

不同邊界網球拍之振動特性分析

VIBRATION CHARACTERISTIC ANALYSIS OF TENNIS RACKET IN DIFFERENT BOUNDARIES

王柏村¹, 莊豐榮², 陳建文³

國立屏東科技大學機械工程系教授

² 國立屏東科技大學機械工程系研究生

³ 國立屏東科技大學機械工程系大學部學生

丁麗芬⁴

⁴ 輔英科技大學體育室教授

摘要

本研究目的在探討網球拍在不同邊界下之振動特性，研究中應用實驗及理論兩種方式，分別對一網球拍進行實驗模態分析與有限元素分析，在有限元素分析中採用樑元素模擬網線與立體元素模擬拍框之共同結構來進行分析，同時考慮不同邊界之效應，並做不同邊界之比較，以了解網球拍在不同邊界下之振動特性。分析結果顯示手握邊界之模態特性確實介於自由與固定邊界。本研究可減少研發測試過程中所耗費之人力與時間，亦可作為其他種球拍之振動分析、設計變更及定義品質之參考。

關鍵字：實驗模態分析，有限元素分析，振動特性

1. 前言

隨著新科技的推展，技術不斷的創新，網球拍之研發更是結合了材料與力學等諸多的領域，強調其賽場優勢與球員握拍之舒適性等的多樣產品也隨之問世，其球拍之設計規格及製造更是越來越複雜。歸納一些報告中，其目的就是取得一個強勁有力，和握拍舒適且安全無慮的最佳設計。除了對其拍框的材質、勁度、網線的延展性、截面積等因素均探討外，各因素間之作用所造成的影響亦需加以研究。

利用實驗模態分析(Experiment Modal Analysis, EMA)，可求得實際結構之模態參數，如自然頻率、阻尼比及模態振型。實驗模態分析是使結構於靜止狀態下進行量測。傳統驅動器之選擇分別為衝擊錘或激振器，感應器則以加速度計為主，再將量測所得到之訊號輸入頻譜分析儀，透過快速傅立葉轉換處理後即可得頻率響應函數。如在丁等人[1]研究透過振動模態實驗的分析方法，求得球拍的自然頻率、模態振型及阻尼比，並分析鈦合金網球拍之振型，藉此了解鈦合金球拍本身固有振動特性。應用衝擊錘對拍柄固定處施以脈衝激振，並以加速規為感應器，擷取空拍框上三十一個座標點的激振資料，將所得資料透過電荷放大器、頻譜分析儀與 STAR 模態分析軟體之處理與運算，求出各模態之振型、自然頻率及阻尼比參數，並經過純量三重積之模態判定矩陣來印證模態之準確性。Wang and Lin[11]中以結構模態的假定參數得到一

個重要的結論，諧波激振的加速響應是可測量和預測模型，預知力的演算法可決定諧波力的振幅與位置，諧波力對樑的激振響應被推導出來，計算諧波力的振幅和位置則以最佳化公式表示之。

在關於網球拍分析中，由相[6]中可知球停留在網線上之時間與網線振動半個週期相同，則可達到較完整之能量轉換，而常見之共振現象，即為作用於系統之外力頻率，與該系統之自然頻率相同所產生之現象，振動理論即在說明物體之振動型式、週期或頻率及所牽涉之力量。而在林[4]中可知不同網線張力對網球拍振動模態之影響，了解網球拍拍面局部之正向彎曲勁度會隨者網線張力的增加而提高，並可以比較由丁等人[2]和丁等人[3]裡所做之分析跟實驗數值做相關之驗證，得知若加上網線後其球拍的自然頻率呈現降低之趨勢。相[5]裡又提到材質、外形、慣量、勁度、網線張力及振動特性等，皆會影響運動狀態，網線之振動對球拍及碰撞過程，就可造成極大影響，然而網線最主要功能就是將球之動能以彈性能儲存，再將本身動能及此彈性能以振動方式傳送給網球，若球停留在網線上之時間與網線振動半個週期相同，則可達到較完整之能量轉換，使球達到最高反彈速度。

關於阻振擋板由 Strode *et al.*[10]裡，評估網球拍線在球拍手柄上的振動擋板振動，了解框有典型的基礎頻率在 100 和 200 赫茲之間，當頻率超過 180 個赫茲到手的振動減少，而擋板的使用減少線振動，線振動擋板是有效在，很快吸引人高周波的振動。蕭[7]

