滑動平台之衝擊分析與實驗驗證

王栢村¹、陳克強²、李昆達³ ¹國立屏東科技大學機械工程學系教授 ²國立屏東科技大學機械工程學系研究生 ³金頓科技股份有限公司 研發處處長 國科會計畫編號:NSC-94-2622-E-020-002-CC3

摘要

本文主要以理論分析來求得平台受衝擊時頂面 所產生時域加速度響應,利用現有平台分析模型導入 有限元素分析進行簡諧分析求得頻率響應函數,並搭 配快速傅立葉轉換與逆快速傅立葉轉換相關理念來 求得平台頂面所產之衝擊波形,同時也與實際衝擊實 驗結果進行比對,目的在於發展一套虛擬測試方法, 爾後可應用於評估衝擊平台之平坦度性能指標所用。 關鍵字:衝擊試驗機,有限元素模型,操作模態分析

1. 前言

隨 IC 產業蓬勃發展,電子產品銷量日益居多, 品質要求也愈來愈高。產品出廠前須經過環境試驗以 確保其可靠度。相關產品環境試驗研究方面林 [1]指 出振動及衝擊測試是電子連接器與線纜組之環境試 驗項目中的一環。楊 [2]也由電機產品製造商的品質 觀點探討:振動測試(vibration test)、衝擊測試(shock test)、落下測試(drop test),以考驗產品品質。由於產 品在使用、搬運及運輸過程中皆會遭遇衝擊環境所累 積之損害,因此衝擊測試為環境試驗中重要的一環。

在衝擊環境測試中,ASTM D3332 設計規範指出 衝擊試驗平台(以下簡稱平台)即必須有足夠之勁度與 剛性以保持水平之平整度(flatness),同時自由落下時 不能有平移或翻轉。而美國軍方 MIL-STD-883E (1996) [3] 規範指出衝擊試驗設備必須提供 500-3000g(peak)之半正弦衝擊脈波(half sine pulse), 衝擊時間在 0.1-1ms 之間,此半正弦波僅允許 20%以 內之誤差,每個軸向必須承受 5 次衝擊波,包括正負 方向。

當產品進行衝擊試驗時主要是依據相關規範規 所定訂的加速度目標波形來進行測試,而衝擊平台本 身是否能產生所需之加速度波形便成為設計關鍵,同 時平台測試面之各個區域是否都能產生等量的加速 度波形也是重要的問題,因此平台時域加速度響應便 成為平台性能指標的重要參數。而當平台於開發設計 階段時,希望的是能夠快速得到碰撞後所產生的加速 度響應以評估其性能指標,縮短研發時程。

本文利用限元素分析結合實驗模態分析來進行 模型驗證(Model Verification),目的是發展平台之等 性分析模型。在相關模型驗證研究方面,王和曹[4] 探討自由邊界版結構,首先進行有限元素分析並以實 驗數據來完成模型驗證。文獻[6-8]也運用了實驗模態 分析結合有限元素分析理念來做模型驗證。而 Ren et al.[9]利用模型驗證來發展出斜張橋之等效分析模型 (analytical model),之後利用隨機機振的方式來預測 橋樑的響應(response prediction)並將其應用在健康監 測上 (heath monitoring),可作為日後維護橋樑的參 考。

有鑑於此,本文利用實驗模態分析結合有限元素 分析來得到衝擊平台之等效分析模型[5],利用此模型 進行響應預測分析(response prediction),模擬實際夾 持邊界情況下之衝擊響應探討,可用於評估衝擊平台 之平坦度性能指標所用,作為變更平台設計的依據。

