

印刷電路板模型驗證與響應預測之重複性探討

Repeatability Discussions on Model Verification and Response Prediction of Printed Circuit Board

王栢村¹陶致均²李沛緯²

¹ 國立屏東科技大學機械工程系教授

² 國立屏東科技大學機械工程系研究生

賴逸少³葉昶麟³李英志³

³ 日月光集團高雄廠應力可靠度實驗室

Email : wangbt@mail.npust.edu.tw

摘要

本文對兩塊相同規格印刷電路板於振動特性上之重複實驗與分析差異探討，並利用有限元素分析配合實驗模態分析進行模型驗證及隨機振動測試之響應預測，藉由模型驗證及響應預測之結果可對兩塊印刷電路板進行變異性之探討。在模型驗證部份，利用有限元素分析軟體進行模態分析及簡諧響應分析可求得印刷電路板之模態參數及頻率響應函數，再與實驗模態分析所求得之結果進行模型驗證，可確保電路板有限元素模型於自由及固定邊界下與實際結構之等效性。再將驗證完成之有限元素模型應用於響應預測，由有限元素分析軟體之頻譜響應分析配合隨機振動實驗並遵照 JEDEC 所製定之振動試驗規範 JESD22-B110 取得印刷電路板於隨機振動下之動態響應及應力應變值，並預測印刷電路板於隨機振動下之破壞位置，綜合以上分析結果進行兩塊印刷電路板之變異性探討，以尋找印刷電路板於振動測試分析中之差異。本文結合分析與實驗方法於研究大量製作印刷電路板時之環境振動測試，並驗證分析與實驗方法，將有助印刷電路板對於振動分析之參考。

關鍵詞：印刷電路板、有限元素分析、實驗模態分析、響應預測。

1 前言

在現今之電子構裝產業中，印刷電路板(Printed Circuit Board, PCB)經由振動所產生的破壞，已為印刷電路板之設計關鍵，因此藉由 PCB 振動特性之研究與探討，能夠對 PCB 進行最佳化結構設計，而設計過程中，王等人[1-4]結合有限元素分析(Finite Element Analysis, FEA)與實驗模態分析(Experiment Modal Analysis, EMA)進行理論與實驗振動模態特性參數之比對，並完成 PCB 之模型驗證。在模型驗證的過程中，實驗採用傳統模態分析方式，以衝擊錘當驅動器，並施加點力於 PCB 產生結構激振，再利用固定在 PCB 上之加速度計量測 PCB 之響應，將量測響應透過頻譜分析儀之轉換可求得結構之頻率響應函數(Frequency Response Function, FRF)，而由參數估測方法，將頻率響應函數藉由曲線嵌合(curve fitting)軟體擷取出結構之自然頻率、模態振型、阻尼比等模態參數。在理論分析方面，對建構完成之有限元素模型(Finite Element, FE)模型進行分析，可得理論的自然頻率、模態振型、頻率響應函數，藉由理論與實驗之振動模態特性參數進行比對，可獲得與實際受測物等效的 FE 模型，並將此等效 FE 模型運用在其分析設計。

Wang *et al.* [5]提到合理並等效於實際電路板數學模型，可用於預測及研究動態響應分析，並說明在 ANSYS 軟體的最佳化模組中，進行有限元素模型彈簧阻尼元素勁度值的最佳化求解。He and Fulton [6]推導薄板理論，將材料之非線性理論應用至印刷電路板上，基於材料線性與非線性兩種假設來尋求較能符合真實 PCB 振動特性之模擬，並假想薄板以簡支點支撐，在三種不同型態之激振狀態下，使其產生自由振動、步階振動及簡諧振動且進行實驗分析，進而估算在不同頻率下之模態特性。Cifuentes [7]對 PCB 封裝時之振動特性進行預測，探討 PCB 材料是否為非線性幾何分佈，並計算質量與剛性多寡之誤差，對影響 PCB 振動特性的重要性，由分析結果瞭解到，在評估 PCB 的自然頻率誤差時，質量誤差的影響遠比剛性來的重要。Gibson [8]利用 EMA 之分析方式對複合材料之 PCB 進行結果的整理與探討，其中發現，PCB 雖為非線性材料，但經由適當設計之 EMA 手法，可以得到 PCB 板之材料特性趨近於線性的結果。

Gibson and Wen [9]探討 PCB 於自由邊界之模擬方式，經由不同材質之彈性係數、阻尼比及自然頻率比對，可獲

得以尼龍線懸吊 PCB 4 邊來模擬為合理之自由邊界模擬方法。Yang *et al.* [10] 利用 EMA 來瞭解 PCB 於不同邊界下之振動特性，首先以橡皮筋懸吊來模擬自由邊界，再來利用夾具固定 PCB 兩邊以模擬固定邊界，並透過實驗，找出實驗量測設備對 PCB 之振動特性的影響。Pitarresi [11] 探討由於印刷電路板為複合材料，因此將印刷電路板分成數個區塊，並各別探討各區塊上之振動特性，利用衝擊錘試驗及隨機激振之方式皆能獲得模態參數，再由分析結果進行模態參數之比對，以模態保證指標 (Modal Assurance Criterion, MAC) 確認其模態振型之相關性，並明確的指出了實驗結果與理論所分析出來模態振型之關聯性。Wong *et al.* [12] 針對 BGA 焊錫接點建立用來執行簡諧振動失效壽命分析的有限元素模型，以提供快速的模擬分析。

Yang *et al.* [13] 利用振動試驗機對具有 PBGA 封裝晶片的印刷電路板作來回振動的”垂直面”(out-of-plane) 激振方式來獲得焊錫接點的可靠性分析，由結論顯示，焊錫接點在振動中之破壞確實是造成性能失效的重要原因，且發生位置往往在晶片四個角落錫球剛性較低之處。Wong *et al.* [14] 建構並驗證 PBGA 焊錫接點的振動失效有限元素模型是與其模擬的實際狀況等效的，且利用模型預測 PBGA 焊錫接點的壽命及耐久性。Yeh 和 Lai [15] 利用標準的試驗規範讓焊錫接點失效測試更具可信度，其利用落下試驗機對印刷電路板執行符合 JEDEC 試驗規範的落下衝擊試驗，觀察焊錫接點破裂失效的現象，並驗證因應歐盟即將實施的 ROHS 規定下設計的新型無鉛錫球在抗掉落衝擊振動能力上表現較佳。

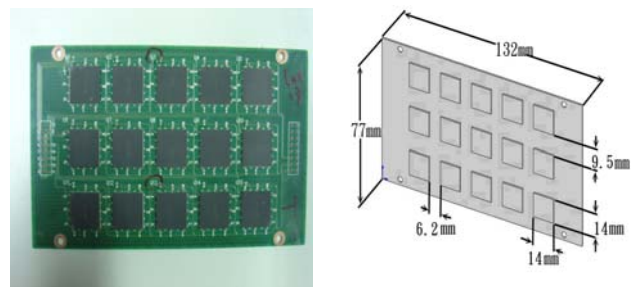
經由以上利用 FEA 結合 EMA 及實驗分析對 PCB 振動特性之探討，可對 PCB 之相關特性進行瞭解，本文即為應用 FEA 結合 EMA 及實驗分析方式，對兩塊不同規格之 PCB 進行振動特性之變異性探討。在進行自由與固定邊界之模型驗證時，可由最佳化分析對兩塊 PCB 進行材料參數及螺絲鎖固之變異性探討，並完成自由及固定邊界之等效 FE 模型。經由固定邊界之等效 FE 模型之驗證，可延伸進行響應預測，利用隨機激振試驗結合頻譜分析及配合 JEDEC 所製成之規範，可分別取得加速度及應變之功率頻譜密度函數 (Power Spectrum Density, PSD)，經由圖形峰值及 PSD 之平均平方根值 (Root Mean Square, RMS)，可驗證頻譜分析之準確性，並取得最大主應力 (σ_1) 及麥西斯應力 (σ_{eqv}) 以延伸進行破壞預測，找出 PCB 於隨機振動下可能破壞之位置。

