

振動試驗機垂直輔助平台之模型更新

Model Updating for Vertical Auxiliary Table of Vibration Testing Machine

王柏村¹,李沛緯²,陳郁伶²

¹國立屏東科技大學機械工程系教授

²國立屏東科技大學機械工程系學生

李昆達³

³金頓科技股份有限公司研究發展處處長

摘要

本文主旨為結合有限元素分析及實驗模態分析，對振動試驗機之垂直輔助平台結構進型模型驗證。首先，對平台之有限元素模型進行收斂性分析及理論模態分析，並建構及比較具彈簧邊界與全自由邊界之振動模態特性；其次，說明模擬自由邊界之實驗架構及方法，即以衝擊錐為驅動器、加速度計為感測器之傳統實驗量測方式，並應用模態參數擷取方法求得模態參數，包含自然頻率，模態振型，及阻尼比。最後，對兩者分析所得之系統內涵進行對比驗證，進而得到足以代表實際結構之等效分析模型。結果顯示有限元素分析與實際模態分析結果吻合度有誤差，平台所發展之分析模型需再進一步修改，推測產生誤差原因為肋上之補強板與平台為不同材質之材料。

關鍵字：振動平台，振動試驗機，有限元素分析，實驗模態分析

1. 前言

物品不論在製造、運送或操作上皆會產生振動或受振動所影響，因此振動試驗是產品設計中相當重要的一環，NAVMAT P-9492[1]主要分成兩部分，溫度循環與隨機振動，溫度循環篩選對一般產品而言，開始循環的前六個週期，是發現失效最多的，也就是篩選效率最好的，而依照循環的增加，產生的失效越少。隨機振動所產生的失效遠比溫度循環所產生的少很多，但進行隨機振動後再做溫度循環，則產生的失效比單只做溫度循環所產生的多，因此，溫度循環試驗通常會在振動試驗後進行。透過振動試驗機可得知產品在振動環境下的耐振能力，為了使振動試驗機能在額定振動負荷內產生效用，故振動試驗機的結構振動特性更為重要。而垂直輔助平台則可加大承受待測物的面積，使待測物的範圍更廣，同時平台也將振動試驗機之振動特徵傳遞至待測物品，因此平台關係到物品是否受到真實的振動特徵。

由於電腦的強大運算能力以及配合軟體的使用，越來越多的廠商建立電腦輔助工程分析（Computer Aided Engineering, CAE）技術並以有限元素分析法進行分析，取代傳統實體模型的研究，如此將可節省許多的時間及開銷。

王和陳[2]使用有限元素分析和實驗模態分析做驗證，求得平台在自由邊界下可代表實際模型的等效分析模型結構，以利後續之工程開發分析。之後王和陳[3]為探討固定邊界下的平台振動，因此使用有限元素

分析及實驗模態分析相互對照驗證，以求得平台固定於激振器上等效結構之數學模型，其結果對後續平台開發之人力、時間與經費的節省縮短有不小幫助。王和曹[4]使用 Solid95、Solid45、Shell93、Shell63 四種元素對平板做有限元素分析，從文中可得知使用 Solid 95(二次立體元素)較能代表實際的結構狀況，但其實驗所採用的四種元素 (Solid95、Solid45、Shell93、Shell63) 與理論值相差不大，若考慮節省時間成本，則採用 Shell63 元素即可。王和林[5]把影響激振音圈品質的因素分為三個層面，可分為：(1) 鑄造 (2) 加工後 (3) 包含線圈。在前兩個階段都要經過篩選才能進行下一個步驟，最後一個步驟篩選完即完成音圈。

本研究應用相同方法，將有限元素分析軟體導入電腦輔助工程分析技術，建立理論分析模式，另一方面以實驗模態分析技術施行於實驗，進行振動試驗機垂直輔助平台結構之模型驗證。

