\bar{A}-A}{A}$ (%)	衝擊 時間 誤差 $\frac{\bar{T}_d-T_d}{T_d}$ (%)	半弦波產生 器變形量誤 差 $\frac{\bar{\delta}-\delta}{\delta}$ (%)
	加 速 度 A (g)	衝 擊 時 間 T_d (s)	平台 落下 高度 H (m)	半弦波產 生器長度 L (m)	半弦波產 生器 變形量 δ (m)	加 速 度 \bar{A} (g)	衝 擊 時 間 \bar{T}_d (s)	半弦波產生 器變形量 $\bar{\delta}$ (m)			
200	100	0.004	0.0795	0.0611	0.00159	104	0.0046	0.00139	4	15	-13
225	100	0.004	0.0795	0.0531	0.00159	85	0.0045	0.00131	-15	13	-18
250	100	0.004	0.0795	0.047	0.00159	83	0.0044	0.00127	-17	10	-20

表 4 不同楊氏係數(E) 結果比較

半弦波產 生器 楊氏 係數 E (N/m ²)	半弦波規 格		單自由度剛性平台 理論分析			有限元素分析			加速度 誤差 $\frac{\bar{A}-A}{A}$ (%)	衝擊 時間 誤差 $\frac{\bar{T}_d-T_d}{T_d}$ (%)	半弦波產生 器變形量誤 差 $\frac{\bar{\delta}-\delta}{\delta}$ (%)
	加 速 度 A (g)	衝 擊 時 間 T_d (s)	平台 落下 高度 H (m)	半弦波產 生器長度 L (m)	半弦波產 生器 變形量 δ (m)	加 速 度 \bar{A} (g)	衝 擊 時 間 \bar{T}_d (s)	半弦波產生 器變形量 $\bar{\delta}$ (m)			
1×10^9	100	0.004	0.0795	0.0407	0.00159	96	0.0047	0.00138	-4	18	-13
1.5×10^9	100	0.004	0.0795	0.0611	0.00159	104	0.0046	0.00139	4	15	-13
2×10^9	100	0.004	0.0795	0.0815	0.00159	109	0.0047	0.00139	9	18	-13

- 不同衝擊時間 T_d ，平台落下高度 H 隨 T_d 之增加而增加，使有足夠的動能，而有較長的衝擊時間，由式(11)及(17)可知 H 與 $(v_i)^2$ 成正比，而 v_i 與 (AT_d) 成正比，因此可知 H 與 $(AT_d)^2$ 成正比。
- 半弦波產生器長度 L 隨衝擊時間 T_d 增加而增大。由式(24)可知半弦波產生器等效彈簧常數 k_p 與 $(T_d)^2$ 成反比，又由式(27)得知 k_p 與 L 成反比，因此得 L 與 $(T_d)^2$ 成正比關係。在相同平台特性下，要使 T_d 大，則 k_p 要相對的小，所以 L 即會變高。
- 由式(26)得知半弦波產生器變形量 δ 、 A 及 $(T_d)^2$ 成正比，故隨 T_d 增大，則 δ 也增大。
- 由 SDOF 剛性平台理論分析所求得之 H 及 L ，代入 LS-DYNA 進行分析可求得 \bar{A} 、 \bar{T}_d 及 $\bar{\delta}$ ，而其與 SDOF 剛性平台理論分析結果之誤差也如表 2 所示。可看出兩種分析結果確實有其比較性，而加速度誤差在-11~4%，衝擊時間 \bar{T}_d 誤差在 10~15%，半弦波產生器變形量在-0.5~-13%半弦波產生器，故 SDOF 剛性平台理

