

自由邊界模型飛機之模型更新

Model Updating of a Model Plane in Free Boundary

王栢村¹ Bor-Tsuen Wang¹
國立屏東科技大學機械工程系教授¹

林志明² Chi-Ming Lin²
國立屏東科技大學機械工程系研究生²

摘要

本文延續所發展之簡略(coarse model)全自由邊界模型飛機理論模型，加以修改更細微的有限元素模型(refined FE model)進行模型驗證。首先，以所發展之簡略全自由邊界模型飛機理論模型為基礎，將飛機結構中的包括翼剖面、支撐骨架以及翼空結構，予以更新(updated)精細化，並進行理論模態分析以求得飛機之自然頻率與模態振型。實驗模態分析方面，本文針對飛機之機身部分重新點規劃，並進行實驗，以獲得實驗模態參數。比對結果顯示，雖然飛機主翼與機身可能由於組合接縫假設為理想接合，而致使 MAC 值沒有很好之對應，但是分析與實驗所得之飛機模態特性不論是振型甚至是頻率誤差均有相當合理之對應吻合。此經模型更新後之有限元素模型將可以作為外力預測及響應預測模擬之依據。

關鍵字：模型更新、模型飛機、有限元素分析、實驗模態分析、模態參數

Abstract

This work alters a finer refined FE model base on the coarse FE model of model plane in free boundary. First, the aerofoil, carcass and hollow of model plane base on the coarse FE model of model plane in free boundary is updated, and used to perform theoretical modal analysis, and so forth natural frequencies and mode shapes of the plane can be obtained. Experiments are also carried out, respectively, to extract experimental modal parameters after redefined experimental points on the body of model plane. Results show that the MAC not good cause the wing and body postulated idea articulation, but both theoretical and experimental results have reasonable match in terms of frequency errors or mode shapes. The final FE model after updating can be used for force or response simulation.

Keywords : model updating, model plane, FEA, EMA, modal parameter

一、模型更新之概念

結合實驗模態分析搭配有限元素分析方法進行模型驗證時，往往因為有限元素模型之假設與實際結構吻合度不足，而造成模態參數無法驗證之情況。而建構有限元素模型時，對於複雜結構、周邊之負荷及邊界條件皆必須加以適當的簡化甚至忽略，而如何適當的忽略，而不至於太過簡化，過猶不及一直是工程分析人員必須注意的課題。

圖 1 為模型驗證中模型更新之流程圖。在簡略模型(coarse model)初步驗證後，因有限元素模擬假設上的太過簡略[1]，致使與實際實驗結果吻合度不足，故需再針對模型進行修改(refined

model)。

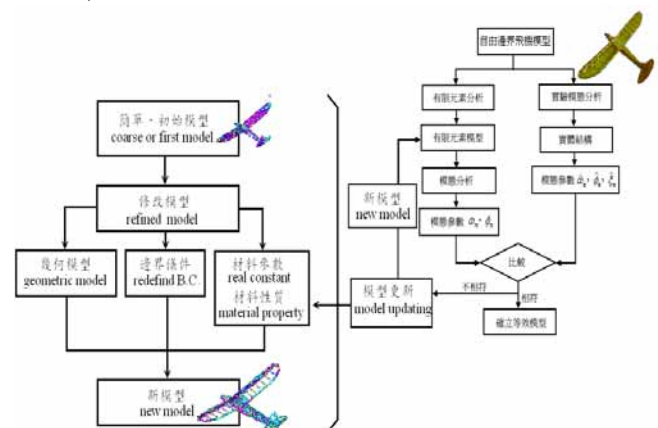


圖 1、模型驗證中模型更新之流程圖

二、有限元素分析

2.1 模型架構

本文針對王[1]之有限元素模型精細化，其精緻方法如下：

1. 將飛機結構骨架，舉凡翼剖面骨架、機身支撐、尾翼篋空等，均完整呈現。
2. 將飛機各部份之木板厚度納入不同材料參數(real constant)考慮。
3. 如圖 2，將各材料參數對應一組材料性質(material property)，俾利後續執行最佳化。

依據上述之精緻原則，開始建構有限元素模型，首先以線性殼元素(Shell 63)來建構飛機結構本體，並以王[1]所決定的分割大小(模型 B 元素大小 6.5(mm))來進行元素分割。由於是模擬全自由邊界(free-free)狀態，所以位移限制條件及負荷條件均不設定。更新過後的有限元素模型，如圖 3 所示。