2. 問題定義與分析目標

常見的平台種類有圓形、方形等，以待測物品的測試需求決定平台的種類。本文所探討之振動平台為測試面 600 mm 見方之正方形平台，如圖 1 所示。此平台是採用鋁鎂合金鑄造而成，表面有棋盤式的螺孔分布，側邊有補強肋加強平台結構，其幾何參數及材料性質如表 1。

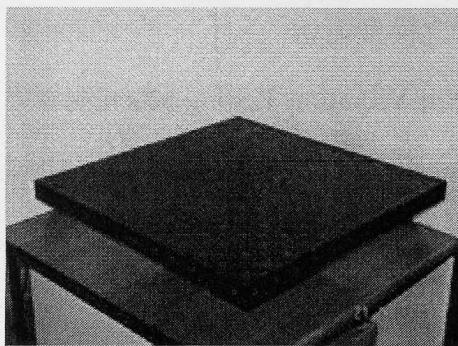


圖1. 600型平台實體圖

表1. 600型平台幾何參數及材料性質

種類	600型
長	600(mm)
寬	600(mm)
高	200(mm)
肋寬	23(mm), 20(mm)
鋁鎂合金之楊氏 係數(E)	7×10^4 (N/mm)
密度(ρ)	2.65×10^{-9} (kg/mm)
蒲松比(v)	0.29

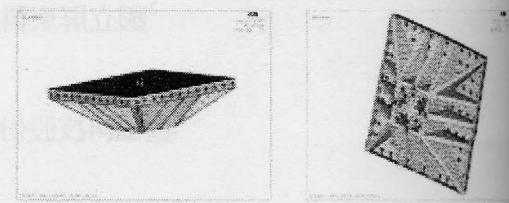
3. 有限元素分析

首先利用 CAD 軟體 Inventor 建立平台之 3D 模型，以 SAT 介面輸入至有限元素軟體 ANSYS，並在其中得到完整數學模型。為求得平台實體結構之振動特性，故採取全模型進行分析，而元素形式採用線性立體元素 (SOLID45)。為求得等效於實體平台之有限元素模型，本研究採用了四種模型進行分析以達成目標，敘述如下：

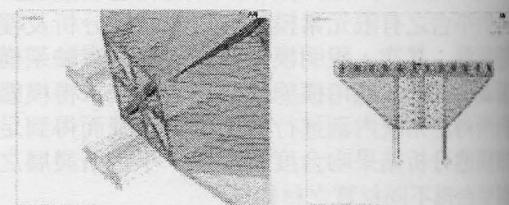
- (1) Model A：自由邊界下全模型採用一種楊氏係數，如圖2 (a) 所示。
- (2) Model B：為模擬實驗狀況下，平台置於木塊上，故加入彈簧邊界以模擬實際狀況，彈簧係數設定為 K ，且全模型採用一種楊氏係數，如圖2 (b) 所示。
- (3) Model C：為模擬平台肋之部分加有與平台本身不同金屬材質之補強板，故將肋以不同楊氏係數設定。自由邊界下，模型採用三種楊氏係數設定，平台無加肋部分之楊氏係數為 Ex ，加雙邊補強肋之楊氏係數為 Ex_2 ，加單邊補強肋之楊氏係數為 Ex_3 ，如圖2 (c) 所示。
- (4) Model D：綜合Model B 及Model C。彈簧邊界下，模型採用三種楊氏係數設定，平台無加肋部分之楊氏係數為 Ex ，加雙邊補強肋之楊氏係

數為 Ex_2 ，加單邊補強肋之楊氏係數為 Ex_3 ，彈簧係數設定為 K ，如圖2 (d) 所示。

模態分析需設定負荷及邊界條件，Model A 與 Model C 為自由邊界且無施加外力下所進行分析之模型。Model B 與 Model D 為彈簧邊界且無施加外力下所進行分析之模型。



(a) 自由邊界平台有限元素模型(Model A)