論分析之半弦波產生器設計有其參考性。

5.3 不同測試物重量

令平台測試物重量分別為 200kg、225kg、250kg 代入半弦波產生器單自由度剛性平台預測理論，可求得半弦波產生器長度 L 、平台落下高度 H 及半弦波產生器變形量 δ 。再將所求得相關參數代入 LS-DYNA 軟體進行分析比較。表 3 為不同平台測試物重量 $m=200\text{kg}$ 、 225kg 、 250kg ，而有相同加速度峰值 $A=100\text{g}$ 與衝擊時間 $T_d=0.004\text{s}$ 條件下之 SDOF 剛性平台理論分析與 LS-DYNA 模擬分析結果之比較，綜合討論如下：

- 不同測試物重量 m ，由 SDOF 剛性平台理論分析式(11)可知平台落下高度 H 與 m 無關，故 H 均為 0.0795m。
- 半弦波產生器長度 L 隨測試物重量 m 增加而降低。由式(24)可知半弦波產生器等效彈簧常數 k_p 與 m 成正比，又由式(27)得知 k_p 與 L 成反比，因此得 L 與 m 成反比關係。
- 由式(26)得知半弦波產生器變形量 δ 與 m 無關，故 δ 均為 0.00159m。

表 5 不同半弦波產生器直徑(L)結果比較

半弦波產生器直徑 (m)	半弦波規格		單自由度剛性平台理論分析			有限元素分析			加速度誤差 $\frac{\bar{A}-A}{A}$ (%)	衝擊時間誤差 $\frac{\bar{T}_d-T_d}{T_d}$ (%)	半弦波產生器變形量誤差 $\frac{\bar{\delta}-\delta}{\delta}$ (%)
	加速度 A (g)	衝擊時間 T_d (s)	平台落下高度 H (m)	半弦波產生器長度 L (m)	半弦波產生器變形量 δ (m)	加速度 \bar{A} (g)	衝擊時間 \bar{T}_d (s)	半弦波產生器變形量 $\bar{\delta}$ (m)			
0.08	100	0.004	0.0795	0.0611	0.00159	104	0.0046	0.00138	4	15	-13
0.12	100	0.004	0.0795	0.138	0.00159	95	0.0044	0.00149	-5	10	-6
0.16	100	0.004	0.0795	0.244	0.00159	127	0.0043	0.00157	27	8	-1

(4) 將不同測試物重量 m 代入 SDOF 剛性平台理論分析所求得之平台落下高度 H 及半弦波產生器長度 L ，再代入 LS-DYNA 模型進行分析可求得 \bar{A} 、 \bar{T}_d 及 $\bar{\delta}$ ，而其與 SDOF 剛性平台理論分析結果之誤差如表 3 所示。可看出兩種分析之誤差，加速度為-17~4%、衝擊時間為 10~15%、半弦波產生器變形量為-13~-20%，可知確實有其比較性。

5.4 不同半弦波產生器楊氏係數

令半弦波產生器楊氏係數分別為 1GPa、1.5GPa、2GPa 代入半弦波產生器單自由度剛性平台預測理論，可求得半弦波產生器長度 L 、平台落下高度 H 及半弦波產生器變形量 δ 。再將所求得相關參數代入 LS-DYNA 軟體進行分析比較。表 4 為不同擊壓楊氏係數 $E=1\text{GPa}$ 、 1.5GPa 、 2GPa ，而有相同加速度峰值 $A=100\text{g}$ 與衝擊時間 $T_d=0.004\text{s}$ 條件下之 SDOF 剛性平台理論分析與 LS-DYNA 模擬分析結果之比較，綜合討論如下：

- (1) 不同半弦波產生器楊氏係數 E ，由 SDOF 剛性平台理論分析式(11)可知平台落下高度 H 與 E 無關，故 H 均為 0.0795m。
- (2) 半弦波產生器長度 L 隨半弦波產生器楊氏係數 E 增加而增加，由式(29)可知 E 與 L 成正比關係。
- (3) 由式(26)得知半弦波產生器變形量 δ 與 m 無關，故 δ 均為 0.00159m。
- (4) 將半弦波產生器楊氏係數 E 代入 SDOF 剛性平台理論分析所求得之平台落下高度 H 及半弦波產生器長度 L ，再代入 LS-DYNA 模型進行分析可求得 \bar{A} 、 \bar{T}_d 及 $\bar{\delta}$ ，而其與 SDOF 剛性平台理論分析結果之誤差如表 6 所示。可看出兩種分析之誤差，加速度為-4~9%、衝擊時間為 15~18%、半弦波產生器變形量誤差為-13%，可知確實有其比較性。

