

加速度計質量效應模擬分析之評估與驗證

王栢村¹ 陶致均² 賴逸少³ 葉昶麟³ 李英志³

¹ 國立屏東科技大學機械工程系教授

² 國立屏東科技大學機械工程系研究生

³ 日月光集團高雄廠應力可靠度實驗室

Email: wangbt@mail.npust.edu.tw

摘要

本文利用有限元素分析法對印刷電路板進行實驗試驗時之加速度計質量效應進行評估與驗證，並藉由最佳化之材料參數及多種加速度計之模擬方式進行有限元素模型之建構與分析，再將分析結果與實驗結果進行比較驗證。經由有限元素分析中之模態分析及簡諧響應分析可以求得理論之自然頻率、模態振型與頻率響應函數，再由實驗模態試驗中所求得之自然頻率、模態振型與頻率響應函數進行比對，即可獲得加速度計於有限元素分析中之合理模擬方式，並可由分析結果找出更能符合實際結構之整體有限元素模型，進而發展加速度計質量效應模擬技巧於有限元素進階分析，如響應預測時，有較可靠之實驗驗證品質。

關鍵詞：印刷電路板、有限元素分析、加速度計

1. 前言

在電子構裝產業中，印刷電路板(Printed Circuit Board, PCB)在體積日益縮小的情況下，經由高溫所產生之破壞相形重要，但由組裝、運輸及使用過程中之振動所產生的破壞亦為印刷電路板之設計關鍵，因此藉由對印刷電路板振動特性之研究與探討，能夠對PCB進行最佳化之結構設計，在設計過程中，必須對結構振動問題進行瞭解才能探討結構因環境振動所造成的損害，因此，除了基礎之理論分析以外，由有限元素分析法(Finite Element Analysis, FEA)之模擬分析配合實驗模態分析(Experimental Modal Analysis, EMA)可獲得結構之振動特性參數，進而瞭解結構振動特性。

在實際振動特性分析中，加速度計位於PCB上之質量效應為一不可忽略之影響，由李 [1] 對此影響之探討可得知，PCB於有限元素分析中，若不考慮加速度計所產生之質量效應，則無法正確模擬實際板材

之模態特性，因此本文即對加速度計質量之模擬方式進行探討，並評估加速度計模擬方法是否能夠合理的反應實際結構之狀況。

He and Fulton [2] 推導薄板理論由材料之非線性理論應用至印刷電路板上，基於材料線性與非線性兩種假設來尋求較能符合真實PCB振動特性之模擬，並假想薄板以簡支點支撐，並在三種不同型態之激振狀態下，使其產生自由振動、步階振動及簡諧振動且進行實驗分析，並估算在不同頻率下之模態特性。Cifuentes [3] 對PCB封裝時之振動特性進行預測，探討材料為非線性幾何分佈及計算質量與剛性誤差對影響PCB之振動特性的重要性，並瞭解到在評估PCB的自然頻率誤差時，質量誤差的影響遠比剛性來的重要。Gibson [4] 利用EMA之手法對複合材料之PCB進行結果的整理與探討，其中發現，PCB雖為非線性材料，但經由適當設計之EMA手法，可以得到PCB板之材料特性趨近於線性的結果。

Gibson and Wen [5] 探討自由邊界之模擬方式，經由不同材質之彈性係數、阻尼比及自然頻率比對，可獲得到以尼龍線懸吊4邊來模擬為合理之自由邊界模擬方法。Yang *et al.* [6] 利用EMA來瞭解印刷電路板於不同邊界下之振動特性，首先以橡皮筋懸吊來模擬自由邊界，再來利用夾具固定PCB兩邊以模擬固定邊界，並透過實驗，找出實驗量測設備對PCB之振動特性的影響。Pitarresi [7] 探討由於印刷電路板為複合材料，因此將印刷電路板分成數個區塊，並各別探討各區塊上之振動特性，利用衝擊錘試驗及隨機激振之方式皆能獲得模態參數，再由分析結果進行模態參數之比對，以模態保證指標(Modal Assurance Criterion, MAC)確認其模態振型之相關性，並明確的指出了實