2. 實驗量測平台衝擊響應方法

實驗量測主要以平台頂面做為量測面,來量取垂 直(Z)方向響應。圖1為實驗量測164個規劃點,圖2 為量測衝擊平台頂面加速度響應實驗示意圖,而圖3 為其對應數學模型圖。實驗時操作衝擊試驗機使平台 從8cm高自由落下撞擊膠塊以產生半弦波,並搭配4 頻道 SigLab 頻譜分析儀採用移動加速度計的方式依 序擷取頂面164點訊號,衝擊試驗所產生的波形依膠 塊(pad)材料不同可以產生不同型式之衝擊波,如半弦 波、方波、鋸齒波等,而此次OMA 實驗及理論求得 平台衝擊響應方法主要是以半弦波作為分析的目標 波形。典型半弦波參數定義如圖4所示,可以表示為:

$$a(t) = \begin{cases} A \sin \frac{2\pi}{2T_D} t, \text{ when } 0 \le t \le T_D \\ 0, \text{ when otherwrise} \end{cases}$$

(1) 其中,A 為半弦波之峰值(Peak value), T_D 為半弦波持 續時間長度, $T = N\Delta t$ 為總取樣時間。圖 5 為測試面 第 75 點的時域加速度響應,由於考慮第 75 點最為接 近平台中心點響應較為確實,因此以此點的響應來作 為目標波形,其中 A = 130g, $T_D = 2.3ms$, N = 8192點, $\Delta t = 7.8 \times 10^{-5} sec$,T = 0.64 sec。

3. 理論分析求得平台衝擊響應方法

由於實驗時平台是落下來碰撞四個膠塊,因此 OMA 實驗數學模型假設平台底部承受四個外力 f_f(t) (j=1,2,3,4)輸入。a_i(t)(i=1,2,...,164)為平台頂面各規 劃點之加速度時域響應,164 個規劃點可由 OMA 實 驗中加速度計 1 來量得以作為理論分析參考比對所 用。

圖 6 為本文發所展出理論分析流程,依步驟敘述如

下:

<u>步驟1:運用快速傅立葉轉換將時域加速度轉換至頻</u> 率域

考慮平台中心部份響應較確實,故假設平台頂面 規劃點第75點即中心點的 $a_i(t)$ 來作為目標半弦波形 並定義為 $a_{is}(t)$,圖6(a)為快速傅立葉轉換(Fast Fourier Transform, FFT)將時域加速度轉換至頻率域方塊 圖,理念是將時域 $a_{is}(t)$ 響應經 FFT 轉換為頻率域的 $A_{is}(f)$ 響應,其中 $A_{is}(f)$ 為目標波形的自身頻譜函數 (Autospectrum)。FFT 是由離散傅立葉轉換(Discrete Fourier Transform, DFT)發展而來以加快運算,DFT 表示如下:

$$X(m\Delta f) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n\Delta t) e^{-i(\frac{2\pi n m}{N})} \Delta t, m = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad (2)$$

其中,N為時間域取樣點數,n為時間域取樣點, Δt 為時間域取樣間隔,m為頻率域取樣點,M=N/2為頻 率域有效點數, $\Delta f = 1/T$ 為頻率域取樣間隔,分析時 另外定義截斷有效頻率(Cut-off Frequency)為 f_c ,有效 解析頻率(Nyquist Frequency)定義為 f_{nyq} 且 $f_{nyq}=f_c \times$ 1.28,取樣頻率(Sampling Frequency)為 f_s ,由於採用 FFT 所以會造成 f_{nya} 為 f_s 的一半。

而計算 FFT 的方式是利用 MATLAB 程式語言來發展,程式設定方面因配合 ANSYS 求解簡諧分析時之 Δf 為 5Hz 故定義目標實驗波形的 N為 2560 點, f_c 為 5000Hz 來進行 FFT。

步驟2:將未知時域衝擊外力轉換為頻率域衝擊外力

經由實際衝擊試驗可知有四個未知外力輸入平 台底部,如圖 6(b)方塊圖所示,其中 $f_i(t) \sim f_4(t)$ 為衝擊 點之衝擊力時間函數,理論上可經由傅立葉轉換將 $f_i(t) \sim f_4(t)$ 轉為頻率域之 $F_1(f) \sim F_4(f)$ 來輸入平台結構以 求得 H_{A,F_j} ,由於 $f_1(t) \sim f_4(t)$ 衝擊力是未知的,因此將 其假設為單位外力即在頻率域下為白噪音(white noise)外力響應,作為爾後輸入平台所用。