2.2 最佳化問題定義

由 Ezcurra[2]探討自由吉他薄板低頻模態的材料影響，確定楊氏係數是對結構的自然頻率與模態最大影響的參數，而密度則是作為一個改變頻率值的參數。所以決定將密度固定，以楊氏係數為最佳化調整因子。

在有限元素模型中，在材料參數及材料性質的設定上，依據每一零件的厚度，給予對應的材料參數及材料性質，利用 ANSYS 軟體的最佳化模組，執行最佳化求取合理的材料性質中的楊氏係數值。其最佳化相關設計參數如下說明：

1. 設計變數：有限元素模型中材料參數中的楊氏係數因子($E_1 \sim E_8$)詳如圖 2。

$$X = X(E_1, E_2, E_3, \dots, E_8) \quad (1)$$

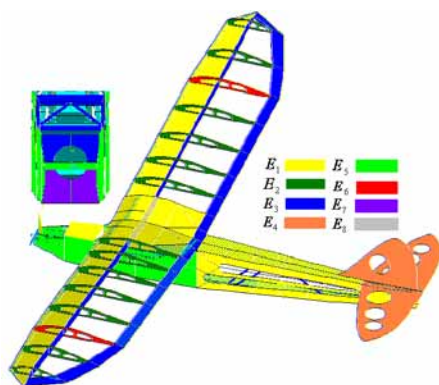


圖 2、飛機各部位對應之楊氏係數示意圖

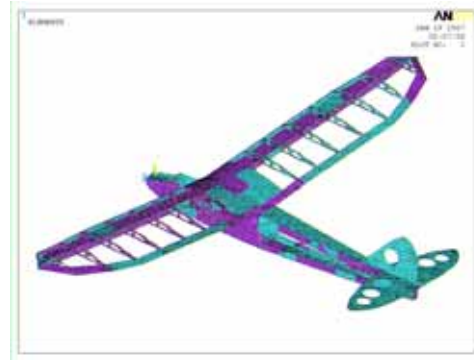


圖 3、更新過後有限元素分割示意圖

2. 目標函數：理論分析之自然頻率(以 $f_{n,F}$ 代表)，對實驗分析相對應的自然頻率(以 $f_{n,E}$ 代表)之誤差值的最小平方和($F(X)$)能夠最小化。

$$\varepsilon_n = \frac{f_{n,F} - f_{n,E}}{f_{n,E}} \times 100\% \quad (2)$$

$$F(X) = \sum_{n=1}^3 \varepsilon_n^2 \quad (3)$$

3. 限制條件：取實驗模態分析與有限元素分析的前 3 個自然頻率之誤差值能夠在 $\pm 10\%$ 以內。

$$|\varepsilon_n| < 10\% \quad (4)$$

以此定義執行最佳化之結果，均能使發展的自由邊界模型飛機有限元素模型前數個模態之自然頻率最接近於實際實驗模態分析結果。

2.3 實驗模態分析

依據王[1]之建議，由原本的機背、機腹及機身兩側中線，新增機身四個稜線相對位置的點，其他主翼、尾翼等部份維持不變，其重新規劃後實驗量測點示意圖，如圖 4 所示。圖 5 為飛機自由邊界模態測試架構圖，將飛機以橡皮筋，勾掛於機頭，懸吊於架上形成自由懸吊。利用衝擊槌對飛機結構敲擊，並以加速度計做為感測器進行量測，衝擊槌選擇塑膠衝擊頭，採固定衝擊錘之激振位置，移動加速度計進行模態測試。

本實驗將頻譜分析儀(SIGLAB)設定頻寬為 0~1000Hz，解析頻率 0.625Hz，衝擊槌不加任何加權函數，加速度計則加 Exponential 為衰減率 0.1 的加權函數。經由模態測試將量得訊號傳輸到頻譜分析儀，作快速傅立葉轉換，求得實驗頻率響應函數與關聯性函數，再由 ME'scopeVES 軟體，對實驗頻率響應函數做曲線嵌合(curve fitting)，以求得合成實驗頻率響應函數與模態參數，表 2 為實驗儀器一覽表。