驗結果與理論所分析出來模態振型之關聯性。Vikesad *et al*[8] 探討圓柱受自由振動時，圓柱外增加質塊對整體系統的影響，並經由實驗結果得知，當圓柱受到力作用產生自由振動時，質塊的阻尼會改變整體系統之模態特性。Thomsen [9] 利用質塊滑動於平板振動下進行抑制振動的研究，經由數值化的分析可得知在質塊效應的影響下，系統會因質塊之阻尼由高振幅的位移響應衰減為低振幅之位移響應。Awrejcewicz and Krysko [10] 則是推導板材之等向性及非等向性平板理論，並瞭解除了材料彎曲以外，等向性材料之平板在高頻振動下之附著質量影響可忽略不計。

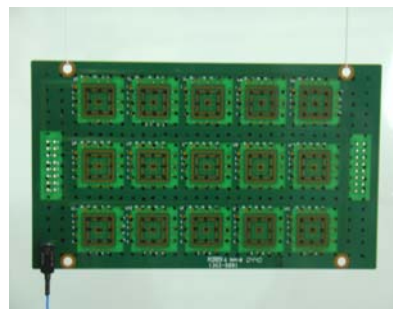
質塊於不同狀況中所產生之質量效應對整體系統的振動模態及理論分析有重要影響，因此本文對 PCB 上之加速度計質量效應進行評估，以提供未來在利用有限元素軟體建構 PCB 及加速度計之有限元素模型時，有一合理且可靠的建構模型方式。

2. 系統定義

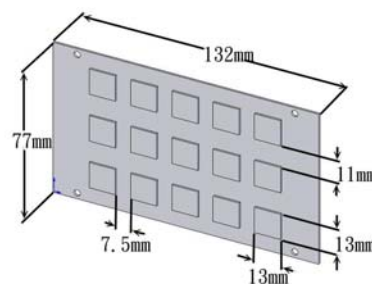
圖 1(a)為本文所探討之受測印刷電路板，經由無鉛封裝晶片用於針對聯合電子裝置工程協會(Joint Electronic Device Engineering Council, JEDEC)動力試驗規範中制定之測試件規格所製造，如能建立與其實際結構等效之有限元素模型，將可簡化相關振動模擬測試所花費之時間，並能對整體結構進行細部尺寸之破壞分析。

PCB 外部尺寸如圖 1(b)所示，有一加速度計置於板材之左下方，並以全自由邊界(Free-Free)之模擬方式進行實驗及有限元素分析，分析目標如下：

- (1) 利用有限元素軟體建立印刷電路板之有限元素模型，並以不同節點模擬方式模擬加速度計之質量效應。
- (2) 利用模態分析求得加速度計於不同模擬方式之模態參數，並與李[1]所驗證之模態參數進行比對，以確認本文加速度計合理之模擬方式。
- (3) 對最佳模擬方式之 PCB 有限元素模型進行簡諧響應分析，並與實驗之結果進行比較驗證，以確保建構模型之可靠性。



(a) 實際模擬自由邊界狀態圖



(b) 印刷電路板外觀尺寸圖

圖 1 印刷電路板實際結構 [1]

3. 有限元素分析

本文採用套裝軟體 ANSYS 進行有限元素分析，將印刷電路板整體分為底板層及底板上的封裝層，並假設底板層為正向性材料，封裝層為等向性材料，表 1 為經過最佳化分析後之材料參數，而圖 2 為 PCB 之有限元素模型示意圖，模型建構說明如下：