由於本文對研究方法之確立，未來可由 σ_1 及 σ_{eqv} 配

合 Goodman 圖進行 PCB 疲勞強度之研究，並可對 FE 模型細化，探討細部模型之應力狀態及疲勞強度，期許建立整體模型 (包含錫球) 之快速分析方式，以助產業界瞭解 PCB 振動特性之分析。

2 系統定義

圖 1(a) 為本文所探討受測 PCB 之實際結構其中一塊，外部尺寸如圖 1(b) 所示，本次 PCB 為無鉛封裝晶片用於針對聯合電子裝置工程協會 (Joint Electronic Device Engineering Council, JEDEC) 動力試驗規範制定之測試件規格所製造，若建立與實際結構等效之有限元素模型，將可簡化相關振動模擬測試所花費之時間，並能對整體結構進行快速之振動特性分析。



(a) 印刷電路板實際結構圖 (b) 詳細尺寸圖

圖 1 實際結構外觀及尺寸圖

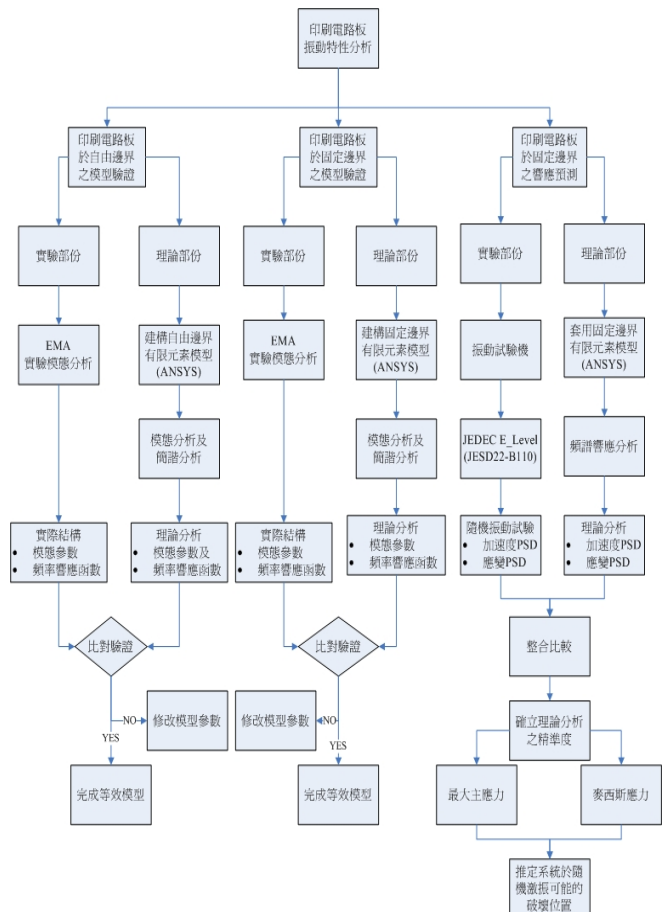


圖 2 PCB 振動分析流程圖

PCB 振動分析流程如圖 2 所示，分別以自由邊界 (Free-Free) 及固定邊界 (Fix-Fix) 兩種方式模擬邊界狀態，其分析方式為對測試板 (Test Board A) 及測試板 (Test Board B) 分別進行 EMA 取得實際結構之模態參數及頻率響應函數 (Frequency Response Function, FRF)，與 FEA 取得之分析結果進行比對驗證，以獲得與實際結構等效之有限元素模型，並探討材料參數及螺絲鎖固 K 值之變異性。經由固定邊界驗證完成之等效模型延伸進行 PCB 於隨機振動試驗下之響應預測，依照 JEDEC 所制定之振動試驗規範 JESD22-B110，由實驗結合頻譜分析可取得加速度及應變之 PSD，利用圖形峰值及 PSD 之 RMS 對頻譜分析之精準度進行驗證，並可求得最大主應力及麥西斯應力進而推斷 PCB 於隨機激振下之破壞位置。綜合以上討論，本文分析目標如下：

- (1) 結合 FEA 與 EMA 取得受測 PCB 於自由邊界模擬下之材料參數、模態參數及頻率響應函數以完成與實際結構等效之 FE 模型，並進行兩塊測試板於材料參數上之變異性探討。
- (2) 承襲上述方法進行固定邊界之模型驗證以完成等效 FE 模型，並探討兩塊 PCB 於模擬螺絲鎖固之 K 值之差異。
- (3) 延伸固定邊界驗證完成之等效模型並依照 JEDEC 振動測試規範 JESD22-B110 進行隨機激振實驗，由實驗結合頻譜分析取得加速度及應變之 PSD，並由圖形之峰值及 PSD 之 RMS 進行驗證以取得可靠之頻譜分析精準度。
- (4) 利用頻譜分析可求得最大主應力及麥西斯應力，並取得應力之 RMS，進行兩塊測試板應力 RMS 之比對，以預測 PCB 於隨機激振下之疲勞破壞位置。

3 印刷電路板之模型驗證

在振動分析中，利用 EMA 配合 FEA 確認等效模型為標準之模型驗證流程。由 FEA 可獲得理論之自然頻率及模態振型；由 EMA 可獲得自然頻率、模態振型、阻尼比及頻率響應函數，以實驗分析所求得之振動模態特性參數為依據，透過有限元素軟體最佳化分析取得於 FE 模型上合理之材料參數，並以最佳化材料參數回饋至 FE 模型來驗證實驗與理論分析結果吻合之等效模型。

3.1 印刷電路板於自由邊界下之模型驗證

本文採用套裝軟體 ANSYS 進行 FEA，將印刷電路板整體分為底板層及底板上的封裝層，並假設底板層為正向性材料，封裝層為等向性材料，表 1 為經過最佳化分析後，

兩塊受測物及文獻上材料參數之誤差比對表，誤差比對以平均值 (Average, Avg) 及標準差 (Standard Deviation, SD) 表示，圖 3 為 PCB 之有限元素模型示意圖，模型建構說明如下：

- (1) 元素選用：底板層與封裝層皆使用線性立體元素 (SOLID45)，並以三維質量元素 (MASS21) 及設置數個質量元素節點來模擬加速度計。
- (2) 元素分割：以模型每個區域等份分割成 12 等份，使用 mapped mesh 方法將整體模型分割為 13462 個元素，有限元素分割及加速度計模擬位置如圖 4 所示，粗體線部份為加速度計實際所占之位置。
- (3) 位移限制條件：以全自由邊界 (free-free) 模擬，故無須設定任何位移限制。
- (4) 負荷條件：模態分析不須設定負荷；簡諧響應分析需在對應實驗模態分析時之衝擊點位置，如圖 5(b) 之紅點所示，在節點 75 號及 407 號設定 1(N) 之單位力。