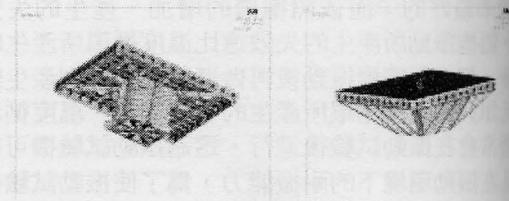


(b) Model A 含彈簧邊界 (Model B)



加一塊補強板

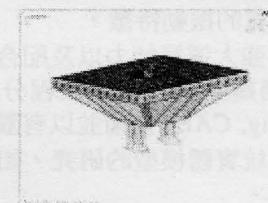
加兩塊補強板



無加肋部分

整體平台

(c) 不同肋參數之有限元素模型 (Model C)



(d) Model C 含彈簧邊界 (Model D)

圖 2. 四種設定之四種設定之有限元素模型

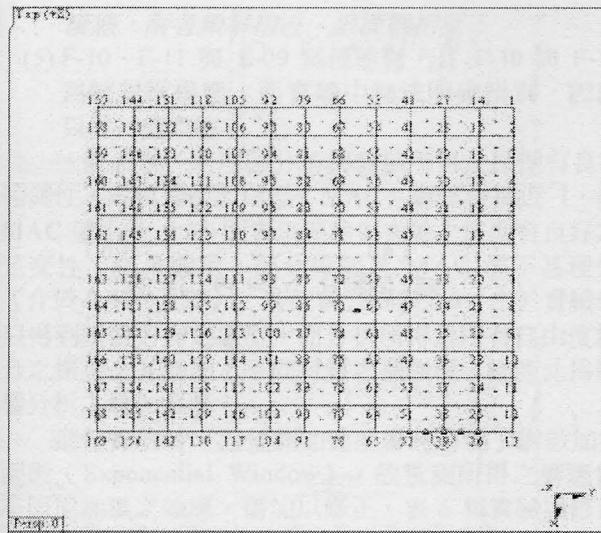


圖 3.量測點數規劃

4. 實驗模態分析

為瞭解平台結構垂直方向之動態特性，故僅在平台測試表面進行量測點數規劃，將平台每邊分成 12 等分，每等分長度為 50 mm，共 169 點，如圖 3。為避免地板之剛性影響平台之實驗結果，故實驗規劃將平台置於兩橫木塊上以模擬自由邊界，如圖 4。實驗方法為固定衝擊錐敲擊第 39 點，移動加速度計於各點擷取量測值。敲擊三次取平均以獲得一組數據，透過四頻道頻譜分析儀 (SigLab) 將輸入及輸出信號經訊號處理後，共獲得 169 筆頻率響應函數。最後以 ME'Scope VES 軟體，使用曲線嵌合 (Curve-fitting) 方法進行模態參數的擷取，即可獲得系統模態參數，如自然頻率，模態振型及阻尼比。

5. 模型驗證流程

一般模型驗證之流程圖，如圖 5。模型驗證分為兩部分，一為實驗模態分析，另一為有限元素分析，模型驗證即將這兩方面所得之模態參數相互比較。由於實驗模態分析是以實體結構進行分析，因此，驗證將以實驗模態分析所得結果為基準，與有限元素分析之結果作比較，若不符合，則修改模型或將材料參數作修正。

本研究採用 ANSYS 之最佳化功能將材料參數進行最佳化分析，而最佳化問題定義如下：

- (1) 目標函數：使得前述每個模態自然頻率的誤差值之平方總和為最小。

$$f(X) = \sum_{n=1}^N \varepsilon_n^2 \quad (1)$$

其中，

$$|\varepsilon_n| = \left\{ \frac{f_{n_F} - f_{n_E}}{f_{n_E}} \right\} \times 100\% \quad (2)$$