步驟3:利用有限元素法對平台結構進行簡諧分析

此步驟對平台進行簡諧分析,如圖 6(c)方塊圖所 示,依上步驟假設衝擊力於頻率域下為白噪音的理 念,便可運用 ANSYS 進行簡諧響應分析求得平台所 受衝擊力輸入與平台頂面加速輸出之頻率響應函數 H_{a_i,f_j} ,相對也可以得知標準波形參考點的頻率響應 函數 H_{A_u,F_j} 。其中 ANSYS 求解頻寬為 0~6400Hz,頻 率解析度為 5 Hz 來求得頻率響應函數。

步驟4:求得輸入平台未知衝擊外力頻率域響應

此步驟可以由圖 6(d)的理念,若當 $A_{is}(f)與 H_{a_{is},f_{j}}$ 均為已知時,則可經由下式來求得所受衝擊力頻率域 $\overline{F_{i}}(f) \sim \overline{F_{i}}(f)$ 。

$$\overline{F_{j}}(f) = \frac{A_{is}(f)}{H_{a_{i},f}(f)}$$
, $j = 1,2,3,4$ (3)

步驟5:求得平台受衝擊時頂面產生之頻率域理論加 速度響應

同步驟4的理念,如圖 6(e)方塊圖所示,若 F_j(f) 及 H_{au,fj}已知時,經下式可求得理論分析下平台頂面 各點的頻率域加速度響應 A_i(f)。

$$A_i(f) = \overline{F_i}(f) H_{a.f.}(f)$$
 , $i = 1, 2, 3, 4$ (4)

<u>步驟6:運用逆傅立葉轉換將頻率域理論加速度響應</u> 轉換為時域響應

最後步驟理念如圖 6(f)所示,主要將各點的頻率 域加速度響應 $A_i(f)$ 運用逆快速傅立葉轉換如下式,轉 成理論分析所得的時域加速度響應 $a_i(t)$;(i=1,2,...,164)

$$X(n\Delta t) = \sum_{m=0}^{M-1} X(m\Delta f) e^{i(\frac{2\pi mn}{N})} \Delta f, n = 0, 1, 2, ..., N-1$$
(5)

式中, M 為頻率域取樣點數,此為最後步驟,完成 理論分析平台衝擊響應流程,上述各步驟均以 MATLAB 語言來發展分析程式。

4. 結果與討論

理論分析求得平台受衝擊時頂面所產生時域加 速度響應之目的主要在發展一套流程用來分析平台 受衝擊時所產生之時域響應。運用虛擬化的分析方式 方法可方便得知不同型式平台之時域衝擊響應,爾後 可代入第五章所發展之平坦度分析模式以作為預測 衝擊平台性能指標所用。

理論分析未知衝擊力探討

平台垂直自由落下碰撞膠塊首先可經動力學中 的動能與未能守恆來探討其落下末速與初速的關 係,其表示式如下:

$$mgh = \frac{1}{2}mV_2^2 - \frac{1}{2}mV_1^2$$
 (6)

由於平台落下前初速 V1=0,所以可得知末速 V2為:

$$V_2 = \sqrt{2gh} \tag{7}$$

若要求得碰撞時輸入平台的外力可以經動力學中的 衝量與動量守恆來探討,其表示式如下:

$$\sum_{j=1}^{4} \int_{t_1}^{t_2} f_j(t) dt = mV_2 - mV_1$$
(8)

其中,
$$f_j(t) = F_j \sin \frac{\pi}{T_D} t$$
, m 為平台質量、

$$\sum_{j=1}^{4} \int_{t_1}^{t_2} f_j(t) dt$$
 則代表四外力輸入下的衝量, t_1 與 t_2

分別為衝擊開始與結束的時間其長度即半弦波之T_D。 平台質量約為 200Kg,且經 8cm 高度落下後碰撞膠 塊之末速可利用式(2-7)自由落體等加速度運動原理 推算出末速為 V₂=1.253m/s。將已知條件帶入式(2-8) 入如下計算可求平台受未知外力:

$$-4F_{j}\frac{T_{D}}{\pi}\cos\frac{\pi}{T_{D}}\Big|_{t_{1}}^{t_{2}} = mV_{2} - mV_{1} \qquad (9)$$