- (1) 元素選用：採用線性立體元素(SOLID45)，並以三維質量元素(MASS21)及設置數個質量元素節點來模擬加速度計。
- (2) 元素分割：以元素分割尺寸 3.25(mm)，使用 sweep mesh 方法將整體模型分割為 1148 個元素，有限元素分割及加速度計模擬位置如圖 3，粗體線部份為加速度計實際所占之位置。
- (3) 位移限制條件：以全自由邊界(free-free)模擬，故無須設定任何位移限制。
- (4) 負荷條件：模態分析不須設定負荷；簡諧響應分析需在對應實驗模態分析時之衝擊點位置設定 1(N)之單位力，其對應位置如圖 3 紅點所示。

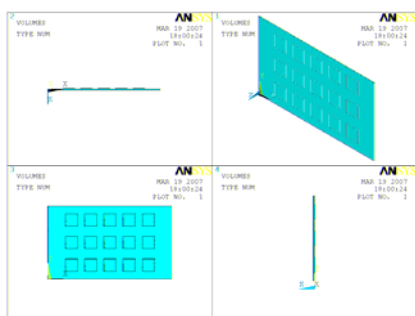


圖 2 印刷電路板之有限元素模型

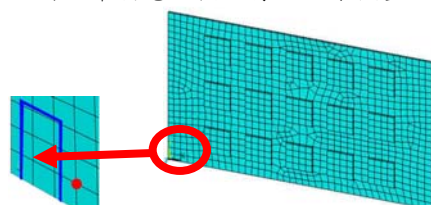


圖 3 加速度計位置示意圖

表 1 印刷電路板最佳化材料性質表

種類	本文設定值	李[1]設定值
底層楊氏係數 $E_{X,B}, E_{Y,B}$	10.36×10^9 (N/m ²)	15.5×10^9 (N/m ²)
底層剪力係數 $G_{XY,B}$	2.5×10^9 (N/m ²)	5×10^9 (N/m ²)
底層蒲松比 $\nu_{XY,B}$	0.25	0.2
底層密度 ρ_B	1984 (kg/m ³)	1910 (kg/m ³)
封裝層楊氏係數 E_C	15.8×10^9 (N/m ²)	28×10^9 (N/m ²)
封裝層蒲松比 ν_C	0.4	0.35
封裝層密度 ρ_C	1840 (kg/m ³)	1840 (kg/m ³)
加速度計質量 m	0.0015 (kg)	0.0015 (kg)

其中針對加速度計模擬，以三種方式進行有限元素模型之建構，表 2 為有限元素模擬中，符合實際結構之合理加速度計有限元素模型建構方式，其設定說明如下：

- (1) 為了探討在印刷電路板之加速度計質量效應的影響，因此 Case1 即模擬無質量元素。
- (2) Case2 為李[1] 所使用之加速度計模擬方式。
- (3) Case3 及 Case4 為圖 4 中實際加速度計所占之區域進行質量劃分之分配，為理想之實際加速度計模擬區域。
- (4) Case5 及 Case6 為探討加速度計模擬之邊界效應對整體結構之影響。