發現鈦合金網球拍受碰撞時，不論在恢復係數及振動響應的表現均優於非鈦金網球拍，鈦金含量高的網球拍恢復係數及振動響應的表現也優於鈦金含量低的網球拍，故鈦金含量可能是影響球拍勁度的原因之一。

其他相關研究中如 Baca[8]中，概述三度空間的和影像覆蓋動畫，利用球的動畫，作球拍影響階段，模擬的結果產生不但關於時間的資訊—球拍和球的依賴三度空間的位置和方位，有每個的三個質量中心和三個角的線性坐標，模擬的結果有球拍的扭轉振動和線平面的撓度和球的壓縮上，球拍的是參數化的，所以球拍的形狀能被改變，其在球拍上的被模擬的衝擊力和反作用力，是模擬一個人造的臂拿著。Hiroyuki and Mitsuo[9]裡作一個二維的機器人學習任務動作的理論，以上下擺動的特點針對網球發球的複雜動作作為實驗方式。

本研究以實驗模態分析與有限元素分析(Finite Element Analysis, FEA)兩種方式，在實驗中分別對球拍進行不同邊界之實驗。如一為自由邊界，一為固定邊界，另一為模擬握拍之手握邊界，最後將有限元素法與實驗模態分析，兩者之頻率響應函數及模態參數作驗證比較，期望所得結果能作為網球拍模擬動態分析、設計變更及定義品質之參考指標，讓球拍使用起來更為實用、舒適及安全。

2. 問題定義與分析目標

2-1. 問題定義

網球拍之實體結構圖如圖 1，模擬方式越接近實際狀態是分析的首要步驟，故探討手握邊界有其研究意義；有限元素分析中採用樑元素模擬網線與立體元素模擬拍框來做實體之網球拍模型，球拍框長 49cm 寬 28cm，球拍柄長 19.5cm。

2-2. 分析目標

- 透過 EMA 分析求得自然頻率、模態振型及阻尼比。
- 進行 FEA 分析求得自然頻率及模態振型並與 EMA 作比較驗證。
- 探討不同邊界包括：自由邊界、固定邊界及手握邊界之振動特性差異。
- 建立網球拍之 FEA 模擬技術及分析模型之可靠性。

3. 有限元素模型說明

本研究是採用 ANSYS 套裝軟體，以有限元素分析法進行理論分析，以求得模態參數，並與實驗結果比較驗證，網球拍之有限元素模型說明如下：

(a)元素類型：採用三維樑元素(Beam4)模擬網線與立體元素(Solid45)模擬拍框以架構網球拍之有限元素模型。

(b)元素分割：簡化之網球拍結構，於有限元素分析中，三維樑元素(Beam4)以直接架構法定義之，取對應的位置建立網線模型；立體元素取適當距離，與實際規劃點位置對應即可，將握柄及拍框進可能平均分割，進行實驗與分析。

(c)位移限制：考慮三種邊界如下說明：

- 自由邊界，無需設定任何位移限制，如圖 2(a)。
- 以彈簧邊界模擬手握邊界於握把處，立體元素加上線性彈簧元素，如圖 2(b)。
- 固定邊界，其固定端位置之節點自由度皆為零，也就是 u 、 v 、 w 為零，如圖 2(c)。

(d)負荷條件：進行模態分析時，不必設定任何之外力負荷條件。

模擬網線張力以初始應變為樑元素之輸入參數條件，利用力學公式推算之，其力學公式如下：

$$\delta = \frac{PL}{AE_{net}} \quad (1)$$

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{P}{AE_{net}} \quad (2)$$

其中， P 為網線的張力， L 、 A 、 E_{net} 分別為網線的長度、截面積及楊氏係數， ϵ 為推算之初始應變，為三維樑元素(Beam4)元素之輸入條件。

4. 最佳化分析

網球拍的材料性質為不確定之參數，所以在做分析時其材料常數必須經由推衍而得知。先以前人所做之數據為依據，調整楊氏係數與密度等參數，再與實驗所做之自然頻率與模態振型進行比對，以獲得此模型與實際結構接近相同之參數，其求得之參數如表 1。

而推衍所得之數據，可再進一步的用軟體來做最佳化分析，以網球拍之拍框和握把與網線之密度、楊氏係數、蒲松比做為設計變數，然而再把先前所得之自然頻率與實驗所得之自然頻率做一誤差，把各頻率之誤差加起來，以此誤差做為目標函數使之為最小，故最佳化問題定義如下：