將式(2-9)代入 $t_1=0, t_2=T_D$, 化簡得:

$$F_j = \frac{mV_2 - mV_1}{8\frac{T_D}{\pi}} \tag{10}$$

代入數值可計算得 F_j=42765N,其中衝擊外力作用時 間是經由圖 7 未知衝擊外力頻率域與時域響應圖形 來得知,圖中可發現理論分析所求得的時域下外力為 半弦波形式,其中外力最大值為 6080N,半弦波之 T_D=2.3ms,即外力作用時間。由於先前假設四外力在 頻率域下均為單位外力,因此四個外力經分析後所得 形式均相同,經動力學原理與本研究所發展的理論分 析方法求得外力大小之綜合討論如下:

- 外力作用時間與原先所設定的目標波形TD值相同 都為2.3ms,且原先於理論步驟1所設定的目標波 型之起始點為原點0ms處,而這也與外力作用起 點相符,表示平台碰撞膠塊時外力作用時間與平 台測試面所產生之半弦波持續時間是有一致性 的,因此為合理的情況。
- 由動力學的角度來看,平台自由落下時是將其視為剛體且忽略空氣阻力,而式(6)衝量與動量守恆 理論探討物體碰撞時是不考慮結構之彈性變形 的,因此只單純的計算出能量守恆下的外力。
- 3. 理論分析是由預設的目標波型來反推出輸入平台的未知衝擊外力,然而在實際情況下 平台落下時有空阻力以及煞車器與滑柱間的摩擦力來影響落下末速,且平台與膠塊並非理想剛體,其相互之間的碰撞材料本身會有能量吸收能量的效應,因此實際平台所受的衝擊力應會小於動力學所推算出的衝擊力。
- 4.應用本文所發展的理論分析方法,在衝擊外力是 假設的情況下所求得的衝擊力值雖小於動力學所 推算出的衝擊力,但是其數值仍有一段差距,雖 然有諸多因素導致以動力學求得的外力值與理論 分析方法所得外力值有所差異,但是經此步驟仍 能夠了解平台受衝擊外力之型式為何,也可作為 膠塊設計參考所參考。

理論分析衝擊試驗平台時域加速度響應探討

表 1、2 為平台測試面實驗與理論分析之時域加 速響應,圖 8 為平台靠近中心與邊緣之量測點分佈, 在此選用這些量測點來探討。表中所示的加速度響應 於時間域下分三部份來顯示,如圖 9 所示,其中定義 的A部份是因為進行 OMA 實驗時加速度計依序量測 164 個量測點,過程中各點訊號的觸發位準不一而導 致半弦波起始點有些微時間差異,因此分析時便提早 撷取半弦波之前的響應,其時間長度為 0.391ms 共包 含 6 個時間點,而定義的 B 部份則為半弦波本身的維 持時間 T_D ,最後定義 C 部份的原因是考慮衝擊波形 之後會有振盪效應產生,B、C 時間長度之和為 1.3 倍的 B 時間長度。爾後第五章之加速度時域響應將以 此波型區間來作為評估平台性能指標所用。

由表 1 平台 75 點實驗所得加速度響應可看出其半弦 波型較為完整平滑,因此是理論分析選用此響應為目 標波形的原因,其相關參數 T_D=2.3ms、A=130g,而 理論分析所得時域加速度響應與實驗結果比對,表1 與2綜合討論如下:

- 由表 1、2 中看出理論分析所得靠近平台中心四點 的加速度響應均相同於目標波型,原因為理論分 析時是選用平台 75 點為目標波型,因此求得結果 會與目標波型相同再者理論分析時是以等效模型 利用 ANSYS 來進行分析,因模型是對稱的所以 靠近平台中心四點的加速度響應會相同。
- 在平台邊緣點方面如表2所示,可發現理論所分析的時域加速度響應有些微震盪,原因是平台結構在中央部份厚度為一致並且向外遞減至邊緣, 導致響應沒有中央部份來的好但若與實驗所得之結果及目標波型來比較仍有相同的趨勢。