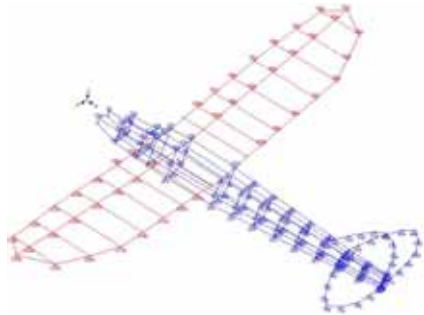


圖 4、重新規劃後實驗量測點示意圖

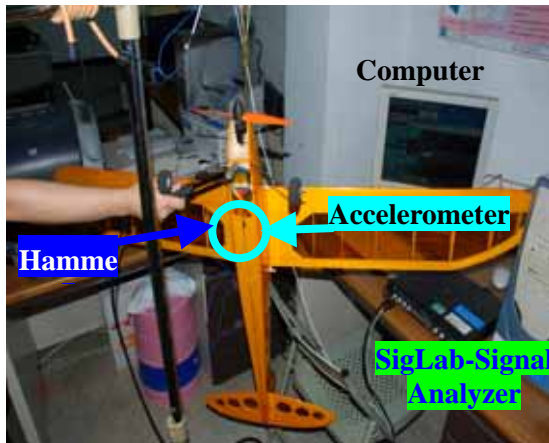


圖 5、自由邊界飛機模態測試架構圖

表 2、實驗儀器一覽表

儀器名稱	規格型號
分析軟體	ME'scope VES 3.0 版
頻譜分析儀	SigLab model 20-42
加速度計	PCB 86A500
衝擊錘	PCB 003G10

三、結果與討論

3.1 模型更新及最佳化結果討論

於王[1]的分析中，因為研究標的與王和黃[3]中研究標的材質相似，且該文獻中吉他的楊氏係數E值介於 $4 \times 10^9 \sim 15 \times 10^9$ (N/m²)，故引用其中吉他的楊氏係數 $E=4 \times 10^9$ (N/m²) 及密度 1600 (Kg/m³) 設定。

表 3 為初次 FEA 與 EMA 之自然頻率差異表，由表知該組材料參數使的除了第 1、3 組模態的自然頻率相對較為吻合外(自然頻率誤差 6% 以內)，其他組之自然頻率值皆大於 10%，且本文的目的為模型更新(model updating)，故需找出一組材料參數，使得足以代表模擬結構。

觀察其物理意義，第一至第五組皆為主翼之彎曲及扭曲、尾翼之彎曲模態，故選擇前三組模態來進行最佳化分析。

表 3、初次 FEA 與 EMA 之自然頻率差異表

序號	EMA		FEA 套用文獻中的材料參數		FEA 與 EMA 之自然頻率誤差 %	主要物理意義
			$E=4 \times 10^9$ (N/m ²) 密度=1600 (Kg/m ³)			
	模態數	自然頻率 (Hz)	FEA 對應的模態	自然頻率 (Hz)		
1	E_01	26.25	F_54	26.342	0.36	主翼 bending
2	E_02	59.11	F_56	45.382	-23.22	主翼 torsion
3	E_03	81.26	F_59	85.616	5.37	尾翼 bending
4	E_04	92.08				主翼 torsion 尾翼 bending
5	E_05	125.9	F_64	139.85	11.08	主翼 torsion 尾翼 bending

第一階段的最佳化流程及結果，共有第 1 次至第 7 次分析，其中每一次分析，僅變動一個楊氏係數因子(E 值)。其綜合討論如下：

1. 首先針對尾翼之楊氏係數 E_4 (E 值所模擬之飛機結構如圖 2 所示) 進行調整，最佳化之 E_4 值為 2.49×10^9 (N/m²)。修改 E_4 可使由尾翼主導的第三個模態之自然頻率，趨近吻合(由原本 5.37% 調整至 0.07%)。
2. 接續調整楊氏係數 E_1 、 E_3 。最佳化之 E_1 值為 2.50×10^9 (N/m²)，最佳化之 E_3 值為 2.83×10^9 (N/m²)。其中主翼面由 E_1 模擬，機翼橫樑及後緣是由 E_3 模擬，以此推斷 E_1 、 E_3 對於主翼的彎曲模態，影響最大(由原本 0.34% 調整至 -0.03%)，而第一個模態正是由主翼的第一個彎曲模態所主導的模態。
3. 接續針對 E_2 、 E_6 作更動，最佳化之 E_2 值為 9.44×10^9 (N/m²)，最佳化之 E_6 值為 9.99×10^9 (N/m²)。其結果顯示對於第二個由主翼扭轉所主導的模態，影響最劇(由原本 -23.64% 調整至 -16%)，因為 E_2 、 E_6 皆模擬主翼骨肋結構，顯示此結構是影響主翼扭轉模態的最大因子。
4. 最佳化之 E_8 值為 2.44×10^9 (N/m²)。結果顯示 FEA_7 與 FEA_6 結果相當接近， E_8 對於結構整體的影響為最小，因為該結構體佔機翼總比例非常小，故此現象亦為合理。