(a)設計變數：網線： ρ_{net} 、 E_{net} ，拍框： ρ 、 E 、 V ，其中 ρ 為密度， E 為楊氏係數， V 為蒲松比。

(b)目標函數：定義如下：

$$\sum_{n=1}^N \left(\frac{f_n - \hat{f}_n}{\hat{f}_n} \right)^2 \quad (3)$$

使頻率誤差為最小，N 為對應之模態數， f_n 為 FEA 自然頻率， \hat{f}_n 為 EMA 自然頻率。

5. 實驗步驟與方法

將網球拍架設在不同邊界條件下，進行實驗分析，並考慮不同邊界的影響。

5-1. 儀器架設

自由邊界是利用釣魚線從網拍中心懸吊之，以固定敲擊點移動加速度器的方式進行實驗，固定敲擊位在網拍框中心偏離 X 方向 4.5cm 處如圖 3(a)，敲擊點偏離中心以求得扭矩模態。

手握邊界為用人手握之，以固定敲擊點移動加速度器的方式進行實驗，固定敲擊點位在網拍框中心偏離 X 方向 4.5cm 處如圖 3(b)。

固定邊界是將網球拍握把挾持於振動試驗機上，以利將來若比較以振動試驗機作激振源之實驗狀態，敲擊點與手握邊界相同如圖 3(c)。

5-2. 實驗方法

以衝擊錘作為驅動器，對網球拍框施以激振力，利用加速度計作為感應器，量取結構之頻率響應訊號，透過電壓放大器將訊號傳入雙頻道訊號分析儀，由訊號分析儀對輸入之訊號作快速傅立葉轉換，求得球拍的頻率響應函數和關聯性函數，再利用 ME' Scope 軟體架設實驗量測點規劃，如圖 4(a)為自由邊界的實驗量測點規劃，圖 4(b) 為手握邊界，圖 4(c) 為固定邊界，藉由頻率響應函數求得自然頻率、模態振型及阻尼比。

6. 實驗結果與討論

將實驗與理論分析的結果作比較，探討實驗與理論結果差異性，並找出振動影響的特性。

6-1. 自由邊界網球拍之模型驗證

圖 5 實驗之頻率響應函數比較圖，由圖中可看出，實驗結果與曲線嵌合結果接近吻合，代表曲線嵌合正確，圖 5(a)為敲擊點與量測點不同，其峰值的位置相當吻合，圖 5(b)中敲擊點與量測點相同，其曲線嵌合接近重合。

圖 6 為實驗之關聯性函數圖，由其圖 6(a)與圖 6(b)可觀察出，不論其敲擊點與量測點是否相同，除了反

共振點以外，其關聯性函數都趨近於 1，代表此實驗結果可靠度相當高。

表 2 為自由邊界下有限元素分析與實驗所得相對應之自然頻率、模態振型與物理意義，其中 Z1 代表 Z 軸第一彎矩，Y1 代表 Y 軸第一扭矩，(1,1)代表網線模態 (1,1)，其結果討論如下：

- (1) 自由邊界 FEA 與 EMA 模態振型比較表中除了兩個自然頻率誤差大於 10% 以外，其餘誤差皆在 ±10%，誤差較大的原因可能為實驗誤差或模型分析的誤差。
- (2) 模態對應裡，可看出其模態振型對應的結果相當良好，如第一彎矩模態等，而模態中未移動的點稱之為節點，其節點亦可說是在此自然頻率下模態振型中不動的點。
- (3) 此表中可知各個對應的模態，及因網線的影響下，其拍框的模態不明顯，必須把網線遮起來看就可對應到實驗的模態振型，因此頻率下網線的變形遠大於拍框的變形，故網線未遮時其拍框未變形，將網線遮住後則可看出拍框為一彎矩模態，與實驗之模態振型吻合。
- (4) 當 EMA 與 FEA 其分析振型有良好的相關性時，其模態保證指標(MAC)數值會趨近於 1；若數值低於 0.05，則代表 EMA 與 FEA 分析振型之間有正交性。因 FEA 所取的點位置為對照 EMA 接近的點，所以 MAC 的誤差值就相對的高。
- (5) 其對應的模態為 Z 軸的彎矩、Y 軸的扭矩與網線模態，而未對應到的模態為徑向模態與 X 軸彎矩，因在實驗量測時，主要是量測 Z 軸向之響應，所以 X 軸與徑向模態響應就較小甚至等於零。