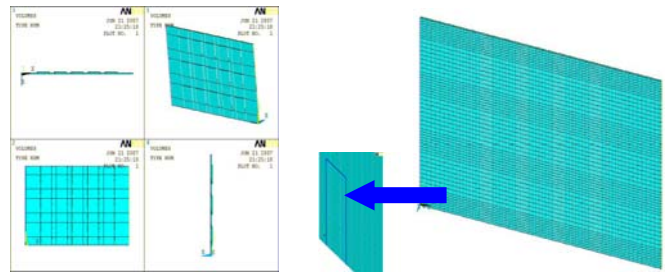


圖 3 有限元素模型示意圖 圖 4 加速度計模擬示意圖

表 1 印刷電路板最佳化材料性質表

材料參數種類	單位	受測板 (A) 設定值	受測板 (B) 設定值	文獻 [1] 設定值	誤差範圍	
					AVG	SD
底層楊氏係數 $E_{X,B}$	GPa	12.24	13.22	9.42	11.62	1.97
底層楊氏係數 $E_{Y,B}, E_{Z,B}$	GPa	13.325	14.217	9.25	12.26	2.65
底層剪力係數 $G_{XY,B}$	GPa	2.63	2.63	3.12	2.79	0.28
底層蒲松比 $\nu_{XY,B}$	-	0.485	0.485	0.25	0.41	0.13
底層密度 ρ_B	(kg/m ³)	2312	2312	2050	2224	151
封裝層楊氏係數 E_C	GPa	37.205	38.95	20	32.1	10.47
封裝層蒲松比 ν_C		0.2	0.18	0.4	0.26	0.12
封裝層密度 ρ_C	(kg/m ³)	2100	2100	1840	2013	150
加速度計質量 m	kg	0.0015	0.0015	0.0015	-	-

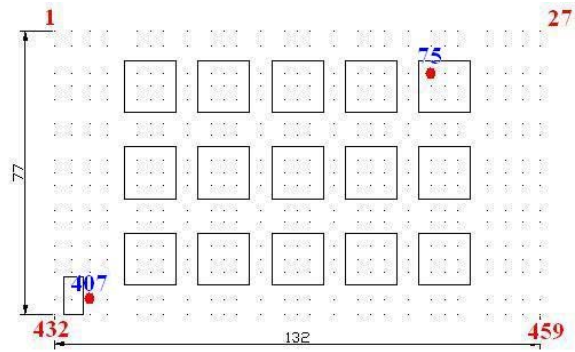
實驗架構如圖 5(a)所示，本次實驗以衝擊錘為驅動器，並施加點力於以棉線懸掛之 PCB 上，利用固定於板上之加速度計量測板子之響應。量測點規劃如圖 5(b)所示，點數編號由左至右，在長邊規劃 27 點，短邊規劃 17 點，總得 459 點，左下靠近 432 點處之長方體部份為加速度計固定處；在確認量測點規劃及實驗架設完成後，敲擊結果可透過頻譜分析儀取得結構之頻率響應函數，並由曲線嵌合軟體取得結構之自然頻率、模態振型、阻尼比及頻率響應函數。

應函數。

表 2 為測試板(a)及板(b)之實驗阻尼比與修正值，經由實驗可取得受測物之阻尼比，但由於在量測加速度響應時加了對數加權函數，因此取得之數據會有加重阻尼之效應，對此一現象必須進行修正，在經由修正及累積平均計算後，可將累積平均值做為有限元素分析輸入阻尼比之依據。



(a)實驗架設圖



(b)量測點規劃圖

圖 5 實驗架設及量測點規劃圖

表 2 實驗阻尼比修正表

Mode	Test Board(A)			Test Board(B)			(A vs B)
	實驗阻尼(%)	修正阻尼(%)	累積平均值(%)	實驗阻尼(%)	修正阻尼(%)	累積平均值(%)	累計平均誤差(%)
1	0.804	0.562	0.562	0.919	0.678	0.678	0.206
2	0.692	0.484	0.523	0.828	0.623	0.651	0.244
3	0.709	0.600	0.549	0.698	0.59	0.631	0.149
4	0.141	0.055	0.425	0.104	0.019	0.478	0.124
5	0.281	0.198	0.380	0.416	0.334	0.449	0.181
6	0.74	0.671	0.428	1.22	1.152	0.566	0.322
7	0.24	0.180	0.393	0.065	0.006	0.486	0.236
8	0.336	0.290	0.380	0.591	0.545	0.494	0.3
9	X	X	X	0.413	0.37	0.48	X
10	0.408	0.364	0.354	0.283	0.246	0.457	0.29
11	0.446	0.408	0.359	0.313	0.279	0.44	0.225
12	0.202	0.167	0.343	0.013	-0.017	0.402	0.172
13	0.479	0.447	0.351	0.192	0.164	0.384	0.094
14	0.146	0.117	0.335	0.229	0.202	0.371	0.107
15	0.235	0.207	0.326	0.051	0.026	0.348	0.067
16	X	X	X	X	X	X	X
17	0.0249	0.001	0.318	0.017	-0.006	0.326	0.025

本次兩塊測試 PCB 在 0~2000Hz 內，共有 23 個自然頻率及其對應之模態振型，而前 6 個自然頻率為此結構之剛性模態，故不加以計算，在自然頻率及模態振型之模態保證指標(Modal Assurance Criterion, MAC)比對上，可利用最大值(Maxima, Max)、最小值(Minima, Min)、平均值(Avg)、標準差(SD)及平方平均根值(RMS)的比對，得到符合實際結構之 FE 模型，並取得兩塊測試板於自由邊界下材料參數及模態參數之變異性。綜合本節分析結果討論如下：

- (1) 在表 1 印刷電路板最佳化材料性質表誤差比對中，可瞭解不同規格之受測物以相同分析方式於材料性質上之變異性，並利用 Avg 及 SD 可進行正負三個標準差之取得以界定誤差範圍，期望提供未來在進行相同分析時之合理範圍參考。
- (2) 由表 2 累計平均的誤差可瞭解在每一模態下，板 A 及板 B 實驗阻尼皆不超過 0.3%，而最後應用於有限元素分析之輸入值誤差為 0.025%，可說相當接近。
- (3) 表 3 為兩塊受測物實驗於同點及相異點之理論及實驗頻率響應函數及關連性函數(Coherence function,

COH)圖表，由表中 COH 圖瞭解，COH 值除了在共振點以外，其餘皆趨近於 1，代表實驗品質良好，而就 FRF 圖瞭解頻率在 800Hz 之前，理論與實驗之比對極為優良，在高頻部份由於加速度計置於測試板節線上，因此未取得些許模態，但以綜合比對，結果仍為良好。

- (4) 表 4 為兩塊受測物於自由邊界之自然頻率比對總表，在最大及最小值之比對上，其誤差值皆未超過 ±3%，而在 SD 及 RMS 比對上，其值未超過 1.5 代表實驗及理論之誤差範圍極小，可代表兩塊 PCB 於自由邊界狀態下，理論與實驗之自然頻率皆有相當程度之準確率。
- (5) 表 5 及表 6 為兩塊受測板於自由邊界之模態振型及模態保證指標之比對總表，在自然頻率在 1000Hz 以內所對應之模態振型圖表現一致，而在模態保證指標之比對上，唯獨第五模態在振型上表現出兩種特性，因此在 MAC 值比對上稍低，其餘模態之 MAC 值皆大於 0.9，可代表實驗及理論分析之一致性，並能將 FE 模型延伸至固定邊界進行探討。