第二階段首先將針對 E_5 、 E_7 兩個因子進行最佳化分析。 E_5 所代表的是座艙側板、馬達座， E_7 所代表的是馬達後板(B，靠近起落架的位置)，都是屬於機身的結構。第二組屬於主翼的扭轉模態的自然頻率誤差仍然大於 10%，由第一階

段知，影響此模態的因子是 E_2 、 E_6 。故再針對 E_2 、 E_6 兩個因子進行最佳化分析。綜合討論如下：

1. 針對 E_5 、 E_7 兩個因子進行最佳化分析，最佳化之 E_5 值為 3.38×10^9 (N/m²)，最佳化之 E_7 值為 8.03×10^9 (N/m²)。結果顯示， E_7 調升將近 2 倍，故整體自然頻率略有提升。至於 E_7 之最佳自然頻率相對較高的原因可能為，實際結構該處與起落架連接，在有限元素模型裡，是將起落架省略，所以該處之自然頻率主要由 E_7 承擔。
2. E_2 、 E_6 最佳化分析結果， E_2 之最佳化值為 3.53×10^{10} (N/m²)， E_6 之最佳化值為 4.23×10^{10} (N/m²)。結果顯示，第 2 個模態之自然頻率誤差，明顯降至 ±5% 以內，而 E_2 、 E_6 之值較參考值大 763~934%，其原因可能為， E_2 及 E_6 所代表結構為機翼的骨勒部份，此部分再實際結構上多處使用膠劑黏著，而在有限元素模型中仍將機身及機翼之組合接縫視為一體成形，故實際結構的膠著及銷接效應，需由機翼主要之骨架部分承擔，所以其值較其他數值高。

由以上最佳化之結果，能使發展的自由邊界模型飛機有限元素模型前 3 個模態之自然頻率，最接近於實際實驗模態分析結果。在模態振型比對上，前 5 個模態均有對應，雖然前 3 個模態之自然頻率已經接近實際實驗模態分析結果，但第 4 及第 5 個模態之自然頻率誤差仍然很大。整體誤差值範圍介於 -4.65~8.49%，其平均誤差值為 1.92%，以平均誤差值而言，越趨近於 0 越理想，故有限元素模型之材料參數仍需作一次微調。由王[4]知：

$$f_n \propto \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3-5)$$

其中 f_n ：自然頻率； E ：楊氏係數； ρ ：密度。若將 E 值或 ρ 值以倍數調整，則自然頻率也會跟著變動。表 4 為 FEA 最佳化最終結果表，其中 (a) 為 FEA 最佳化倍數調整表，將 FEA 最佳化之各 E 值，全部乘以 0.978 倍之後，得到最新一組 E 值，使其其自然頻率平均誤差值為 0.8%。表 (b) 為最終有限元素材料參數一覽表。

經過最佳化運算後，將所得之最終最佳化結果，可作為有限元素分析材料參數中 E 值的設定依據，以便以簡諧分析求得理論分析之頻率響應函數。

表 4、FEA 最佳化最終結果表
(a) FEA 最佳化倍數調整表

EMA f_n	FEA_OPT f_n	EMA與 FEA_OPT 之 f_n 誤差%	倍數	NEW_OPT f_n	EMA與 NEW_OPT 之 f_n 誤差%
26.247	26.496	0.96	0.978	26.206	-0.16
59.108	56.361	-4.65	0.978	55.738	-5.70
81.256	81.783	0.65	0.978	80.878	-0.47
92.080	-	-	0.978	-	-
125.90	136.591	8.49	0.978	135.08	7.29
平均誤差		1.92			0.80

(b) 最終有限元素材料參數一覽表

楊氏係數因子	E_1	E_2	E_3	E_4
NEW_OPT (N/m ²)	2442.87	34534.39	2767.75	2435.30
楊氏係數因子	E_5	E_6	E_7	E_8
NEW_OPT (N/m ²)	3304.27	41393.17	7857.28	2387.98

3.2 頻率響應函數與關聯性函數探討

圖 6 為實驗頻率響應函數曲線重疊圖，由圖可以看出，80~90 Hz、125~140 Hz 等頻率響應函數峰值處，都有自然頻率偏移的現象，造成此原因，最主要可能是因為結構材料本身為非線性材料，或是實驗對象為一複雜度相當高的結構，以至於實驗時，在可能是同一模態的自然頻率出現偏移的現象。

實際結構非線性材料及複雜的結構，導致有自然頻率偏移的現象。但是在曲線嵌合，甚至是後續有限元素分析時，其分析假設材料為線性材料，結構的振動模態之間也必須要有獨立性，兩者的不同，可能會在後續比對上出現誤差。