- (2) 設計變數：有限元素模型中的無加肋部分之陽氏係數 (Ex)、增加兩塊補強肋之楊氏係數 (Ex_2)、增加一塊補強肋之楊氏係數 (Ex_3)、密度 (ρ)、彈簧係數 (K)。

$$X = (Ex, Ex_2, Ex_3, \rho, K) \quad (3)$$

6. 收斂性分析

進行有限元素分析，最重要的無非是得到正確分析結果，而在對模型進行模態分析前，需先針對網格大小，元素數目及分析數據進行收斂性分析，其結果分別如表 2 及圖 6，判斷分析模型在 A3 狀況（元素數目為 220830，自然頻率誤差百分比已在 4% 以下）時，以達收斂。故採取 A3 模型進行後續分析。

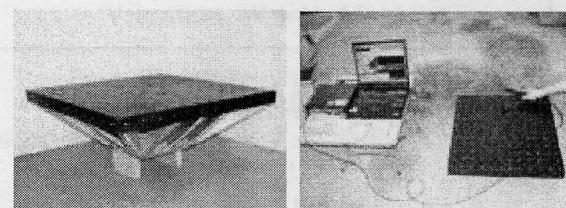


圖 4. 實驗相片

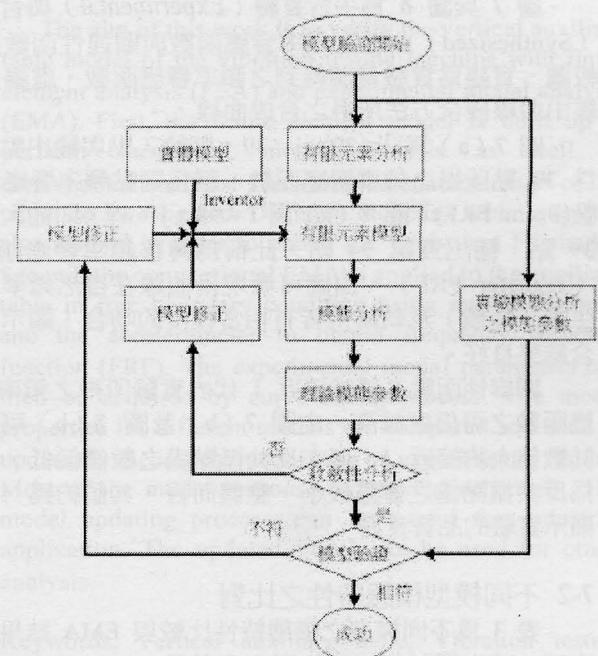


圖 5. 模型驗證流程圖

表2. 不同分割社定下之自然頻率值收斂情況

情 況 模 態	A ₁	A ₂	A ₃	A ₂ v.s. A ₃ 元素數目	
	元素數目				
	149073	175403	220830		
1	1173.5	1123	1108.5	1.31	
2	1947.7	1904.8	1873.9	1.65	
3	1961.1	1909.2	1886.1	1.22	
4	2071.1	1958.8	1889.5	3.67	
5	2074.2	2006.5	1962.8	2.23	
6	2097.6	2008.4	1967.1	2.10	

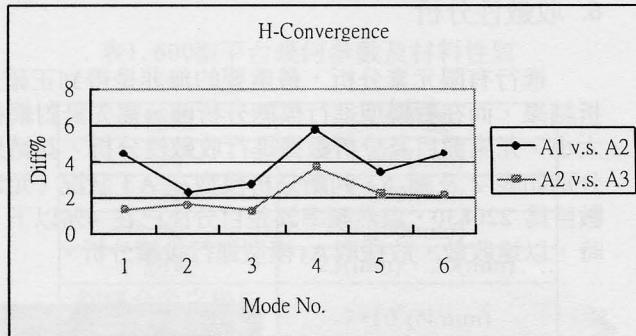


圖6. 各模態之自然頻率誤差百分比分佈

7. 結果與討論

7-1 頻率響應函數與關連性函數討論

圖 7 與圖 8 為平台實驗 (Experimental) 與合成 (Synthesized) 曲線之頻率響應函數與關連性函數比較圖。實線為實驗量測得到之頻率響應函數，虛線為經由曲線嵌合方法所得之合成曲線，。