6-2. 固定邊界網球拍之模型驗證

- (1) 圖 7 為實驗之頻率響應函數比較圖，由圖中可看出，實驗結果與曲線嵌合結果接近吻合，代表曲線嵌合正確，圖 8 為實驗之關聯性函數圖，由其圖可觀察出，其關聯性函數都趨近於 1，除了反共振點以外，代表此實驗結果可信度相當高。
- (2) 表 3 為 FEA 與 EMA 自然頻率比較表，由表可知除了第一個自然頻率誤差大於 10% 外，其餘誤差皆在 ±10% 以內，誤差過大的原因可能是低頻時受邊界影響較大。
- (3) 由表中可看出其對應的模態為 Z 軸的彎矩、Y 軸的扭矩，而未對應到的模態為徑向模態與 X 軸彎矩，因在實驗量測時，主要是量測 Z 軸向之響應，所以 X 軸與徑向模態響應較小以至於沒有對應的情形。

6-3. 不同邊界網球拍之振動特性比較

表 4 為不同邊界 FEA 之自然頻率比較，其綜合討

論如下：

- (1) 由表可知因自由邊界前 6 個為剛體模態，所以少了固定邊界與彈簧邊界第一種形態的振型，因此自由邊界的第一彎矩模態振型等於固定邊界與彈簧邊界的第二彎矩模態振型，雖自然頻率不同但其振型會對應到，所以就同一模態來說，理論上自然頻率固定邊界大於彈簧邊界，而自然頻率彈簧邊界大於自由邊界，而對應為同一模態為固定與彈簧邊界。
- (2) 不同邊界 FEA 之自然頻率比較中，可知其網線模態在 FEA 裡來說為獨立的，像是網線模態 (1,1) 在固定邊界、自由邊界與彈簧邊界其自然頻率都為 528.2Hz，而其它之網線模態也是一樣，亦即網線模態不受任何邊界的影響，亦不論在自由邊界、彈簧邊界或固定邊界其自然頻率為恆定。
- (3) 自然頻率對應結果可知理論分析結果合理，其相同之模態振型除徑向模態與網線模態外，自然頻率為固定邊界大於彈簧邊界，而彈簧邊界亦大於自由邊界。

表 5 為不同邊界之阻尼比累計平均(%)比較，由表可知最後之累計阻尼比固定邊界大於自由邊界，可能因固定邊界之狀態易消耗其固定邊之能量，而就手握邊界握強、握弱來說，可知手握弱易於吸振，易消耗能量，由表 4 中可知手握弱在低頻的阻尼比都相對高於手握強的，由此可知可能高阻尼較易於吸振。

然而基本上若只看於有限元素分析之比對而不與實驗比對，也可知其模態都是有其相關性的，但還是必須先以實驗來作比較驗證，才可得知其關聯性。

7. 結論

本文利用有限元素分析法作模態分析，得到網球拍的自由邊界、固定邊界與手握邊界之自然頻率與模態振型，並進行實驗與理論的比對驗證，作各邊界間的結果比較討論，其總結如下：

- (1) 實驗與理論比較驗證的結果相當良好，唯有理論得到的幾個特殊結果與實驗無法對應，如 X 方向的彎矩模態與徑向模態，因在實驗量測時，主要是量測 Z 軸向之響應，所以 X 軸與徑向模態響應就較小甚至等於零，而模型驗證裡除了幾個自然頻率誤差大於 10% 以外，其餘誤差皆在 ±10%。
- (2) 在不同邊界的比較中，得知其相同模態的自然頻率，其頻率大小順序與理論相同，就手握邊界而言，其模擬之彈簧邊界可能還不足以作以模擬手握邊界，從實驗中得知低頻時的振幅較大，高頻時的振幅較小，而網線模態在 FEA 可能為獨立模態，即不受任何邊界的影響，亦不論在自由邊界、彈簧邊界或固定邊界其自然頻率為恆定。
- (3) 以實驗之阻尼比而言，其固定邊界累計阻尼大於