5.5 不同半弦波產生器直徑

令半弦波產生器直徑分別為 0.08m、0.12m、0.16m 代入半弦波產生器單自由度剛性平台預測理論，可求得半弦波產生器長度 L 、平台落下高度 H 及

半弦波產生器變形量 δ 。再將所求得相關參數代入 LS-DYNA 軟體進行分析比較。表 5 為不同半弦波產生器直徑 $D=0.08\text{m}$ 、 0.12m 、 0.16m ，而有相同加速度峰值 $A=100\text{g}$ 與衝擊時間 $T_d=0.004\text{s}$ 條件下之 SDOF 剛性平台理論分析與 LS-DYNA 模擬分析結果之比較，綜合討論如下：

- (1) 不同半弦波產生器直徑 D ，由 SDOF 剛性平台理論分析式(11)可知平台落下高度 H 與 D 無關，故 H 均為 0.0795m。
- (2) 半弦波產生器長度 L 隨半弦波產生器直徑增加而增加。由式(29)可知 D 與 L 成正比關係。
- (3) 由式(26)得知半弦波產生器變形量 δ 與 D 無關，故 δ 均為 0.00159m。
- (4) 將半弦波產生器直徑 D 代入 SDOF 剛性平台理論分析所求得之平台落下高度 H 及半弦波產生器長度 L ，再代入 LS-DYNA 模型進行分析可求得 \bar{A} 、 \bar{T}_d 及 $\bar{\delta}$ ，而其與 SDOF 剛性平台理論分析結果之誤差如表 5 所示。可看出兩種分析之誤差，加速度為-5~27%、衝擊時間為 8~15%、半弦波產生器變形量誤差為-1~-13%皆有其比較性。

6. 結論

本章將衝擊試驗機之衝擊平台、夾具及半弦波產生器假設為一線性單自由度系統進行力學分析，主要為發展一套半弦波產生器幾何外形預測理論解析流程，並使用有限元素分析方法進行驗證。由衝擊平台與半弦波產生器材料等參數代入至發展之 SDOF 剛性平台理論分析，可得衝擊平台落下高度、半弦波產生器直徑及變形量，再代入 LS-DYNA 模擬分析獲得衝擊波形，由 SDOF 剛性平台理論分析與 LS-DYNA 模擬分析之衝擊波形結果比較，主要結論如下：

- (1) 改變衝擊平台與半弦波產生器等相關參數並代入發展之 SDOF 剛性平台理論，可求得相對應之半弦波產生器長度 L 及平台落下高度 H ，將 L 及 H 代入 LS-DYNA 模型進行分析，可發現分析所得之半弦波加速度峰值 \bar{A} 、衝擊時間 \bar{T}_d 及半弦波產生器變形量 $\bar{\delta}$ 皆與 SDOF 方法有一致性，可得知 SDOF 剛性平台理論分析有其參

考價值。

- (2) 理論與模擬之加速度誤差量大的原因，主要平台震盪所影響，推測為在理論方面將平台與半弦波產生器視為一單自由度系統，而在有限元素分析中，平台與半弦波產生器為實際幾何，所以在模擬分析中半弦波加速度峰值包含平台結構特性影響。
- (3) 理論與模擬之衝擊時間與變形量誤差量大的原因，在衝擊時間方面主要是衝擊波形在結束時會有震盪現象，故無法精確判定結束時間。而在半弦波產生器變形量方面，理論是以單自由度系統假設且並無考慮浦松比及阻尼效應，故推測為其影響主因。
- (4) SDOF 剛性平台理論解析與 LS-DYNA 模擬分析之差異原因，尚有半弦波產生器材料參數之影響，故未來應確認其實際參數，以提高半弦波產生器預測設計之準確性。