圖 7 (a) 為 $i=39, j=39$ ，即輸入點與輸出點同為 39 點所得之頻率響應函數，稱為同點頻率響應函數(Point FRF)；圖 8 (a) 為 $i=94, j=39$ ，即輸入為 39 點，輸出為第 94 點，此稱為轉移頻率響應函數 (Transfer FRF)。由圖可發現兩曲線在自然頻率發生處(峰值)及軌跡上皆有相當程度的吻合，顯示嵌合結果良好。

關連性函數之值越接近 1 代表實驗所得之頻率響應函數之可信度越高。由圖 7 (b) 及圖 8 (b) 可知其數值大約接近 1，但在反共振點處之數值偏低，此為反共振點處之響應較小。整體而言，其值約為 1，顯示實驗的品質良好。

7-2 不同模型模態特性之比對

表 3 為不同模型之模態特性比較與 EMA 結果之比較，首先探討 Model A 與 B 之差異：

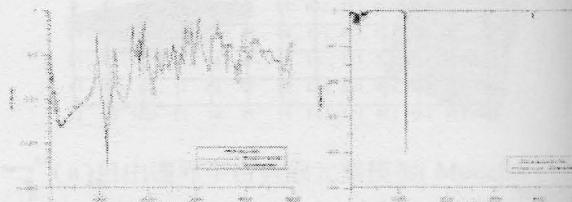
(1) Model A 之剛體模態 (R-01~R-06) 均為零，而 Model B 有非零值之剛體模態自然頻率。



(a)

(b)

圖7. 同點 H_{ii} , $i=39, j=39$



(a)

(b)

圖8. 不同點 H_{ij} , $i=94, j=39$

(2) 兩模型之模態振型大致完全對應，且自然頻率相差不大，因此，Model B 之彈簧邊界旨在模擬剛體模態之對應。

(3) Model A 及 B 與 EMA 所得之模態參數對應不佳，故考慮其他模型，以期得到等效平台模型。

由於實際平台之肋有加強板之補強，故建立 Model C 如前述，考慮不同肋之楊氏係數，楊氏係數設定為： $Ex_2 = Ex \times 0.8$ ， $Ex_3 = Ex \times 0.9$ ，之模態分析結果討論如下：

(1) Model C 剛體模態之自然頻率皆為零，但模態振型順序與 EMA 比較符合。

(2) 綜觀 Model C 與 EMA 模態之對應比 Model A 及 B 對 EMA 比較，有較佳之對應。

為模擬 EMA 之實際邊界，故 Model D 將 Model C 與 Model B 作結合。其結果分析如下：

(1) 編號 R-01~R-06 為剛體模態，於由加入了彈簧邊界，故自然頻率出現非零值。

(2) 剛體模態 R-01 (Model C) 出現順序向後延至 R-06 (Model D)。

(3) 彈性模態 R-02 較實驗提前四個模態出現。

Model D 經最佳化分析後 K, Ex, Ex_2, Ex_3 之結果與 EMA 模態參數比較。表 4 為其模態振型對應示意圖，討論如下：

(1) F-01 與 E-01 為對角同向的模態對。

(2) F-04 與 E-02 為米字形之振型，其對角為同向運動，但垂直邊為反向運動之模態對。

(3) F-02 與 E-04 為四角同向運動之模態對，但理論分析結果之模態順序出現與 EMA 不符合。

(4) F-05、F-06 與 E-05、E-06 為對角線同向運動之模態對，且 F-05、F-06 與 E-05、E-06 為軸對稱

模態，兩者頻率相近，但模態相反。

- (5) F-10、F-11 與 E-09 為模態對，且 F-10 與 F-11 為軸對稱模態，而實驗中無法明確辨別，因此只得一個模態。

一般而言，若理論分析與實驗所得之振型有良好相關性，則模態保證指標 (MAC) 數值會接近 1，而 MAC 值小於 0.05 則表示理論與實驗之振型有良好之正交性。結果顯示，部分模態之 MAC 值不甚理想（介於 0.47~0.55），其餘值皆高於 0.6。由於實驗中只得到垂直方向之振型，而分析所得為所有自由度耦合之振型，且肋加上不同材質之補強板，推測此為影響分析之最大因素。