自由邊界累計阻尼，因固定邊界易消耗能量，而從手握強度比較中，可知其手握輕易於吸振，易消耗能量，手握輕的在低頻的阻尼比相對高於手握強，證明高阻尼較易於吸振。

- (4) 本研究可減少研發測試過程中所耗費之人力與時間，亦可作為其他種球拍之振動分析、設計變更及定義品質之參考。

8. 參考文獻

1. 丁麗芬，林寶城，林啟川，謝富秀，高英傑，"鈦金網球拍之振動模態分析"，*北體學報*，第 10 期，第 9-21 頁，民國九十一年。
2. 丁麗芬，王? 村，林寶成，張家華，陳柏宏，"網球拍之模態特性驗證"，*教練科學*，第 2 期，第 29-40 頁，民國九十二年。
3. 丁麗芬，王? 村，林寶成，張家華，陳柏宏，"有無網線球拍之動態特性分析"，*大專體育學刊*，第 13-25 頁，民國九十二年。
4. 林寶城，"不同網線張力對網球拍振動模態之影響"，*第 13 屆亞洲運動科學研討會論文*，曼谷，泰國，第 1-108 頁，民國八十七年。
5. 相子元，"有限元素法於運動器材之應用"，*體育學報*，第 26 卷，第 129-136 頁，民國八十七年。
6. 相子元，"網球拍振動之有限元素分析"，*國立體育學院論叢*，第 2 卷，第 29-38 頁，民國八十六年。
7. 蕭美珠，"不同網球拍擊球之動力響應分析"，*北體學報*，第 9 期，第 83-95 頁，民國九十年。
8. Baca, A., "Application of Computer Animation Techniques for Presenting Biomechanical Research Results," *Computers in Biology and Medicine*, Vol. 28, pp. 449-454(1998).
9. Hopkins, C., "Statistical Energy Analysis of Coupled Plate Systems With Low Modal Density and Low Modal Overlap," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 251, pp. 193-214(2002).
10. Strode, C. L., Noble, L., and Walker, H. S., "The Effect of Tennis Racket String Vibration Dampers on Racket Handle Vibrations and Discomfort Following Impacts," *Journal of Sports Sciences*, Vol. 17, pp.

11. Wang, B. T., and Lin, K. Y., "Prediction of Harmonic Force Acting on Cantilever Beam, " *Proceedings of the 18th International Modal Conference, Dearborn, Michigan, No. 64, Session 3(2004).*

表 1. 材料參數

	網線	拍框	握把
楊氏係數(N/m ²)	2.418×10 ¹⁰	2.684×10 ¹⁰	1.622×10 ¹⁰
密度(kg/m ³)	4.4	1632	820
蒲松比	0.2967	0.27012	0.3
截面積(m ²)	1.2469×10 ⁻⁶	X	
IZZ(m ⁴)	1.2372×10 ⁻¹³		
IYY(m ⁴)	1.2372×10 ⁻¹³		
Z(m)	0.00126		
Y(m)	0.00126		
初始應變	0.00737177		

表 2. 自由邊界 FEA 與 EMA 模態振型比較表

FEA			EMA				MAC
模態	自然頻率(Hz) 物理意義	模態振型	模態	自然頻率(Hz)	模態振型	頻率誤差 %	
7	142.2 Z(1)		1	139		2.3	0.83
9	333.6 Y(1)		2	347		-3.9	0.86
10	397.9 Z(2)		3	390		2.03	0.86
12	528.2 (1,1)		4	553		-4.5	0.46
13	735.4 Z(3)		6	765		-3.9	0.53
15	960.7 Y(2)		7	788		21.9	0.6
19	1246 Z(4)		10	1140		9.3	0.56

20	1328 (1,2)		13	1420		-6.5	0.65
22	1672 Y(3)		17	1920		-129	0.73

表 3. 固定邊界 FEA 與 EMA 模態振型比較表

FEA			EMA			頻率誤差 %
模態	自然頻率(Hz) 物理意義	模態振型	模態	自然頻率(Hz)	模態振型	
1	35.7 (Z1)		1	23.6		51.1
4	151.1 (Z2)		3	144		4.9
6	385.5 (Y2)		4	373		3.4
7	444 (Z3)		5	407		9.1
12	942.5 (Z4)		10	949		-0.7
13	1020 (Y3)		11	1060		-3.8
17	1428 (Z5)		17	1440		-0.8
22	1940.5 (Y4)		20	1930		0.5