由表1與表2可以得知在在平台測試面中心與邊緣部份經OMA實驗與理論分析所得之加速度波型, 並且探討其與標準波的重疊情形。圖10為平台頂面 所有量測點之時域加速度響應及誤差圖形,其以全面 的角度來觀察各量測點的加速度波型變化,同時了解 OMA 與理論分析所得的時域加速度波型差異,圖10 綜合討論如下:

- 圖 10(a)及(b)分別為平台頂面 164 個量測點實驗與 理論所得之時域加速度響應瀑布圖,可看出各量 測點響應的差異,理論分析比實驗結果平滑,整 體而言實驗與理論分析所得的結果有一致性。
- 圖 10(c)則為理論分析與實驗誤差圖,在此將時域 響應等分為 0~1.6406ms、1.6406~3.3594ms 兩段來 探討誤差,誤差計算方式為:

$$\operatorname{err} = \frac{\hat{a}_i - \overline{a}_i}{A} \times 100\% \tag{11}$$

其中, â_i 及 ā_i 分別為實驗與理論分析所得加速 京鄉班: 工 4 則为 日 挾 九 則 为 侈 仕

度響應;而A則為目標波型之峰值

- 3. 由圖10(c)之前半段時域誤差可看出最大與最小值為46.9%與-63.116%,且在半弦波起始位置時誤差較大,以量測點第14點來說其最大誤差為38.578%,原因為實驗時此點半弦波較其他各點延遲出現因而導致誤差較大,而邊緣點的實驗加速度訊號也較差也會造成誤差較大,如第1點的誤差即為-63.116%。
- 4. 圖10(c)後半段誤差值其最大與最小值為92.448與 -100.1%且各量測位置點且誤差在各量測點半弦 波結束時較大,原因為實驗量得的半弦波其結束 時振盪較明顯,而理論分析結果較為平滑,所以 導致此現象。
- 5. 由於實驗時並非使用 164 個加速度計來進行全面 性的量測,因此各量測點之衝擊波形會有些許時 間上的誤差,且實驗進行中會不定時更換膠塊與 底座間過濾訊號毛邊用的羊毛氈也會造成各點訊 號振盪不一樣,係來自非同步量測之差異。

圖 10 主要目的在於驗證理論分析求得的時域加

中國機械工程學會第二十三屆全國學術研討會論文集 中華民國九十五年十一月二十四日、二十五日

速度響應是否與實際 OMA 實驗相符合,經比對後得 知有一致的趨勢。最後,圖 11 則用來表示 OMA 及 理論分析加速度時域響應與標準波之誤差分析,藉由 此圖形可以了解時域下平台測試面各量測點的加速 度波型和標準波型的誤差情況,經由圖 11 所得結果 綜合討論如下:

- 圖 11 為 OMA 實驗及理論分析所得時域加速度響 應分別與標準波型誤差的瀑布圖,計算誤差時以 標準波為依據而計算方式與(11)式理念相同。圖 11(a) 最大誤差與最小誤差分別為 92.38%與 -98.193%,而圖 11(b)最大誤差與最小誤差分別為 21.73%與-22.05%,且從中可看出實驗與理論分析 的加速度波型在後半段誤差均較大。
- 從表1、2可看出半弦波在結束時都有些許振盪效 應因此是造成與標準波誤差較大的原因,圖11不 僅可看出各量測點加速度響應在時域下與標準波 型的誤差變化,同時此圖形的誤差理念也表示了 第五章平坦度的定義。
- 3. OMA 實驗與理論分析所得的時域加速度響應雖 然在量的比對上有些差異,但整體而言對於平台 碰撞後所產生的半弦波有相同的趨勢,這對於運 用所發展的理論分析方法得到時域加速度響應以 作為後續性能評估所用已具有相當足夠的可信 度。

5. 結論

本文介紹以理論分析來求得平台受衝擊時頂面 所產生時域加速度響應之方法,從過程中可得知平台 碰撞時所受的外力型式,且理論分析與 OMA 實驗所 得之衝擊加速度也有一致性,本章所得結論綜合如 下:

- 由實驗結果可得知平台測試面靠近中央位置其加速度響應較為良好,這與平台結構設計有關,因為平台高度中央結構部份較厚實同時接近撞擊點,而平台的高度是向外遞減導致越接近測試面外圍其響應越差,因此若進行衝擊試驗時待測物應避免置於測試面外圍。
- 衝擊平台所受的外力形式也屬於半弦波形式,且 外力維持時間也與衝擊平台之半弦波相似,代表 可以經由理論分析來了解外力形式,此結果可以 作為設計膠塊以產生不同衝擊波型時之參考。
- 3. 執行 OMA 實驗時,理想上應於各規劃點上皆安置加速度計,且在相同條件下使平台落下來進行碰撞,這樣可得到一致性的量測結果,應可減低各量測點的衝擊響應時間誤差,然而量測設備以本文而言需達 164 個頻道,實際上仍有所限制。
- 4. 經理論分析與實驗所得的平台時域下衝擊加速度 響應有相當的可信度,因此平台設計開發階段時 可應用本章發展之理論方法來得到時域下衝擊響 應,並同時輔以第5章介紹之平台性能評估方法, 將可得到衝擊即平台性能指標以達到完整之虛擬

測試目的。

誌謝

本研究承蒙國科會計畫與金頓科技股分有限公司經費支助,特以誌謝。國科會計畫編號NSC 94-2622-E-020-002-CC3。

參考文獻

- 林明儀,「電子連接器與線纜組測試分析概要」, 電子檢測與品管,第49期,第39~41頁,2002。
- 楊長江,「以使用者的品質觀點談振動測試」,電子檢測與品管季刊,第四十五期,第58~59頁, 2001。
- 3. MIL-STD-833E,Test Method Standard Microcircuits, US Department of Defense, 1996.
- 王栢村,曹文昌,應用有限元素分析與實驗模態 分析之結構模型驗證,中華民國振動與噪音工程 學會第十屆學術研討會論文集,第 131-138 頁, 2002。
- 王栢村,陳克強,夾持邊界下衝擊試驗機滑動平 台之模型驗證,北京科技大學-屏東科技大學學術 研討會,北京,論文編號:M-E004,2006。
- Singhal, R. K., Guan, W., and Williams, K., Modal Analysis of a Thick-Walled Circular Cylinder, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol.16, No.1, pp.141-153, 2002.
- Karpel. M., and Ricct. S., Experimental Modal Analysis of Large Structures by Substructuring, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 11, No. 2, pp. 245-256, 1997.
- Ma, C. C., and Huang, C. H., Experimental Whole-field Interferometry for Transverse Vibration of Plates, Journal of Sound and Vibration, Vol. 271, pp. 493-506, 2004.
- Ren, W. X., and Peng, X. L., and Lin, Y. Q., Experimental and Analytical Studies on Dynamic Characteristics of a Large Span Cable-Stayed Bridge, Engineering Structures, Vol. 27, pp. 535-548, 2005.
- 王栢村,電腦輔助工程分析之實務與運用,全華 科技圖書股份有限公司,第4-20~4-48頁,2001。

Shock Response Analysis and Experimental Verification for the Carriage of Free-Fall Shock Testing Machine

Bor-Tsuen Wang , Ko-Chiang Chen Department of Mechanical Engineering National Pingtung University of Science and Technology David Lee

King Design Company NSC-94-2622-E-020-002-CC3

Abstract

This work develops the theoretical approach to obtain the time domain shock response of the carriage for free-fall shock testing machine. The equivalent mathematical model can be applied to perform frequency response function prediction due to harmonic analysis. At the same time, the time domain shock pulse can be obtained from discrete Fourier transform and inverse discrete Fourier transform. Operational modal analysis (OMA) is also performed to verify the theoretical prediction. Dynamic properties of the carriage in static and operating conditions are compared. The purpose is to develop a method for virtual testing(VT), that will apply to evaluate the carriage performance index.

Keywords : Shock testing machine, Finite element model, operational modal analysis



目標波形