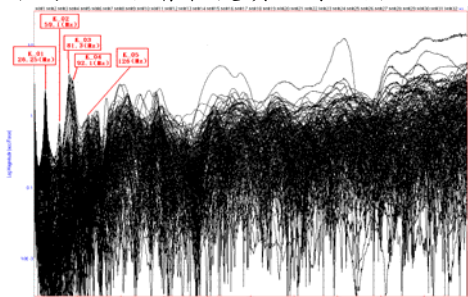


圖 6、實驗頻率響應函數曲線重疊圖

由圖 6 高頻帶頻率響應函數峰值處，都有自然頻率偏移的現象，且影響結構破壞主要由前數個模態主導，故擷取 0~200 Hz 來進行頻率響應函數探討。圖 7 為實驗、曲線嵌合合成及最佳化後模型之頻率響應函數曲線及對應之關聯性函數

比較圖，綜合討論如下：

1. 在同點 $H_{i,j} = H_{40,40}$ 的對應上，實驗頻率響應函數(Experimental, 以黑色實線代表)與合成實驗頻率響應函數(Synthesized, 以紅色虛線代表)在峰值的位置大部份沒有對應到，應並不是十分良好，可能於實際實驗的時候，並不是完全同點，以致對應情形不佳。
2. 在共振點上，關聯性函數值趨近於1；在反共振點上，因為響應較小，其值較低。
3. 在不同點 $H_{i,j} = H_{87,40}$ 的對應上，有一致的趨勢，但是在高頻率區域之對應有些不佳，可能是因為高頻區模態數密集，導致曲線嵌合時無法正確選擇到峰值所致。
4. 最佳化後的有限元素模型分析所得(Theory, 以藍色半虛線代表)的理論頻率響應函數曲線與實驗曲線也有相當程度的吻合度，驗證有限元素分析模型有相當程度，等效於自由邊界模型飛機結構。

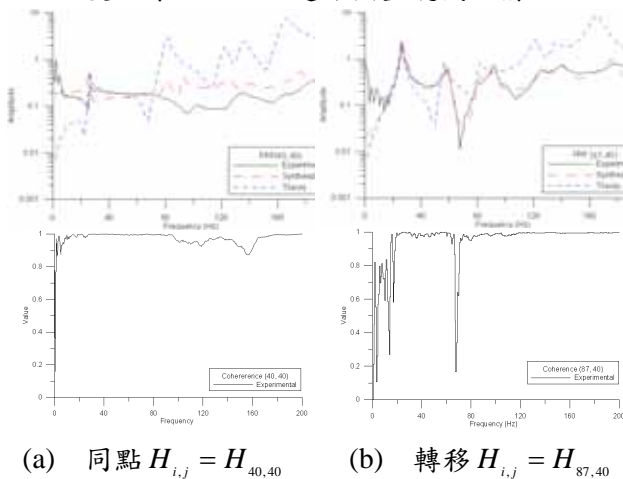


圖 7、頻率響應函數與關聯性函數圖

3.3 模態參數驗證

3.3.1 自然頻率與模態振型比對

有限元素分析(FEA)在求解頻寬(0~1000 Hz)內共有100個模態，第1個模態，編號為F_01以此類推，實驗模態分析(EMA)共得到26個模態，將第一個模態編號為E_01以此類推。

表5是飛機模型更新EMA與FEA模態參數比對表。根據FEA及EMA所得之模態振型，找出振型相對應之模態。比對模態振型方式主要以MAC值做為比對指標，MAC值愈接近1代表兩模態振型愈相似；若MAC數值愈接近0則代表實驗與理論分析之振型具有正交性。

表 5、EMA 與 FEA 模態參數比對表

EMA	FEA	EMA 誤差	MAC			階數	物理意義
			全機	主翼	尾翼		
E_01 26.25	F_54 26.21	-0.16	0.58	0.93	0.6	1.14	主翼 1st-bending 尾翼 1st-bending
E_02 59.11	F_56 55.74	-5.7	0.1	0.2	0.06	2.32	主翼 1st-torsion 尾翼 1st-bending
E_03 81.26	F_59 80.88	-0.47	0.55	0.16	0.75	2.06	尾翼 1st-bending
E_04 92.08	-	-	-	-	-	0.99	
E_05 125.9	F_64 135.1	7.29	0.19	0.67	0.26	2.26	主翼 2nd-bending 尾翼 2nd-bending

表 6 是飛機模型更新之模態振型比對表。其中將物理意義部份之彎曲模態以(b)表示；扭轉模態以(x,z)表示。將實驗以及理論分析結果予以比對後分為全機、主翼、機身及尾翼等四個部份分別觀察討論：