表 4. 不同邊界 FEA 之自然頻率及模態振型比較

自由邊界			彈簧邊界			固定邊界		
模態	自然頻率 (Hz) 物理意義	模態振型	模態	自然頻率 (Hz) 物理意義	模態振型	模態	自然頻率 (Hz)	模態振型
			3	2.12 Z 軸第一彎矩		1	35.7	
			4	5.92 Y 軸第一彎矩		3	108.1	
7	142.2 Z 軸第一彎矩		7	145.9 Z 軸第二彎矩		4	151.1	
9	333.6 Y 軸第一彎矩		9	333.7 Y 軸第二彎矩		6	385.5	
10	397.9 Z 軸第二彎矩		10	398.2 Z 軸第三彎矩		7	444	
12	528.2 網線模態 (1,1)		12	528.2 網線模態 (1,1)		8	528.2	
13	735.4 Z 軸第三彎矩		13	735.7 Z 軸第四彎矩		12	942.5	
15	960.7 Y 軸第二彎矩		15	960.9 Y 軸第三彎矩		13	1020	
20	1328 網線模態 (1,2)		20	1328 網線模態 (1,2)		16	1328	

19	1246 Z軸第四彎矩		19	1247 Z軸第五彎矩		17	1428.8	
24	1801 網線模態 (2,1)		24	1801 網線模態 (2,1)		20	1801	
22	1672 Y軸第三彎矩		22	1672 Y軸第四彎矩		22	1940.5	
25	1865 Z軸第五彎矩		25	1866 Z軸第六彎矩		25	2289	

表 5. 不同邊界之阻尼比累計平均(%)比較

模態數	自由邊界修正 正阻尼(%)	自由邊界 累計平均 (%)	手握弱邊 界修正組 尼(%)	手握弱邊 界累計平 均(%)	手握強邊 界修正組 尼(%)	手握強邊 界累計平 均(%)	固定邊界 修正組 尼(%)	固定邊界 累計平均 (%)
1	0.49	0.49	8.37	8.37	4.9	4.9	6	6
2	0.51	0.5	3.83	6.1	2.3	3.6	5.93	5.965
3	0.53	0.51	1.98	4.727	3.53	3.577	1.6	4.51
4	0.15	0.42	1.83	4.003	2.98	3.428	1.52	3.763
5	1.53	0.642	1.07	3.416	4.61	3.664	2.56	3.522
6	0.53	0.623	3.68	3.46	2.77	3.515	0.35	2.993
7	0.63	0.624	0.61	3.053	1.4	3.213	3.9	3.123
8	0.21	0.573	0.53	2.738	2.05	3.068	0.38	2.78
9	0.17	0.528	0.17	2.452	1.85	2.932	0.46	2.522
10	0.24	0.499	0.25	2.232			2.5	2.52
11	0.71	0.518	0.26	2.053			2.4	2.518
12	0.23	0.494	0.31	1.908			1.84	2.462
13	0.24	0.475	0.32	1.785			0.73	2.328
14	1.04	0.515	0.42	1.688			2.93	2.371
15	0.23	0.496					0.27	2.231
16	0.21	0.478					0.41	2.118
17	0.17	0.46					0.52	2.024