表 3 兩塊受測物在同點與異點之 FRF 及 COH 圖

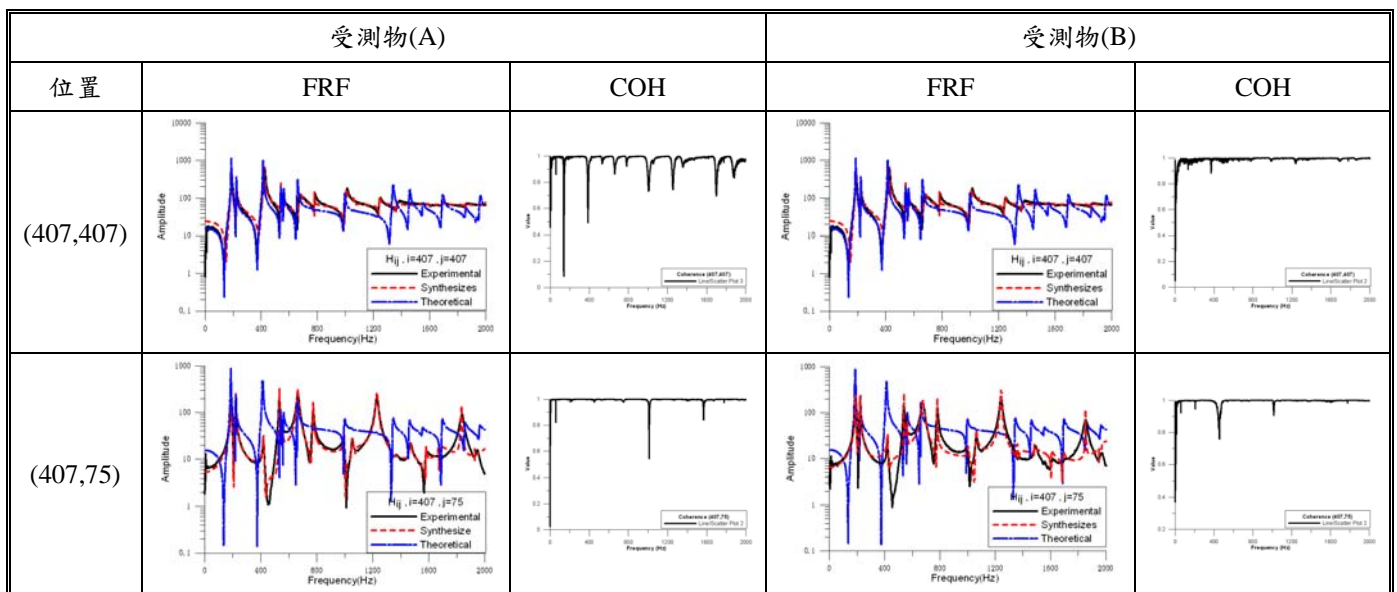


表 4 自由邊界自然頻率誤差總表

模態	Test Board (A)			Test Board (B)			(A)與(B)誤差變異性	
	實驗頻率 (Hz)	理論頻率 (Hz)	誤差 (%)	實驗頻率 (Hz)	理論頻率 (Hz)	誤差 (%)	誤差 (%)	
1	190.26	187.23	-1.59	190.26	191.18	0.48	-2.07	
2	221.43	223.44	0.9	223.75	227.34	1.6	-0.7	
3	420.84	413.48	-1.75	422.16	419.39	-0.65	-1.1	
4	534.27	540.16	1.1	540.08	552.	2.2	-1.1	
5	556.79	561.25	0.8	564.34	575.26	1.89	-1.09	
6	665.8	660.49	-0.8	677.04	671.31	-0.84	0.04	
7	774.69	767.56	-0.92	780.63	779.18	-0.18	-0.74	
8	996.15	995.46	-0.07	1005.2	1003.68	-0.15	0.08	
9	X	1055.4	X	1062.5	1080.05	1.65	X	
10	1230.6	1228.8	-0.15	1242.7	1247.7	0.4	-0.55	
11	1342.7	1340.7	-0.15	1365.5	1345.94	-1.43	1.28	
12	1466.1	1457.8	-0.57	1482.7	1462.97	-1.33	0.76	
13	1580.6	1551.6	-1.83	1607.6	1568.95	-2.4	0.57	
14	1673.8	1692.7	1.13	1691.6	1732.26	2.4	-1.27	
15	1834.4	1856.5	1.2	1854.6	1878.22	1.27	-0.07	
16	X	1936.5	X	X	1948.05	X	X	
17	1928.5	1960.8	1.67	1950.6	1964.68	0.72	0.95	
最大值(Max)			1.67	最大值(MAX)			2.404	2.58
最小值(Min)			-1.83	最小值(MIN)			-2.403	-1.02
平均值(AVG)			-0.06	平均值(AVG)			0.261	0.696
標準差(SD)			1.09	標準差(STD)			1.435	1.188
平方平均根值(RMS)			1.09	平方平均根值(RMS)			1.434	1.342

表 5 兩塊受測物於自由邊界下模態振型比對表

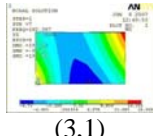
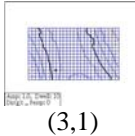
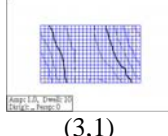
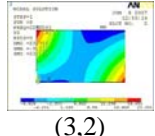
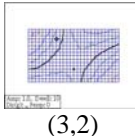
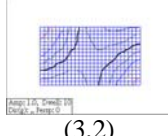
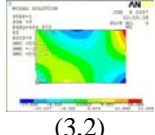
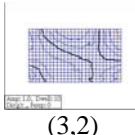
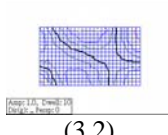
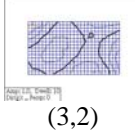
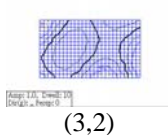
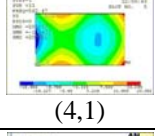
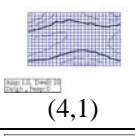
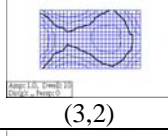
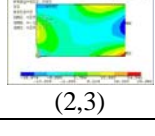
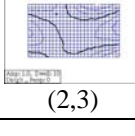
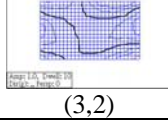
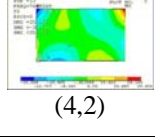
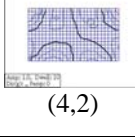
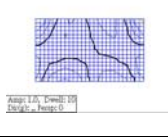
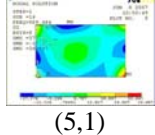
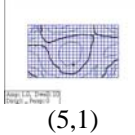
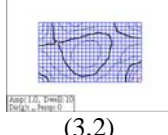
Test Board (A)						Test Board (B)				
FEA 振型			EMA 振型			MAC	EMA 振型			MAC
Mode	頻率 (HZ)	物理意義及模態振型	Mode	頻率 (HZ)	物理意義及模態振型		Mode	頻率 (HZ)	物理意義及模態振型	
F-01	182.39	 (3,1)	E-01	190.26	 (3,1)	0.95	E-01	190.26	 (3,1)	0.98
F-02	226.56	 (3,2)	E-02	221.43	 (3,2)	0.97	E-02	223.75	 (3,2)	0.98
F-03	404.07	 (3,2)	E-03	420.84	 (3,2)	0.93	E-03	422.16	 (3,2)	0.95
F-04	533.63	 (3,2)	E-04	534.27	 (3,2)	0.91	E-04	540.08	 (3,2)	0.91
F-05	562.47	 (4,1)	E-05	556.79	 (4,1)	0.6	E-05	564.34	 (3,2)	0.74
F-06	652.04	 (2,3)	E-06	665.8	 (2,3)	0.95	E-06	677.04	 (3,2)	0.94
F-07	764.37	 (4,2)	E-07	774.69	 (4,2)	0.93	E-07	780.63	 (3,2)	0.95
F-08	959.68	 (5,1)	E-08	996.15	 (5,1)	0.9	E-08	1005.2	 (3,2)	0.92