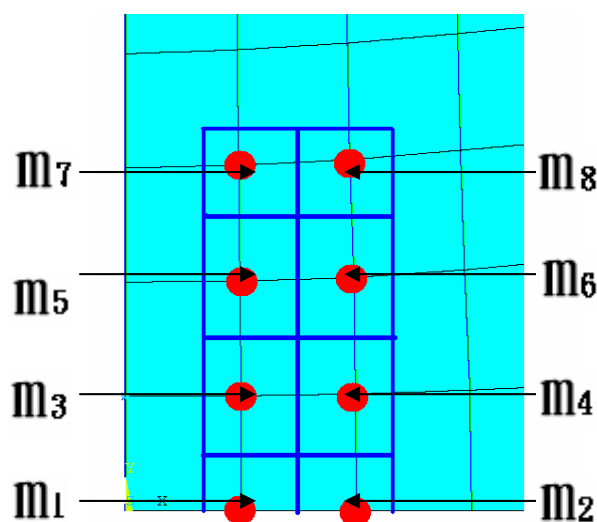


圖 4 分散質量編號

表 2 加速度計模擬方式

模擬編號	Case1	Case2 [1]	Case3	Case4	Case5	Case6
質量元素放置方式	無質量元素	分為板子上、下各 3 點	板子上 8 點	板子上 8 點	板子上 6 點	板子上 6 點
質量元素模擬方式	$m_i = 0$	$m_i = \frac{m}{6}$	$m_i = \frac{m_i}{8}$	$m_1 = m_2 = 1.195 \times 10^{-4}$ $m_3 = m_4 = 2.39 \times 10^{-4}$ $m_5 = m_6 = 2.39 \times 10^{-4}$ $m_7 = m_8 = 1.526 \times 10^{-4}$	$m_i = \frac{m}{6}$	$m_3 = m_4 = 3.586 \times 10^{-4}$ $m_5 = m_6 = 2.39 \times 10^{-4}$ $m_7 = m_8 = 1.526 \times 10^{-4}$
質量元素放置圖形						

4. 結果與討論

利用有限元素分析的模態分析可得到的模態參數為自然頻率及模態振型，並與李 [1] 所驗證的結果進行最大值(Max)、最小值(Min)、平均值(Avg)、標準差(Standard Deviation, SD)及平方平均根值(Root mean square, RMS)的比對，可得到最符合實際結構之模擬結果。

4.1 自然頻率之比對

PCB 在 0~2000Hz 內，共有 23 個自然頻率及其對應之模態振型，而前 6 個自然頻率為此結構之剛性模態，故不加以計算，表 3 為自然頻率誤差總表，結果討論如下：

- (1) 由 Case1 綜合誤差數據皆偏高，可知印刷電路板之有限元素模型於無質量模擬下，並不能代表實際結構。
- (2) 在 Case2 至 Case6 的比對中，Case4 平均誤差值雖然較 Case2、5、6 高，但在標準差及平方平均根值方面，Case4 仍屬於最低之結果，可做為後續探討模態振型之比對目標。

表 3 自然頻率誤差總表

Error	Case1	Case2[1]	Case3	Case4	Case5	Case6
Max	19.05	6.5	11.93	4.52	4.45	3.33
Min	-4.71	-5.35	1.02	-1.16	-2.2	-12.91
Avg	5.5	-0.23	5.13	1.9	1.24	-0.38
SD	5.9	2.95	2.85	1.47	1.84	3.93
RMS	8.0	2.87	5.83	2.38	2.17	3.82

4.2 模態振型之比對

在模態振型的比對中，可由模態振型之圖像及模態保證指標進行比對分析，比對方式說明如下：

- (1) 模態振型之物理意義：長軸及短軸方向的變化，如圖 5，在 X 軸向方向變化 m 次，在 Y 軸向變化 n 次，則稱為 (m,n) -mode，例如：X 與 Y 軸都

各有兩個變化，即稱為(2,2)-mode。

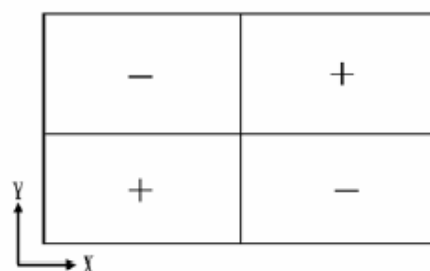


圖 5 模態振型物理意義示意圖

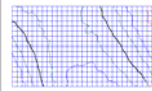


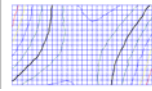


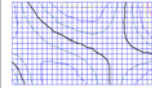

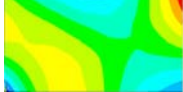

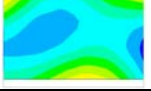
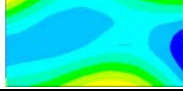
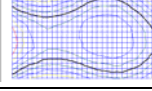