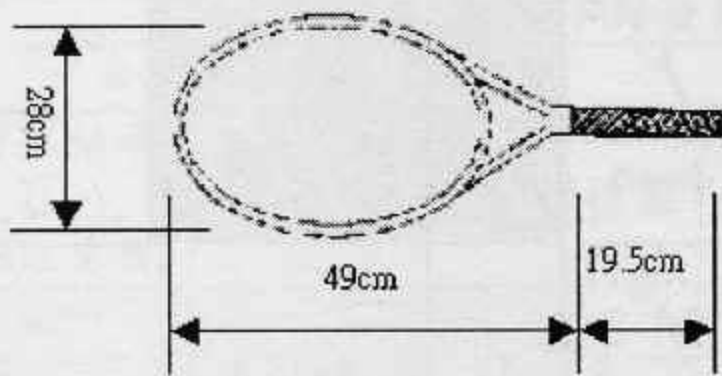
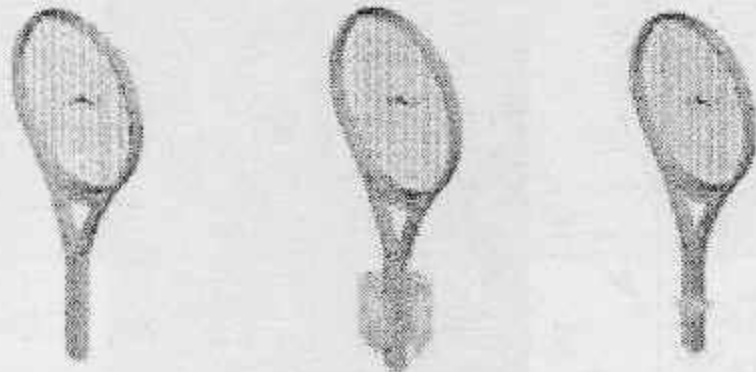
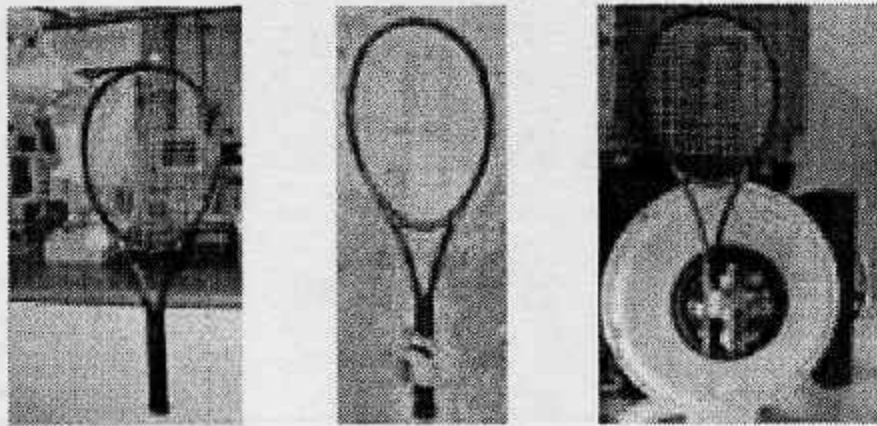