進行實驗時，因量測加速度響應時加了對數加權函數 (Exponential Window)，故量測所得之響應會有阻尼加重之效應，需加以修正。表 5 為實驗與修正後之阻尼比值，除剛體模態外皆介於 0.1%~0.85% 之間。一般而言，結構之阻尼比會隨模態數增加而減少，因此修正幅度也會較小。針對其修正之幅度而言，大致符合模態數越高，修正幅度越小之情形。

8. 結論

本文以有限元素分析期建立 600 型振動試驗機垂直接輔助平台之等效分析模型，以 EMA 得到之模態參數，有頻率，振型及阻尼比。文中提及四種有限元素模型，分別探討其建構理念及模態特性，並與 EMA 之結果進行比較分析，綜合如下：

- (1) 為配合實際之平台邊界，需加入彈簧邊界才可模擬剛體模態之對應。
- (2) 由於平台之肋有補強板，故考慮不同肋之楊氏係數，以得較佳之模態對應。
- (3) 分析結果以 Model D 最能反應實際結構特性，然而，結構參數仍有進一步調整空間，以期有更佳之等效模型。
- (4) 本文闡述之模型更新理念可供類似結構之模型分析參考。
- (5) 本文所驗證得到之平台有限元素模型可進一步進行平台性能評估。

9. 參考文獻

1. NAVMAT P-9492, "Navy Manufacturing Screening Program Decrease Corporate Costs Increase Fleet Readiness," pp. 1-17 (1979).
2. 王柏村，陳志成，「振動試驗機垂直輔助平台之模型驗證」，中國機械工程學會第二十一屆全國學術研討會論文集，高雄，第 2423-2436 頁，2004。

3. 王柏村，陳志成，夾持邊界下垂直輔助平台之模型驗證，2004 航太學會/民航學會聯合學術研討會，台中，論文編號：A6-01，2004。
4. 王柏村，曹文昌，「應用有限元素分析與實驗模態分析之結構模型驗證」，中華民國振動與噪音工程學會第十屆學術研討會論文集，第 131-138 頁，2002。
5. 王柏村，林政湟，「激振器音圈結構之振動特性分析與設計」，國科會補助提升產業技術及人才培育研究計畫成果報告，計畫編號：NSC91-2622-E-020-006-CC3，2004。
6. 王柏村，電腦輔助工程分析之實務與應用，全華科技圖書股份有限公司，台北，2001。
7. 王柏村，ANSYS 有限元素分析應用實例，課程講義，屏東，2002。

Model Updating for Vertical Auxiliary Table of Vibration Testing Machine

Bor-Tsuen Wang¹, Pei-Wei Lee¹, Yu-Lin Chen¹

¹Department of Mechanical Engineering
National Pingtung University of Science and Technology
David Lee²
King Design Company

Abstract

The aim of this work is to verify the vertical auxiliary table model of the vibration testing machine with finite element analysis (FEA) and experimental modal analysis (EMA). First, the finite element model is built up to perform theoretical modal analysis as well as convergence analysis. The vibration characteristics of the table are investigated. Different modeling techniques are also studied in order to obtain the equivalent FE model. Second, the conventional EMA is applied to the auxiliary table in free boundary condition using impact hammer and the accelerometer to obtain frequency response function (FRF). The experimental modal parameters can then be acquired by curve fitting process. The modal properties for different modals are compared and used to update the theoretical model base on experimental results. Most of the modal response agree relatively well. The model updating process can be useful for industrial application. The updated model can be used for other analysis.