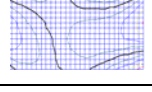
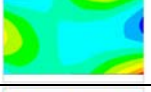
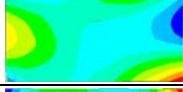
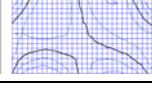

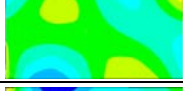


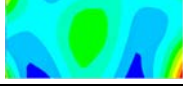

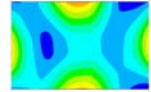
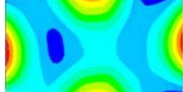
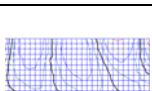
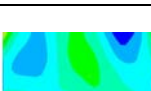
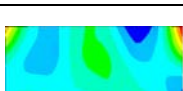


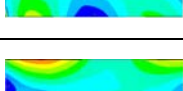
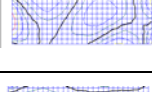

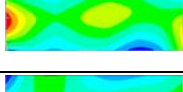
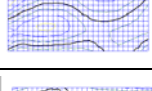


- (2) 模態保證指標：為探討模態振型對應性之指標，其定義如下：

$$MAC(\{\phi_x\}, \{\phi_p\}) = \frac{|\{\phi_x\}^T \{\phi_p^*\}|^2}{\{\phi_x\}^T \{\phi_x^*\} \{\phi_p\}^T \{\phi_p^*\}} \quad (1)$$

其中， $\{\phi_x\}$ 代表實驗所得之模態振型， $\{\phi_p\}$ 代表理論所得之模態振型，*代表共軛複數，若 MAC 值趨近於 1，則代表實驗與理論分析有良好之對應性，反之則代表實驗及理論之間有正交性的關係存在。

- 經由模態振型的比對，可得知在各別模態下的差異性，以下為探討模態振型分析之結果：
- (1) 表 4 為李 [1] 驗證結果與 Case4 之各別頻率下之模態振型比對總表，由表 4 中可看出以 Case4 模擬加速度計在第 11、12、13 個模態的 MAC 值與李[1] 之理論比對皆有顯著的提升，在第 9 個模態的 MAC 雖有下降，但仍有良好之對應性，而第 14 個模態因實驗未能將模態振型找出來，因此在 MAC 比對最小值會稍低。
 - (2) 表 5 為 FEA 與 EMA 之模態振型 MAC 之比較總表，其中包含各別有限元素模型分析對實驗結果共 17 個模態之 MAC 之統計比較，經由比對可知，Case4 在 SD 的比對中雖較 Case5、6 低，但在 Avg 及 RMS 的比對上，仍屬於較合理之模擬，由表 5 亦可得之 MAC 之累計個數可 Case4 在 0.9 的模態已有 11 個，而大於 0.7 的模態更是多達 17 個，綜合上述，足以證明由本文所模擬之 Case4 為最能合理代表實際結構之加速度計模擬方式。
 - (3)

表 4 各別頻率下之模態振型比對總表

Mode	實驗數據[1]		Case2 數據[1]			Case4 數據		
	頻率 (Hz)	EMA 振型	頻率 (Hz)	FEA 振型	MAC	頻率 (Hz)	FEA 振型	MAC
1 (3,1)	161		154		0.91	154		0.97
2 (3,1)	187		200		0.83	200		0.9
3 (3,2)	356		357		0.9	360		0.99
4 (4,1)	461		457		0.67	457		0.99
5 (1,3)	492		467		0.69	467		0.98
6 (2,3)	582		574		0.97	579		0.98
7 (4,2)	660		684		0.97	682		0.95
8 (5,1)	858		857		0.97	858		0.84
9 (3,3)	913		921		0.94	924		0.77
10 (5,2)	1050		1075		0.92	1074		0.92
11 (4,3)	1220		1192		0.74	1197		0.97
12 (1,4)	1300		1278		0.72	1278		0.92
13 (2,4)	1400		1349		0.67	1350		0.78