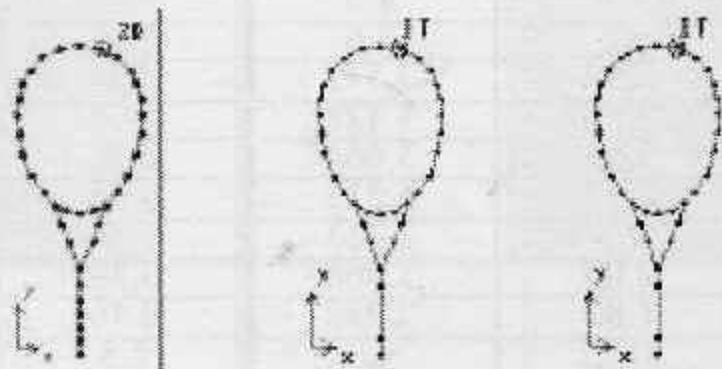
圖 1. 實體結構圖



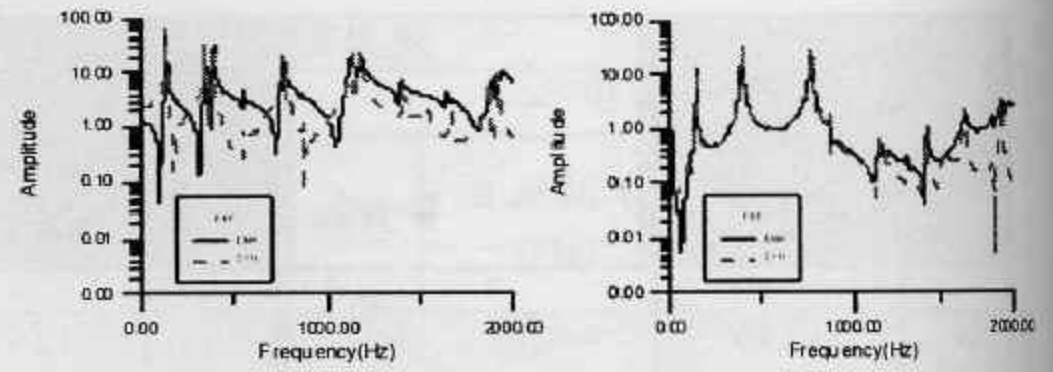
(a)自由邊界 (b) 彈簧邊界 (c) 固定邊界
圖 2. FEA 模型



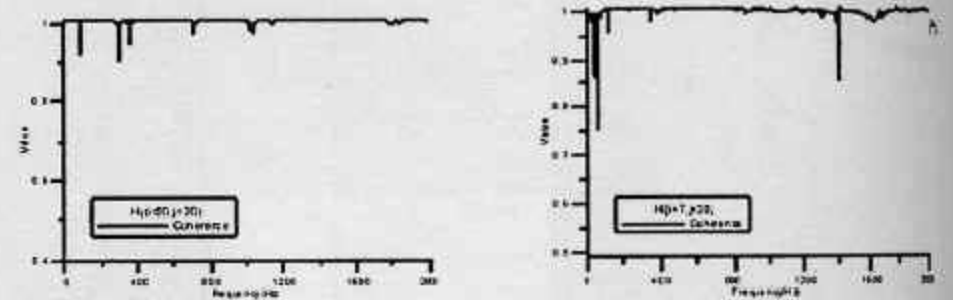
(a)自由邊界 (b)手握邊界 (c)固定邊界
圖 3. 實體之實驗架構



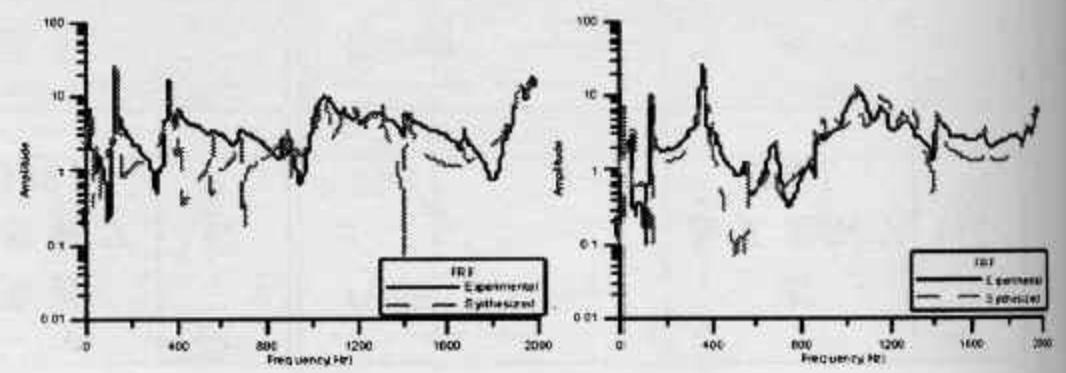
(a)自由邊界 (b)手握邊界 (c)固定邊界
圖 4. 規劃實驗量測點



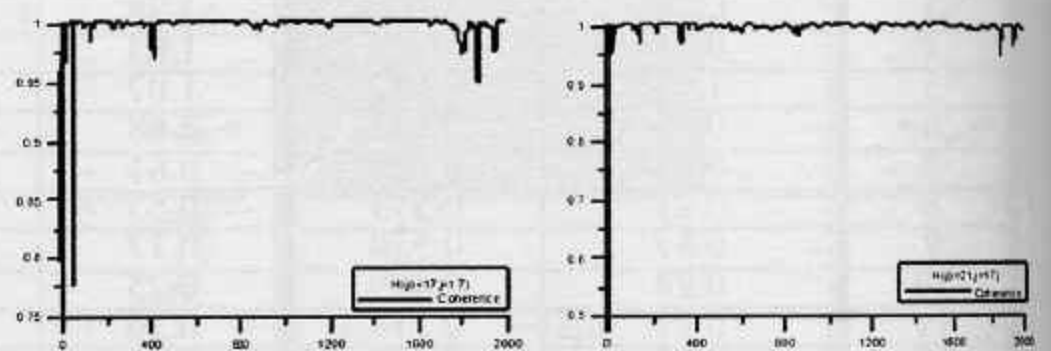
(a)Hij(i=7, j=20) (b)Hij(i=20, j=20)
圖 5. 自由邊界實驗與合成之頻率響應函數圖



(a)Hij(i=7, j=20) (b)Hij(i=20, j=20)
圖 6. 自由邊界實驗之關聯性函數圖



(a) Hij(i=17, j=17) (b) Hij(i=21, j=17)
圖 7. 固定邊界實驗之頻率響應函數圖



(a) Hij(i=17, j=17) (b) Hij(i=21, j=17)
圖 8. 固定邊界實驗之關聯性函數圖