Keywords: Vertical auxiliary table, Vibration testing machine, Finite element analysis, Experimental modal analysis

表 3. 平台各種不同模擬狀態下之振型比較表

FEA								EMA			
Model A		Model B		Model C		Model D					
Free $Ex = 43500$		$K=05000$ $Ex = 43500$		$Ex_1 = 80000, Ex_2 = Ex \times 0.8, Ex_3 = Ex \times 0.9$		$K=05000, Ex = 80000, Ex_2 = Ex \times 0.75, Ex_3 = Ex \times 0.85$					
編號	物理意義	編號	物理意義	編號	物理意義	編號	物理意義	編號	物理意義		
R-01	θ_z	R-01	θ_z	R-01	Z	R-01	$\theta_z + Y$	E-R-01	Z		
0.00		0.00		0.00		0.00		1.61			
R-02	Y			R-03	Y						
0.00				0.00							
R-03	X	R-02	X	R-04	X	R-03	$\theta_z + X$				
0.00		0.00		0.00216		0.00031					
R-04	θ_x	R-04	θ_x			R-04	θ_x				
0.00		79.58				80.7					
R-05	θ_y	R-05	θ_y	R-05		R-05	θ_y	E-R-02	$\theta_y + Y$		
0.00		276.40		0.0033		291.0		39.30			
R-06	Z	R-06	Z			R-06	Z				
0.00		471.87				498.82					
F-01	(2,2)	F-01	(2,2)	F-01	(2,2)	F-01	(2,2)	E-01	(2,2)		
873.8		876.0		1159.7		1152.5		964.0			
F-02	雙外括號	F-02	雙外括號	F-02	四角動	F-02	四角動				
1477.2		1478.9		1961.1		1918.7					
F-03	米，對稱	F-03	米，對稱	F-03	雙外括號	F-03	雙外括號				
1486.8		1487.1		1928.8		1932					
F-04	四角動	F-04	四角動								
1489.5		1523.9									
F-05	十，左斜水			F-05	右斜，水	F-05	右斜，水	E-05	右斜，水		
1547.3				2014.7		1988.9		1810.0			
F-06	十，右斜水	F-05	十，右斜水	F-06	左斜，水	F-06	左斜，水	E-06	左斜，水		
1550.7		1550.4		2018.7		1990.6		1850.0			
F-07	直凹	F-06	十，左斜水	F-07	直凹	F-07	倒凹				
1729.3		1553.2		2287.5		2266.3					
F-08	橫凹	F-07	直凹	F-08	橫凹	F-08	橫凹				
1731.4		1729.30		2290.2		2272					
F-09	X，+四角動	F-09	X，+四角動	F-09	X，+四角動	F-09	X，+四角動				
1888.0		1891.2		2481.3		2457.0					
F-10	—，+四角動	F-10	—，+四角動	F-10	—，+四角動	F-10	—，+四角動	E-09	—		
1968.3		1969.3		2577.5		2549.1		2390.0			
F-11	1，+四角動	F-11	1，+四角動	F-11	1，+四角動	F-11	1，+四角動	E-10	1		
1970.9		1985.3		2580.5		2560.0		2540.0			
F-12	十，+四角動	F-12	十，+四角動	F-12	十，+四角動	F-12	十，+四角動				
2142.8		2143.1		2845.5		2821.8					
F-13	米，+四角動	F-13	米，+四角動	F-13	米，+四角動	F-13	米，+四角動				
2193.8		2193.8		2866.9		2833.0					