14 (4,1)	-	X	1429		X	1431		X
15 (4,1)	1590		1596		0.93	1596		0.92
16 (5,3)	1710		1739		0.78	1739		0.78
17 (3,4)	1740		1759		0.83	1760		0.84
18 (6,2)	1980		1974		0.81	1982		0.85

表 5 模態振型 MAC 之比較總表

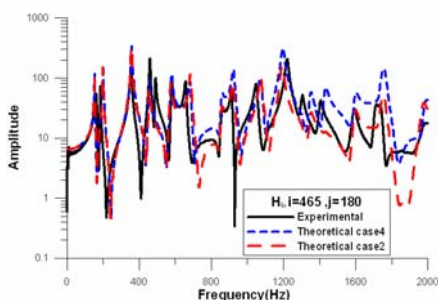
	Case1	Case2[1]	Case3	Case4	Case5	Case6
Max	0.975	0.972	0.884	0.993	0.989	0.975
Min	0.282	0.191	0.299	0.184	0.187	0.084
Avg	0.587	0.803	0.667	0.858	0.844	0.848
SD	0.174	0.192	0.175	0.193	0.196	0.21
RMS	0.61	0.82	0.69	0.88	0.86	0.87
MAC>0.9	1	8	0	11	9	9
MAC>0.8	1	11	2	14	13	14
MAC>0.7	3	14	11	17	15	16
MAC>0.6	10	16	12	17	17	17
MAC>0.5	13	16	13	17	17	17
MAC>0.4	14	16	15	17	17	17
MAC>0.3	16	17	16	17	17	17
MAC>0.2	18	17	18	17	17	17

4.3 頻率響應函數

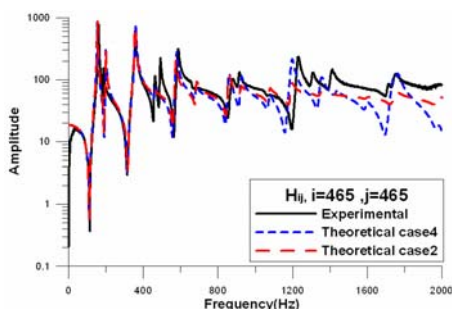
在頻率響應函數的比對中，如果理論數據之曲線能與實驗曲線吻合，則本次理論分析所求得之振動模態參數即為合理可信的，並能驗證有限元素模型有相當程度的等效於實際印刷電路板結構，結果說明如下：

- (1) 圖 6(a)為 Case4 與 Case2 [1] 在敲擊與量測不同點之頻率響應函數結果比對，黑色實線為實驗之曲線，紅色虛線為 Case2 [1] 之曲線，而藍色虛線則為 Case4 之曲線，由圖中可看出大致的曲線都非常吻合。
- (2) 圖 6(b) Case4 與 Case2 [1] 在敲擊與量測同點之頻率響應函數結果比對之曲線也都非常吻合足

以證明本文之理論模態參數之可靠性。



(a) $i=465, j=180$ 之頻率響應函數比對圖



(b) $i=465, j=465$ 之頻率響應函數比對圖

圖 6 理論及實驗之頻率響應函數比對圖

5. 結論

本文探討 PCB 上不同模擬方式所產生之加速度計質量效應，並找出最能符合實際結構之有限元素模型，綜合討論如下：

- (1) 對 PCB 之實際結構進行評估並利用有限元素軟體對 PCB 及多種加速度計模擬方式進行有限元素模型之建構。
- (2) 利用模態分析找出整體有限元素模型於不同加速度計模擬方式之自然頻率及模態振型，並由結果推論最合理之加速度計模擬方式。
- (3) 對本文所探討最佳加速度計模擬之有限元素模型進行簡諧響應分析，以確保理論模態參數的可靠性。
- (4) 模擬加速度計之邊界效應在本文之 Case5 及 Case6 中整體比對上趨近實際結果，但在綜合分析比較後，仍以 Case4 為最符合實際結構之等效模型。因此在未來模擬加速度計質量效應時，建議可由本文所探討之 Case4 來做為模擬參考。