1. 表 6 (a)為第一個對應模態參數比對表。第一個對應到的模態為 E_01 及 F_54，這個模態主要是由主翼的第一的彎曲模態所主導(1st-bending)，故主翼的 MAC 值為 0.93，尾翼由於是相位角的差異，使得的 MAC 值為 0.6，但仍然是以 1st-bending 呈現。全機 MAC 值為 0.58。
2. 表 6 (b)為第二個對應模態參數比對表。第二個對應到的模態為 E_02 及 F_56，其自然頻率誤差為-5.7%。這個模態主要是由主翼的第一的扭轉模態所主導，但由於實驗所呈現的主翼振型，主翼右邊較左邊的振幅大，故 MAC 值為 0.2。水平尾翼在實驗及理論分析上均為第一個彎曲模態，但其 MAC 值僅為 0.1，可能原因為實驗激振方向為 Y 方向，而垂直尾翼是量測 Z 方向的響應，所以對於垂直尾翼而言是不同的激振方向以致雜訊產生。因此整體飛機的 MAC 值為 0.1，對於這個對應到的模態而言，只能說振型部分對應。
3. 表 6 (c)為第三個對應模態參數比對表。第三個對應到的模態為 E_03 及 F_59，其自然頻率誤差為-0.46%。水平尾翼其物理意義是屬於第一個彎曲模態，其 MAC 值為 0.75。主翼振幅值相對於主導的尾翼而言很小，故實驗會有雜訊出現，與理論分析比較起來，其 MAC 值相對較低，只有 0.16。整體而言，第三個對應到的模態，仍是對應較好的一個模態，其 MAC 值為 0.55。
4. 第四個模態由於在模態振型的比對上，FEA 分析所得的所有模態中，找不到與 EMA 相對

應的模態，推測可能是因為實驗與曲線嵌合的誤差而造成 E_04 模態的出現。

5. 表 6 (d) 是第五個模態參數比對表，第五個對應到的模態為 E_05 及 F_64，其自然頻率誤差為 7.29%。主翼的物理意義上是屬於第二個彎曲模態，其 MAC 值為 0.67。水平尾翼的物理意義也是屬於第二個彎曲模態，其 MAC 值為 0.26。其值相對較低，原因可能與第 2 模態相同，是激振方向與量測方向為垂直，所以對於垂直尾翼而言是不同的激振方向以致雜訊產生。整體而言，MAC 值僅有 0.19，屬於部分對應的模態。

表 6、飛機模型更新之模態振型比對表

(a) 第一個模態參數比對表

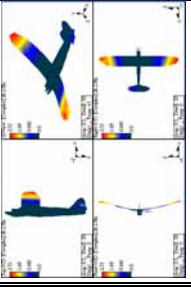
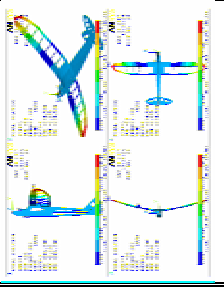
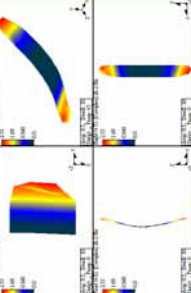
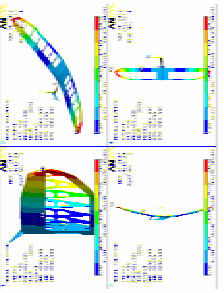
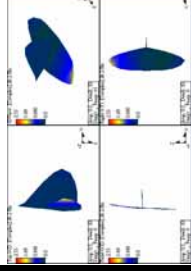
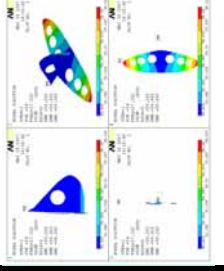
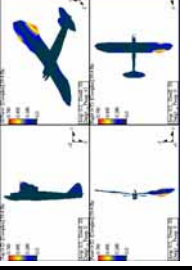
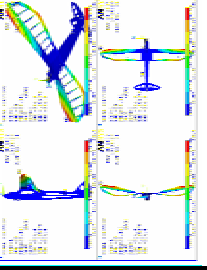
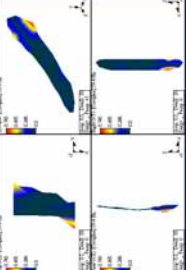
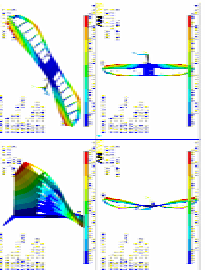
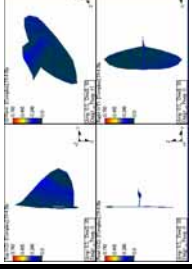
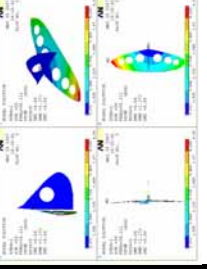
EMA		E_01	26.20 (Hz)
FEA		F_54	26.21 (Hz)
頻率誤差%		-0.16	
全機	MAC 及物理意義	0.58	
	EMA mode shape	FEA mode shape	
			