7. 誌謝

本研究承蒙國科會計畫與金頓科技股份有限公司經費支助，特以誌謝，國科會小產學計畫編號 NSC96-2622-E-020-003-CC3。

參考文獻

- [1] IL-STD-810F, (2000) Test Method Standard for Environmental Engineering Considerations and Laboratory Tests, US Department of Defense.
- [2] IL-STD-833E, (1996) Test Method Standard Microcircuits, US Department of Defense.
- [3] 楊長江, 2001, 「以使用者的品質觀點談振動測試」, 電子檢測與品管季刊, 第四十五期, 第 58~59 頁。
- [4] Low, K. H., Yang, A., Hoon, K. H., Zhang, X., Lim, J. K. T., and Lim, K. L., 2001, "Initial study on the Drop-Impact Behavior of Mini Hi-Fi Audio Products," *Advances in Engineering Software*, Vol. 32, pp. 683-693.
- [5] Aslan, Z., Karakuzu, R., Okutan, B., 2003, "The Response of Laminated Composite Plates under Low-Velocity Impact Loading," *Composite Structures*, Vol. 59, pp. 119-127.
- [6] Wang, Y. Y., Lu, C., Li, J., Tan, X. M., and Tse, Y. C., 2005, "Simulation of Drop/Impact Reliability for Electronic Devices," *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 41, pp. 667-680.
- [7] Li, X. G., and Shemansky Jr., F. A., 2000, "Drop Test and Analysis on Micro-Machined Structure," *Sensors and Actuators*, Vol. 85, pp.280-286.
- [8] 許宏旭, 鄭泗滄, 吳政達, 葉昶麟, 2004, 「含晶元封裝電路板結構承受高 G 值之衝擊環境建立的研究」, 中國航空太空學會第四十六屆學術研討會, 台中, 論文編號: 5-10。
- [9] Zeng, T., Fang, D. N., and Lu, T. J., 2005,

"Dynamic Crashing and Impact Energy Absorption of 3D Braided Composite Tubes," *Materials Letters*, Vol. 59, pp. 1491-1496.

- [10] Jayson, E. M., Murphy, J., Smith, P. W., and Talke, F. E., 2003, "Head Slap Simulation for Linear and Rotary Shock Impulses," *Tribology International*, Vol. 36, pp.311-316.
- [11] MIL-STD-202G, (1973) Test Method Standard Microcircuits, US Department of Defense.

Half-Sine Pulse Generator Design Prediction and Verification for a Drop Tower Impact Tester

¹Bor-Tsuen Wang, ²Tsung-Chi Huang, ³David Lee

¹Department of Mechanical Engineering
National Pingtung University of Science and Technology

²Department of Mechanical Engineering
National Pingtung University of Science and Technology

³King Design Company

Abstract

This work presents an analytical approach to design the pad for the use in shock test machine to generate the half-sine pulse. With the proper pad design, the shock table after free fall impact on the pad can produce the half-sine pulse that is in accordance with the shock test specification. First, the SDOF model to model the shock table, device-under-test (DUT) and pad is developed and applied to predict the geometry dimension of the pad by neglecting the damping effect. Additionally, the finite element code, LS-DYNA, is used to perform impact simulation base on the prediction of pad design by the SDOF model and the simplified table model. Results show that the analytical approaches by the two models can reasonably predict the pad geometry design. The developed methodology can provide the quick evaluation of pad geometry to fit the need of different shock table criteria and reduce the trial-and-error effect in finding the pad physical parameter. The proposed approach for the pad design can also be applied to other types of impulse waves as well.

Keyword : shock test machine, pad, shock table, half-sine wave, LS-DYNA