表 3. 平台各種不同模擬狀態下之振型比較表（續）

Model A		Model B		Model C		Model D		EMA	
Free $Ex = 43500$		$K=05000$ $Ex = 43500$		$Ex = 80000, Ex_2 = Ex \times 0.8, Ex_3 = Ex \times 0.9$		$K=05000, Ex = 80000, Ex_2 = Ex \times 0.75, Ex_3 = Ex \times 0.85$			
F-14 2316.6	X, +四角動	F-14 2317.7	X, +四角動	F-14 3045.6	X, +四角動	F-14 3006.4	X, +四角動	E-11 2690.0	X
F-15 2414.40	+ , +四角動	F-15 2415.2	+ , +四角動	F-15 3134.5	+ , +四角動	F-15 3092.9	+ , +四角動	E-12 2780.0	+
F-16 2436.9	米, +四角動	F-16 2437.1	米, +四角動	F-16 3176.1	米, +四角動	F-16 3128.6	米, +四角動	E-13 2860.0	米
F-17 2448.8	米, +四角動	F-17 2449.1	米, +四角動	F-17 3191.2	米, +四角動	F-17 3143.3	米, +四角動		
F-18 2468.1	X, +四邊動	F-18 2479.3	X, +四邊動	F-18 3223.1	X, +四邊動	F-18 3187.6	X, +四邊動	E-14 2910.0	X
F-19 2500.3	米, +四角動	F-19 2500.3	米, +四角動	F-19 3254.1	米, +四角動	F-19 3206.2	米, +四角動		
F-20 272	橫, 水, +四角動	F-20 2720.4	橫, 水, +四角動	F-20 3557.5	橫, 水, +四角動	F-20 3511.6	橫, 水, +四角動		
F-21 2728.3	直, 水, +四角動	F-21 2728.7	直, 水, +四角動	F-21 3567.1	直, 水, +四角動	F-21 3520.7	直, 水, +四角動		
F-22 2804.3	橫, 水, +四角動	F-22 2805.5	橫, 水, +四角動	F-22 3636.3	橫, 水, +四角動	F-22 3584.3	橫, 水, +四角動	E-15 3060.0	—

表 4 模態振型對應示意圖

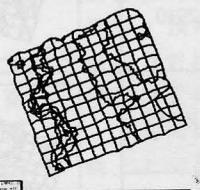
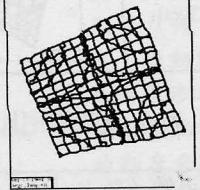
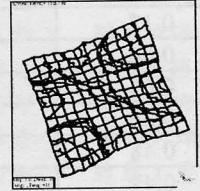
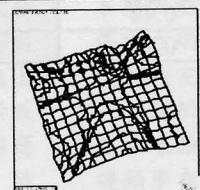
Model D		EMA		MAC	Diff.%	備註
Mode	振型及頻率(Hz)	Mode	振型及頻率(Hz)			
R-05		E-R-02		0.45	640	
291.0		39.3				
F-01		E-01		0.99	19.6	
1152.5		964				
F-05		E-05		0.49	9.9	
1988.9		1810				
F-06		E-06		0.55	7.6	
1990.6		1850				

表 4 模態振型對應示意圖（續）

Model D		EMA		MAC	Diff.%	備註
Mode	振型及頻率(Hz)	Mode	振型及頻率(Hz)			
F-11		E-10		0.77	0.7	
2560		2540				
F-14		E-11		0.47	11.5	
3006.4		2690				
F-15		E-12		0.86	11.3	
3092.9		2780				
F-18		E-14		0.67	9.5	
3187.6		2910				
F-22		E-15		0.52	17.1	
3584.3		3060				

表 5 實驗阻尼比及修正值

編號	實驗值 (%)	修正值 (%)	編號	實驗值 (%)	修正值 (%)
E-01	0.408	0.17	E-09	0.546	0.45
E-02	0.836	0.66	E-10	0.939	0.85
E-03	0.819	0.65	E-11	0.746	0.66
E-04	0.386	0.25	E-12	0.407	0.32
E-05	0.603	0.48	E-13	0.853	0.77
E-06	0.589	0.47	E-14	0.363	0.28
E-07	0.517	0.40	E-15	0.482	0.41
E-08	0.858	0.75			