主翼	MAC 及物理意義	0.93	1-b
	EMA mode shape	FEA mode shape	
			
尾翼	MAC 及物理意義	0.6	1-b
	EMA mode shape	FEA mode shape	
			

表 6、飛機模型更新之模態振型比對表(續)

(b) 第二個模態參數比對表

EMA		E_02	59.10 (Hz)
FEA		F_56	55.74 (Hz)
頻率誤差%		-5.7	
全機	MAC 及物理意義	0.1	
	EMA mode shape	FEA mode shape	
			
主翼	MAC 及物理意義	0.2	1-t
	EMA mode shape	FEA mode shape	
			
尾翼	MAC 及物理意義	0.1	1-t
	EMA mode shape	FEA mode shape	
			

(c) 第三個模態參數比對表

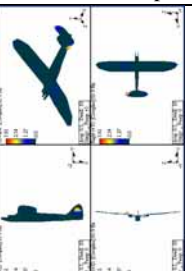
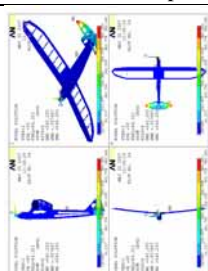
EMA		E_03	81.30 (Hz)
FEA		F_59	80.88 (Hz)
頻率誤差%		-0.46	
全機	MAC 及物理意義	0.55	
	EMA mode shape	FEA mode shape	
			

表 6、飛機模型更新之模態振型比對表(續)
(c) 第三個模態參數比對表(續)

EMA		E_03	81.30 (Hz)
FEA		F_59	80.88 (Hz)
頻率誤差%		-0.46	
主翼	MAC 及物理意義	0.16	2-b
	EMA mode shape	FEA mode shape	
尾翼	MAC 及物理意義	0.75	1-b
	EMA mode shape	FEA mode shape	

表 6、飛機模型更新之模態振型比對表(續)
(d) 第五個模態參數比對表(續)

EMA		E_05	126.0 (Hz)
FEA		F_64	135.1 (Hz)
頻率誤差%		7.29	
主翼	MAC 及物理意義	0.67	2-b
	EMA mode shape	FEA mode shape	
尾翼	MAC 及物理意義	0.26	2-b
	EMA mode shape	FEA mode shape	

(d) 第五個模態參數比對表

EMA		E_05	126.0 (Hz)
FEA		F_64	135.1 (Hz)
頻率誤差%		7.29	
全機	MAC 及物理意義	0.19	
	EMA mode shape	FEA mode shape	
主翼	MAC 及物理意義	0.67	2-b
	EMA mode shape	FEA mode shape	

3.3.3 初始模型與更新模型之模態參數比較


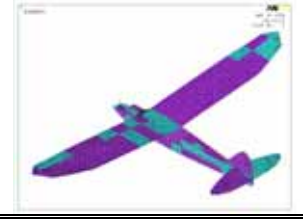
表 7 為 EMA 與理論初始及更新模型模態參數比較表。表 7 (a) 為 EMA 與理論初始模型模態參數比較表，表 7 (b) 為 EMA 與理論更新模型模態參數比較表。綜合討論如下：

- 由表 7 (a) 中可知，模型飛機初始有限元素模型是忽略飛機之所有細部結構，舉凡篋空、銜接等結構。
 - 其模型驗證之結果，模態振型方面，於實驗結果前 5 個模態中，僅有 E-01、E-03 及 E-05 等單數模態與 FEA 結果有對應，且對應情況亦有模態遺漏的情形。
 - 以 EMA 的第一個模態為例，此模態振型之物理意義為：主翼及尾翼的第一個彎曲模態。而與 FEA 比對上僅有主翼的第一個彎曲模態有對應，此為模態遺漏之現象，類似的情形也發生在 E-05 及 F-21 的對應上。自然頻率比對方面，其誤差極大。
- 以上原因，初始模型對於結構之幾何精細度不足，忽略了太多細部結構，材料參數模擬不正確，以致於產生對應性不佳，使的此模型不足以代表實際結構。
- 由表 7 (b) 中可見到，有限元素模型之更新是將實際飛機結構中的篋空結構，予以精細