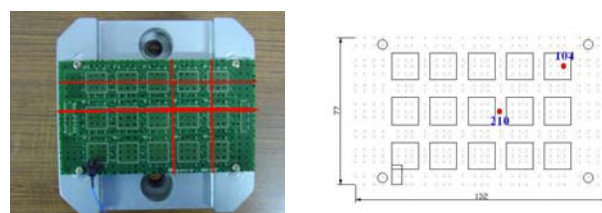
表 6 模態振型 MAC 之比較總表

MAC	Max	Min	Avg	SD	RMS	MAC>0.9	MAC>0.7	MAC>0.5	MAC>0.3	MAC>0.2
受測物(A)	0.976	0.58	0.85	0.125	0.371	9	13	15	15	15
受測物(B)	0.986	0.59	0.87	0.11	0.36	9	14	16	16	16

3.2 印刷電路板於固定邊界下之模型驗證

由於上節已合理驗證出 PCB 於自由邊界下之等效模型，因此本節將延用自由邊界之 FE 模型進行 PCB 於固定邊界狀態下之振動特性探討，以完成等效模型之建立，並可將等效模型延伸進行響應預測。由套裝軟體 ANSYS 中最佳化模組，可進行兩塊測試板彈簧常數 K 值之探討。圖 6 為固定邊界之實驗及量測點規劃示意圖，由圖 6(a)中可知 PCB 以螺絲鎖固 4 邊來模擬固定邊界，在粗直線部份為量測規劃點，在長邊部份簡化為 27 點 2 條，在短邊部份亦簡化為 17 點 2 條，總共點數為 84 點。

在 FEA 部份，圖 6(b)為 FEA 中，簡諧響應分析所設定之點力設定圖，圖中粗點之節點編號分別為 104 及 210 號節點。圖 7 為對應 PCB 於固定邊界狀態下之 FE 模型圖，不同於模擬自由邊界 FE 模型處在於圓圈實心部份為利用線性彈簧阻尼元素(Combin14)，並計算實際鎖固區域採底板之上、下兩層皆拉出彈簧元素來模擬 PCB 四個角落被螺絲鎖固之情形，在每個鎖固點以板下 43 個、板上 6 個元素節點，整體模型共 196 個節點來模擬彈簧元素，另將加速度計之模擬位置變更至粗體空心之位置進行模擬，並由最佳化分析法求得彈簧阻尼元素之彈簧常數。



(a)實驗架設圖 (b)量測點規劃圖
圖 6 固定邊界實驗架構及量測點規劃示意圖

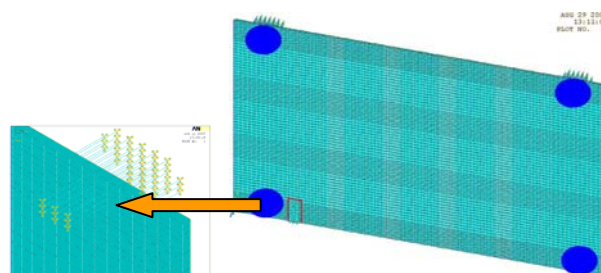


圖 7 固定邊界有限元素模型圖

表 7 最佳化彈簧常數比對表

	T(A)	T(B)	文獻[1]	文獻[2]	Avg	SD
單位	10^9 N/m	10^9 N/m	10^6 N/m	10^6 N/m	10^6 N/m	10^9 N/m
K 值	5.23	5	2.78	1.28	2.5	2.5

表 8 實驗阻尼比與修正表

Mode	Test Board(A)			Test Board(B)			(A vs B)
	實驗阻尼(%)	修正阻尼(%)	累積平均值(%)	實驗阻尼(%)	修正阻尼(%)	累積平均值(%)	累計平均 誤差(%)
1	1.193	0.963	0.963	0.978	0.762	0.762	0.2638
2	0.484	0.369	0.666	0.713	0.603	0.683	-0.0249
3	0.853	0.767	0.699	0.762	0.677	0.681	0.0264
4	0.484	0.407	0.626	0.89	0.816	0.715	-0.1245
5	0.158	0.097	0.521	0.224	0.165	0.605	-0.1388
6	0.77	0.719	0.554	0.47	0.421	0.574	-0.0348
7	0.669	0.621	0.563	0.479	0.432	0.554	0.0162
8	0.503	0.465	0.551	0.356	0.319	0.525	0.0495
9	0.5	0.465	0.542	X	X	X	X
10	0.55	0.524	0.540	0.26	0.229	0.492	0.0976
11	0.399	0.369	0.524	0.435	0.407	0.483	0.0849
12	0.533	0.505	0.523	0.087	0.06	0.445	0.1753
13	0.535	0.511	0.522	0.102	0.078	0.414	0.2609
14	0.545	0.522	0.522	X	X	X	X

本次兩塊 PCB 於固定邊界狀態下，在 0~2000Hz 之內共有 14 個自然頻率及其對應之模態振型，而變異性分析方式與上節相同，皆為利用 Max、Min、Avg、SD 及 RMS 來探討，綜合本節研究結論如下：

- (1) 在表 7 最佳化彈簧常數比對表中，由本文所取得之最佳 K 值配合過去兩篇文獻之 K 值進行誤差範圍之界定，期望未來有相同研究模擬 K 值時，掌握一合理之參考範圍。
- (2) 表 8 為兩塊測試板於固定邊界之實驗修正阻尼比對表，表中 T(A)為測試板(A)、T(B)為測試板(B)，由此表可看出整體累計平均誤差皆小於±0.3%以內，代表阻尼誤差極小。
- (3) 表 9 為兩塊受測物於固定邊界下之 FRF 及 COH 圖表，由 COH 圖形顯示，整體數值皆趨近於 1，代表實驗品質良好；由 FRF 圖形顯示，頻率及峰值在 500Hz 以內對應相當穩合，由於在響應預測部份，主要探討頻率範圍為 5~500Hz 內，因此代表驗證完成之 FE 模型可進行響應預測。

(4) 表 10 為兩塊測試板於固定邊界之自然頻率誤差總表，由整體來看，除了測試板(A)在第 9 模態之實驗與理論對應較差外，其餘之自然頻率皆對應良好，而在 SD 及 RMS 之比對方面，雖然誤差率達到±3%以上，但仍有一定之參考範圍，可代表本次於自然頻率之驗證上為成功的。

(5) 表 11 及表 12 為兩塊測試板在模態振型上之比對，由表 11 中模態振型之圖型顯示，理論與實際之模態振型相當吻合，而在 MAC 的比對上，所有模態之 MAC 值皆大於 0.8，代表實驗振型及理論振型具有一定程度之吻合性，配合表 12 對整體 MAC 所取得 AVG、SD 及 RMS 之誤差值皆小於 1，代表整體 MAC 值變化不大，因此也驗證本文於固定邊界之 FE 模型為等效模型。