6. 參考文獻

- [1] 李英志, 2005, 環境振動試驗用印刷電路板之振動分析, 碩士論文, 國立屏東科技大學, 屏東。
- [2] He, X., and Fulton, R., 2000, "Modeling and Simulation of the Dynamic Response of Electronic Packaging," *Proceeding of 50th Electronic Components and Technology Conference*, Las Vegas, pp. 1535-1547.
- [3] Cifuentes, A. O., 1994, "Estimating the Dynamic Behavior of Printed Circuit Boards," *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*, Vol. 17, No. 1, pp. 69-75.
- [4] Gibson, R. F., 2000, "Modal Vibration Response Measurements for Characterization of Composites Materials and Structures," *Composites Science and Technology*, Vol. 60, pp.2769-2780.
- [5] Gibson, R. F., and Wen, Y. F., 1993 "Evaluation of Boundary Conditions for a Composite Plate Vibration Test," *Proceeding of the Spring Conference on Experimental Mechanics*, Detroit, pp.19-27.
- [6] Yang, Q. J., Lim, G. H., Yap, F. F., Pang, H. L. J., and Wang, Z. P., 1997, "Experimental Modal Analysis of PBGA Printed Circuit Board Assemblies," *1997 IEEE/CPMT Electronic Packaging Technology Conference*, Singapore, pp.290-296.
- [7] Pitarresi, J. M., 1990, "Modeling of Printed Circuit Cards Subject to Vibration," *Institute of Electrical and Electronic Engineers International Symposium*, Vol. 3, pp. 2104-2107.
- [8] Vikestad, K., Vandiver, J. K., and Larsen, C. M., 2000, "Added Mass and Oscillation Frequency for a Circular Subjected to Vortex-Induced Vibrations and External Disturbance," *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 14, pp. 1071-1088.
- [9] Thomsen, J. J., 1996, "Vibration Suppression by



Using Self-Arranging Mass: Effects of Adding Restoring Force,” *Journal of Sounds and Vibration*, Vol. 197, No. 4, pp. 403-425.

- [10] Awrejcewicz, J., and Krysko, V. A., 1999, “3-D Theory Versus 2-D Approximate Theory of Free Orthotropic (Isotropic) Plane and Shell Vibrations, Part 2: Numerical Algorithms and Analysis,” *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 226, No. 5, pp. 831-871.

Evaluation and Verification of Accelerometer Mass Effect on Theoretical Simulation

**Bor-Tsuen Wang¹, Chih-Chung Tao²,
Yi-Shao Lai³, Chang-Lin Yeh³, Ying-Chih
Li³**

¹**Department of Mechanical Engineering**

²**National Pingtung University of Science and
Technology**

³**ASE GROUP Kaohsiung Stress-Reliability
Lab**

ABSTRACT

This work applies finite element method (FEM) to study the accelerometer mass effect on print circuit board (PCB) during experimental modal testing. The FE modal considering accelerometer mass by different simulation approaches are presented and optimized to determine the PCB material mechanical properties by the comparison between the theoretical and experimental modal parameters. In FEM, both modal analysis and harmonic response analysis are, respectively, performed to get theoretical natural frequency and mode shapes as well as frequency response functions (FRFs). From experimental modal testing, the corresponding modal parameters and FRFs can also be obtained and used to validate the

constructed FE modals including mass effect due to the accelerometer. The most reasonable modeling of the accelerometer mass in conjunction with the PCB FE modal can be found and result in very good agreement with experiments in terms of model parameters and FRFs. The refined PCB modal with the accelerometer mass effect can then be applied to response prediction with better and reliable comparison with experiments and thus improve the simulation accuracy.

Keywords : Printed Circuit Board 、 Finite Element Analysis 、 accelerometer