化，此更新模型仍是忽略主翼與機身的銜接網縛部分，將之假設為一體成型結構。

- (1) 模型更新後之模型驗證結果，其模態振型方面，由於 E_04 是數於實驗誤差所產生，故若屏除此模態來看，更新模型對應到 4 組模態，其對應性相對提高，並無初始模型中模態遺漏的情況發生。
 - (2) 自然頻率方面，在更新模型中，將結構中所有不同厚度的木板，分別給予一個相對應的楊氏係數值，經過最佳化求得一組最佳之楊氏係數值，使得自然頻率誤差減至 ±8% 以內。
4. 由自由邊界模型飛機之模型更新結果來看，不論是模態振型的對應，或是自然頻率的比對上，均能表達此模型對於實際結構的等效性。

表 9、EMA 與初始及更新模型模態參數比較表
(a) EMA 與理論初始模型模態參數比較表

實驗模態分析(EMA)			初始之有限元素模型			
						
EMA 模態數	自然頻率 (Hz)	物理意義	FEA 對應的模態	自然頻率 (Hz)	自然頻率誤差 %	MAC
E-01	26.3	主翼 1st-b	F-01	15.7	-40.2	0.50
E-02	60.5		—	—	—	—
E-03	81.2	主翼 2nd-b 尾翼 1st-b	F-06	80.6	-0.81	0.58
E-04	131		—	—	—	—
E-05	175	尾翼 2nd-t	F-21	324.2	85.3	0.29

(b) EMA 與理論更新模型模態參數比較表

實驗模態分析(EMA)			更新之有限元素模型			
						
EMA 模態數	自然頻率 (Hz)	物理意義	FEA 對應的模態	自然頻率 (Hz)	自然頻率誤差 %	MAC
E_01	26.25	主翼 1st-b 尾翼 1st-b	F_54	26.342	-0.16	0.58
E_02	59.11	主翼 1st-t 尾翼 1st-b	F_56	45.382	-5.70	0.1

(b) EMA 與理論更新模型模態參數比較表(續)

實驗模態分析(EMA)			更新之有限元素模型			
EMA 模態數	自然頻率 (Hz)	物理意義	FEA 對應的模態	自然頻率 (Hz)	自然頻率誤差 %	MAC
E_03	81.26	尾翼 1st-b	F_59	85.616	-0.47	0.55
E_04	92.01		—	—	—	—
E_05	125.9	主翼 2nd-b	F_64	139.85	7.29	0.24

四、結論

本文針對初始模型進行模型修整，使得新模型於幾何形狀，不論是機身內部或是機翼上之骨架部分，或是機身、尾翼及機翼骨肋上之簍空部分更加符合實際模型飛機，在新模型中仍是將機翼與機身的網縛處忽略，材料參數及材料性質方面也以有限元素套裝軟體進行最佳化分析，求得一組符合實體結構的材料參數，經過分析比對，此模型在前 3 組模態之對應上，不論是自然頻率誤差、頻率響應函數比對及模態振型 MAC 值比對上均有相當之對應性，故此有限元素模型於 100Hz 內之低頻範圍下足以代表實體結構，

對於模型更新(model updating)方面，仍有改善空間，包括機身機翼的銜接網縛、飛機表面熱塑薄膜的模擬等細部元件，皆可納入後續模型之深入更新。後續可利用本文驗證成功之等效自由邊界分析模型進行 ODS 的量測與分析，藉由分析可以針對外力進行預測，並可以應力值分佈情形，預測結構可能發生破壞的位置。

參考文獻

- [1] 王栢村，林志明，(2006)，「自由邊界模型飛機之模型驗證」，中華民國航空太空學會第四十八屆年會記學術研討會論文摘要集，桃園，論文編號：05_11。
- [2] Ezcurra, A. (1996), "Influence of the Material on the Low Frequency Modes of a Free Guitar Plate." *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 194, No. 4, pp. 640-644.
- [3] 王栢村、黃國棟 (2004)，「吉他之振動特性與模態分析」，中華民國音響學會第十七屆學術研討會論文集，高雄，第 197-205 頁。
- [4] 王栢村 (1996) 振動學。全華科技圖書股份有限公司，台北市。
- [5] Lucas, L. D., R. Garner, and B. Birdsong (2004) Helicopter Missile Launcher Dynamics Prediction with Model Updating and Correlation. *Proceeding of the 22th International Modal Analysis Conference*, Dearborn, Michigan, Paper No. s14p01.