表 9 兩塊受測物於固定邊界下異點之 FRF 及 COH 圖

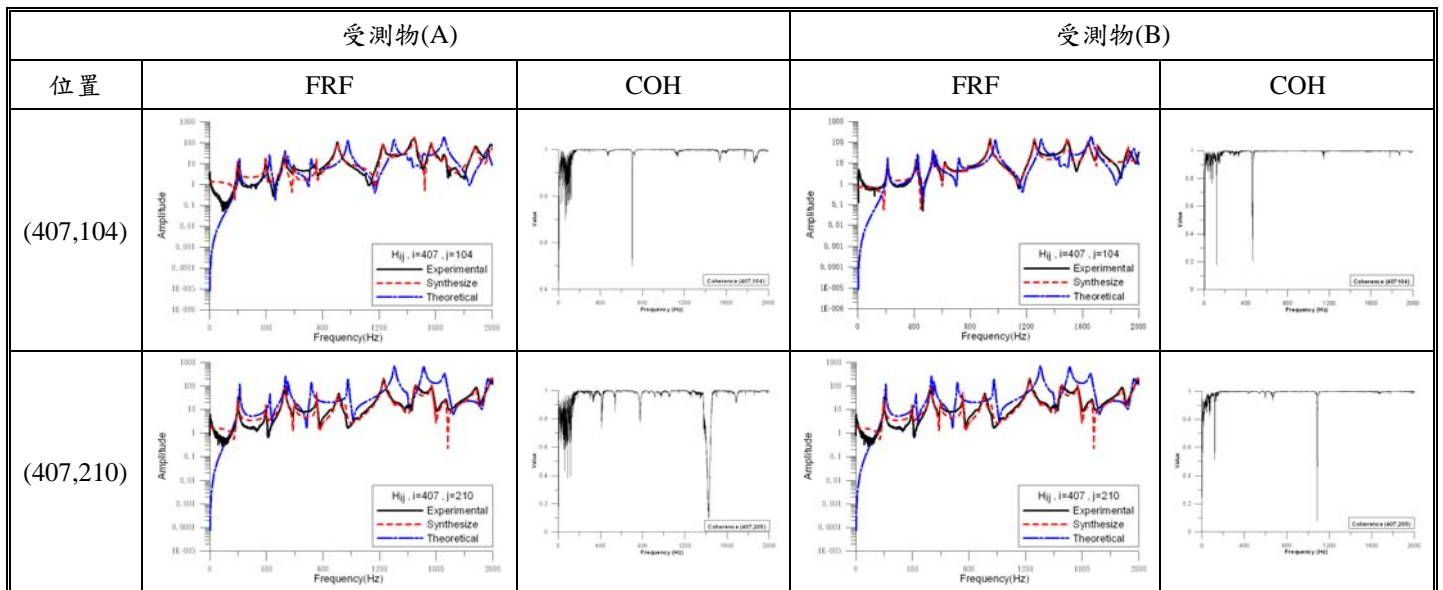


表 10 固定邊界自然頻率誤差總表

模態	受測物(A)			受測物(B)			(A)與(B) 誤差變異性	
	實驗頻率 (Hz)	理論頻率 (Hz)	誤差(%)	實驗頻率 (Hz)	理論頻率 (Hz)	誤差(%)	誤差(%)	
1	198.65	200.59	0.97	212.42	202.14	-4.83	-1.2	
2	398.42	405.74	1.83	416.75	406.42	-2.47	-1.74	
3	530.9	518.63	-2.31	542.99	522	-3.86	-0.4	
4	596.6	581.14	-2.59	618.06	585.85	-5.2	-0.5	
5	756.55	753.81	-0.36	782.41	759.67	-2.9	-0.88	
6	905.57	920.84	1.68	942.33	923.99	-1.94	-1.87	
7	996.15	980.32	-1.58	972.66	987.18	1.49	-2.1	
8	1228.9	1270.8	3.4	1257.3	1289.7	2.57	0.32	
9	1312.4	1456.5	10.97	X	X	X	X	
10	1450.3	1499.7	3.4	1489.9	1468.1	-1.46	-3.33	
11	1568.8	1617	3.07	1639.7	1607.6	-1.95	-2.57	
12	1668.2	1718	2.98	1705.5	1709.7	0.24	11.41	
13	1882.8	1968.6	4.55	1925.7	1971.3	2.36	0.93	
14	1991.6	2063.7	3.62	X	X	X	X	
最大值(Max)			10.97	最大值(MAX)			2.57	11.41
最小值(Min)			-2.59	最小值(MIN)			-5.21	-3.32
平均值(AVG)			2.11	平均值(AVG)			-1.49	-0.15
標準差(SD)			3.45	標準差(STD)			2.65	3.84
平方平均根值(RMS)			3.94	平方平均根值(RMS)			2.55	3.68

表 11 不同受測物於固定邊界下模態振型比對表

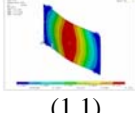
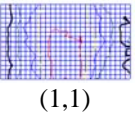
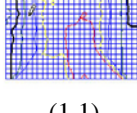
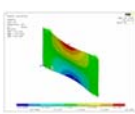
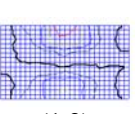
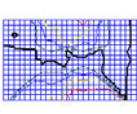
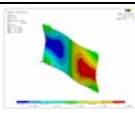
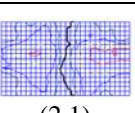
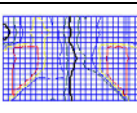
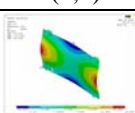
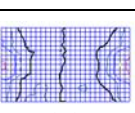
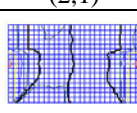
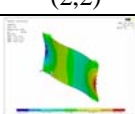
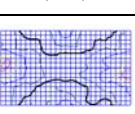
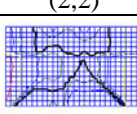
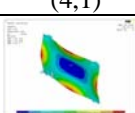
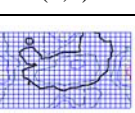
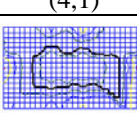
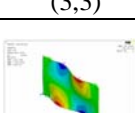
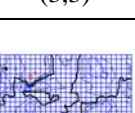
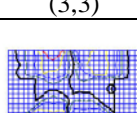
受測物(A)						受測物(B)				
FEA 振型			EMA 振型			MAC	EMA 振型			MAC
Mode	頻率 (HZ)	物理意義及模態振型	Mode	頻率 (HZ)	物理意義及模態振型		Mode	頻率 (HZ)	物理意義及模態振型	
F-01	200.59	 (1,1)	E-01	198.65	 (1,1)	0.96	E-01	212.42	 (1,1)	0.96
F-02	405.74	 (1,2)	E-02	398.42	 (1,2)	0.95	E-02	416.75	 (1,2)	0.97
F-03	518.63	 (2,1)	E-03	530.9	 (2,1)	0.91	E-03	542.99	 (2,1)	0.9
F-04	581.14	 (2,2)	E-04	596.6	 (2,2)	0.81	E-04	618.06	 (2,2)	0.87
F-05	753.81	 (4,1)	E-05	756.55	 (4,1)	0.94	E-05	782.41	 (4,1)	0.96
F-06	920.84	 (3,3)	E-06	905.57	 (3,3)	0.94	E-06	942.33	 (3,3)	0.98
F-07	980.32	 (4,2)	E-07	996.15	 (4,2)	0.84	E-07	972.66	 (4,2)	0.94

表 12 模態振型 MAC 之比較總表

MAC	Max	Min	Avg	SD	RMS	MAC>0.9	MAC>0.7	MAC>0.5	MAC>0.3	MAC>0.2
受測物(A)	0.96	0.43	0.79	0.18	0.74	6	11	12	14	14
受測物(B)	0.98	0.57	0.87	0.12	0.73	7	9	12	12	12

4 印刷電路板之響應預測

在響應預測部份，延伸於固定邊界驗證完成之等效模型，並依照 JEDEC 振動試驗規範進行隨機激振試驗及頻譜分析，由實驗及理論之結合可對理論分析之精準度進行驗證，並可延伸進行 PCB 之疲勞破壞之預測。本次受測 PCB 為無鉛化封裝之晶片用於針對聯合電子裝置工程協會 (JEDEC) 動力試驗規範中制定之測試件規格所製造。圖 8 為 JEDEC 所製定之 JESD-B110 振動試驗規範示意圖，本文應用 E_Level 做為實驗及頻譜分析之設定值，本節分析目標如下：

- (1) 配合 JEDEC 所製定之規範，對兩塊受測板進行隨機激振試驗及頻譜分析，並取得對應之加速度及應變之 PSD。
- (2) 經由加速度及應變 PSD 之圖形及 RMS 之取得，可進行頻譜分析準確性之驗證。
- (3) 由於理論分析驗證準確，因此可利用頻譜分析求得板上任意點之最大主應力 σ_1 及麥西斯應力 σ_{eqv} ，並由應力之 RMS 值推斷 PCB 於隨機激振下可能之破壞位置。

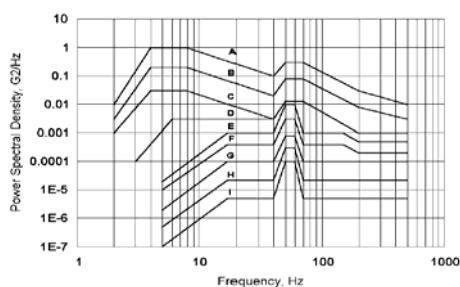


圖 8 JESD-B110 振動試驗規範示意圖

4.1 隨機激振之試驗與分析

在實驗方面，圖 9 為本次隨機振動實驗示意圖，首先由桌上型電腦及 Dactron 控制器依照 JEDEC 所製定之規範進行訊號之輸出，使振動試驗機依照規範產生隨機振動，並利用加速度計及應變規黏貼於夾持在治具上之 PCB 量取訊號，將量取之訊號由頻譜分析儀 (SigLab) 轉換儲存於筆記型電腦中。圖 9 為實驗量測點規劃示意圖，由固定邊界在模態振型上之驗證結果可知 (表 11)，本文在 500Hz 以下之頻率共有兩個，其中振幅變化量最大處皆位在靠近 PCB 中央地區，因此在選點規劃上，以中央地區選取較多。



圖 8 隨機振動實驗示意圖

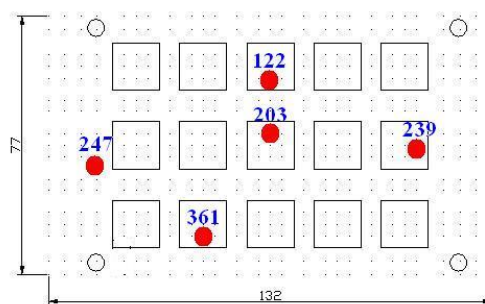


圖 9 實驗量測點示意圖

表 9 加速度計與應變規平均平方根值比較

JEDEC E_Level	Test Board (A)				Test Board (B)			
	加速度		應變規		加速度		應變規	
量測位置	實驗 RMS(g)	理論 RMS(g)	實驗 RMS(m/m)	理論 RMS(m/m)	實驗 RMS(g)	理論 RMS(g)	實驗 RMS(m/m)	理論 RMS(m/m)
122	5.836	5.438	1.864	1.938	5.836	6.238	1.863	0.579
203	5.425	5.639	0.011	1.603	5.429	6.531	0.021	1.81
239	2.508	1.987	0.08	0.549	2.88	5.509	0.101	0.373
247	3.929	0.815	0.016	0.596	3.922	1.169	0.02	0.493
361	4.737	4.376	0.05	1.332	4.741	4.999	0.063	1.532

經由實驗及理論分析所求得 PCB 上任一點之響應 PSD，可計算獲得該點之 RMS，方程式如式 1

$$a_{rms}(f) = \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} G_{aa}(f) df} \quad \text{式 1}$$

利用理論與實驗之加速度及應變 RMS 之比對，以及表 10 之圖型峰值可對理論分析之準確性進行驗證，綜合本節結論如下：

(1) 表 9 為兩塊測試板之加速度計與應變規 RMS 比較表，由測試板對實驗及理論之加速度及應變 RMS 比對，可瞭解兩塊測試板在加速度 PSD 之 RMS 誤差並

不大，但在應變 PSD 之 RMS 稍差，可能原因為應變規之貼付範圍甚廣，而分析只能抓其中一點，因此理論與實驗稍有差距。由數值比較發現，RMS 最大值分別發生在節點第 122 點、203 點及 361 點處，後續本文則針對這三點進行疲勞破壞預測分析。

(2) 表 10 為加速度及應變 PSD 圖形總表，由整體圖形可瞭解，在加速度 PSD 方面之峰值皆對應良好，而在應變 PSD 方面，由於實驗儀器之原因，因此誤差稍大，但整體對應相較良好，可代表頻譜分析可合理代表隨機激振試驗。

表 10 加速度及應變 PSD 圖形總表

JEDEC E_Level	Test Board (A)		Test Board (B)	
量測位置	加速度 PSD	應變 PSD	加速度 PSD	應變 PSD
122				
203				
239				
247				
361				

4.2 印刷電路板之疲勞破壞預測分析

由上節討論可知，透過頻譜分析可以獲得結構物受隨機激振下之 PSD，進而計算響應 PSD 之 RMS，由 RMS 可代表該點可能受破壞程度，即可推定 PCB 於隨機激振下可能破壞之位置。本節利用已驗證合理且等效之 FE 模型進行頻譜分析，以獲得最大主應力 RMS 及麥西斯應力 RMS，由響應平均值為零時可知 $\sigma_{1,rms} = \sigma_{1,std}$ ，則假設實際隨機響應呈現常態分佈時， $\pm 3\sigma$ 已涵蓋 99.97% 之應力範圍，故可由 3 倍原則找出最大及最小主應力，而考慮週期性應力變化時，可求得應力振幅 σ_a ，由 Goodman 疲勞分析可知，若 σ_a 大於 PCB 材料之疲勞強度，則 PCB 材料會產生疲勞破壞，反之，則安全。綜合本節討論如下：

- (1) 表 11 為應力振型圖形總表，由表中整體圖形可瞭解，最大主應力及麥西斯應力發生處皆位於 PCB 之中央地帶，因此本節即截取中央地帶之任意 3 點進行分析。
- (2) 表 12 為應力功率頻譜密度函數 RMS 及應力比對表，由表中圖形顯示，兩塊受測板由理論頻譜分析出來之結果極為接近，而對應 JEDEC 規範，雖然數值有稍微差異，但趨勢仍為相當對應，而在應力方面，對應力 RMS 進行 3 倍原則之套用，可獲得最大主應力及麥西斯應力，並對其界定範圍，以供未來進行疲勞強度研究之參考。

表 11 應力振型圖形總表

JEDEC E_Level	Test Board (A)			Test Board (B)		
頻率(Hz)	200.21	403.82	500	201.75	404.57	500
最大主應力 (σ_1)						
麥西斯應力 (σ_{eqv})						

表 12 應力功率頻譜密度函數 RMS 及應力比對表

JEDEC E_Level	Test Board									
	最大主應力 RMS		麥西斯應力 RMS		σ_1		σ_{eqv}			
量測 位置	圖形	單位 (KPa)		圖形	單位 (KPa)		應力範圍 單位(KPa)			
		T(A)	T(B)		T(A)	T(B)	T(A)	T(B)		
122		7.01	5.8		11.2	8.26	± 21.03	± 17.4	± 33.6	± 24.78
203		9.58	14.7		9.81	13.7	± 28.74	± 44.1	± 29.43	± 41.1
361		5.42	10.7		8.72	12.1	± 16.26	± 32.1	± 26.16	± 36.3

5 結論

本文為印刷電路板模型驗證及響應預測之重複性探討，主要為兩塊不同規格之印刷電路板，於自由邊界及固定邊界狀態下，利用實驗模態分析結合有限元素分析及隨機激振實驗進行模型驗證及響應預測，並於各別測試中探討兩塊測試板之變異性。在模擬自由邊界狀態時，利用實驗模態分析可取得實際結構之自然頻率、模態振型、阻尼比及頻率響應函數，而在有限元素分析亦可獲得自然頻率、模態振型及頻率響應函數，經由實驗與理論之比對，可驗證分析模型與實際結構之等效性，並完成自由邊界狀態下之模型驗證。在固定邊界部份，延伸已完成之自由邊界等效模型進行固定邊界有限元素模型之建構，利用與自由邊界相同之分析方式完成固定邊界之模型驗證並取得等效模型，再將固定邊界等效模型延伸進行響應預測，由隨機激振試驗結合頻譜分析並依照 JEDEC 所製定之規範取得印刷電路板於隨機激振下之響應 PSD，並由計算響應 PSD 之 RMS 及 PSD 圖形峰值驗證頻譜分析之精準度以延伸進行疲勞破壞預測。本文綜合結論如下：

- (1) 經由實驗模態分析結合有限元素分析方式，完成於自由邊界之模型驗證，並對材料參數進行變異性之探討，提供未來進行相同研究時，合理材料參數範圍之依據。
- (2) 將自由邊界完成之等效模型進行固定邊界模型之建構與探討，由文獻[1]及文獻[2]中利用最佳化分析所求得之彈簧常數 K 值進行比對，以找出 K 值模擬範圍，提供未來模擬彈簧常數之參考，並完成固定邊界之模型驗證。
- (3) 由固定邊界完成之等效模型進行響應預測，利用 JEDEC 所製定之規範由隨機振動試驗結合頻譜分析進行響應 PSD 之求取，透過實驗與理論 PSD 之 RMS 及 PSD 圖形峰值比對，驗證頻譜分析於加速度 PSD 之 RMS 準確度分析良好，而對應變 PSD 之 RMS 驗證而言，未來建議實驗時可採用較小之應變規進行量測，以排除理論分析產生誤差之可能性。
- (4) 經由頻譜分析精準度之確立，延伸取得最大主應力及麥西斯應力之 RMS，並利用隨機激振為常態分佈之假設，取得最大主應力及麥西斯應力，並推定 PCB 於隨機激振下可能之破壞位置。
- (5) 對由應變驗證頻譜分析而言，建議未來將有限元素模型細化探討細部模型之振動特性，並配合 Goodman 圖進行疲勞強度之研究，有利於預測 PCB 受振動時，細部模型之振動特性及疲勞破壞。

6 參考文獻

- [1] 王栢村、林鴻裕、李英志 (2005) 環境振動試驗用印刷電路板之模型驗證。中華民國第二十九屆全國力學會議論文集(三)，H013-1-H013-8頁。
- [2] 王栢村、蔡岳穎 (2006) 印刷電路板實驗模態分析重現性探討。中華民國第三十屆全國力學會議論文集，論文編號：H2-6。
- [3] 李英志，2005，*環境激振用印刷電路板之振動特性分析*，碩士論文，國立屏東科技大學，屏東。
- [4] 蔡岳穎，2006，*印刷電路板之振動試驗與驗證分析*，碩士論文，國立屏東科技大學，屏東。
- [5] Wang, B. T., Lin, H. Y., Li, Y. C., Lai, Y. S., and Yeh, C. L., 2006, "Model Verification of Printed Circuit Boards for Environmental Vibration Testing in Mounted Condition," *IMAPS International Technical Symposium*, Taipei, Taiwan, pp. 122-127.
- [6] He, X., and Fulton, R., 2000, "Modeling and Simulation of the Dynamic Response of Electronic Packaging," *Proceeding of 50th Electronic Components and Technology Conference*, Las Vegas, pp. 1535-1547.
- [7] Cifuentes, A. O., 1994, "Estimating the Dynamic Behavior of Printed Circuit Boards," *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*, Vol. 17, No. 1, pp. 69-75.
- [8] Gibson, R. F., 2000, "Modal Vibration Response Measurements for Characterization of Composites Materials and Structures," *Composites Science and Technology*, Vol. 60, pp.2769-2780.
- [9] Gibson, R. F., and Wen, Y. F., 1993 "Evaluation of Boundary Conditions for a Composite Plate Vibration Test," *Proceeding of the Spring Conference on Experimental Mechanics*, Detroit, pp.19-27.
- [10] Yang, Q. J., Lim, G. H., Yap, F. F., Pang, H. L. J., and Wang, Z. P., 1997, "Experimental Modal Analysis of PBGA Printed Circuit Board Assemblies," *1997 IEEE/CPMT Electronic Packaging Technology Conference*, Singapore, pp.290-296.
- [11] Pitarresi, J. M., 1990, "Modeling of Printed Circuit Cards Subject to Vibration," *Institute of Electrical and Electronic Engineers International Symposium*, Vol. 3, pp. 2104-2107.

- [12] Wong, T. E., B. A. Reed, H. M. Cohen, and D. W. Chu., 1999, "Development of BGA Solder Joint Vibration Fatigue Life Prediction Model," *Proceeding of the Electronic Components and Technology Conference*, San Diego, pp.149-154
- [13] Yang, Q. J., Wang, Z. P., Lim, G. H., Pang, H. L., Yap, F. F., and Lin, R. M., 2002, "Reliability of PBGA Assemblies under Out-of-Plane Vibration Excitations," *IEEE Transactions on Components, Packaging, and Manufacturing Technology*, Vol.25, No.2, pp.293-300.
- [14] Wong, T. E., F. W. Palmieri, B. A. Reed, H. S. Fenger, H. M. Cohen, and K. T. Teshiba., 2000, "Durability/Reliability of BGA Solder Joints under Vibration Environment," *Proceedings of the Electronic Components and Technology Conference*, Las Vegas, pp. 1083-1088.
- [15] Yeh, C. L., and Y. S. Lai., 2004, "Application of Support Excitation Scheme in Transient Analysis of JEDEC Board-Level Drop Tests," *Proceeding of the Taiwan ANSYS Conference*, Taiwan, Nantou, pp.13-18.

Respectability Discussions on Model Verification and Response Prediction of Print Circuit Board

Bor-Tsuen Wang¹, Chung-Chih Tao², Pei-Wei Lee²

¹Department of Mechanical Engineering

²National Pingtung University of Science and Technology

Yi-Shao Lai³, Chang-Lin Yeh³, Ying-Chih Li³

³ASE GROUP Kaohsiung Stress-Reliability Lab

ABSTRACT

This paper presents the vibration characteristics study by both experimental and analytical analysis on two printed circuit boards (PCB) with same specification. Both finite element analysis (FEA) and experimental modal analysis (EMA) are carried out to perform model verification as well as random vibration test so as to discuss the variation characteristics of the two PCBs. In model verification, the FE software is used to perform both modal analysis and harmonic response analysis to respectively determine modal parameters and frequency response function (FRF) that are compared with those obtained from EMA to validate the FE model in both free and fix boundary conditions. The validated FE model can then be applied to response prediction according to JEDEC's vibration test criterion (JESD22-B110). Both acceleration and strain of the PCBs in random excitation can be measured and also compared with those predicted by FEA for response validation. Finally, the possible damage location of the PCBs due to random vibration test can be predicted. The prediction variation of the two PCBs is presented to show the difference from manufacturing procedure. This work combines analytical and experimental approaches to study the environmental vibration test of PCBs as well as the validity of the methodology and so forth can be beneficial to the design of PCBs in the concern of vibration test.