

應用有限元素法於具壓電轉換器之懸臂樑模態分析

王栢村

國立屏東科技大學

機械工程系研究所 教授

國科會計畫編號：NSC 93-2212-E-020-006

許家振

國立屏東科技大學

機械工程系研究所 研究生

摘要

本文利用有限元素法(FEA)分析一具壓電轉換器之懸臂樑結構，模擬黏貼在結構表面的壓電薄膜作為感應器，搭配點力或由壓電片之驅動器從事振動分析，並與理論和實驗分析之結果比較。首先在有限元素軟體(ANSYS)中建立具壓電轉換器懸臂樑之有限元素模型，分別對模型進行模態和簡諧分析。在模態分析中，擷取每一片壓電薄膜之電壓輸出，可以得到結構之模態振型和自然頻率；而利用簡諧分析可以獲得結構之頻率響應函數。結果顯示，其不論在有限元素、理論和實驗分析之自然頻率、振型及頻率響應函數之模態參數，其結果誤差均很小，並且能相吻合。因此本文成功驗證利用有限元素法模擬壓電薄膜配合點力或壓電片之振動分析，往後可以進行模型變更或修改，更可擴大利用到其他較大或複雜之結構上，從事壓電材料之振動模擬分析。

關鍵字：有限元素法、振動分析、模態參數、壓電轉換器

1. 前言

智慧型材料系統是現今熱門的技術，包括系統、驅動器、感應器和控制器等。張[1]、彭[2]、廖和黎[3]等人描述所謂壓電材料就是具備有壓電效應，即為材料受到機械應力會產生電荷輸出，而施加電場到材料上則會使材料結構產生變形。一般而言，壓電薄膜(PVDF)由於質薄出力較小比較適合做感應器，而壓電片(PZT)較厚出力較大比較適合做驅動器。其也提供許多種類壓電材料之材料性質，包括密度、界電常數和壓電常數等，對於在進行有限元素分析之參數設定有所依據。

有關壓電材料的理論模式推導，Hubbard [8]利用壓電薄膜均佈參數模式(Distributed Parameter Model)於樑結構上，推導出壓電薄膜感應器均佈參數模式之控制理論。Lee and Moon [9]及 Collins et al. [10]發展特定形狀壓電薄膜之感測器，可以得到結構特定之模態，其特定形狀之壓電薄膜容易求得模態之動態特徵，所以可以降低雜訊之干擾，可用來量測與激振結構特定模態之控制。Crawley et al. [11]提出壓電片之靜態和動態模式，包括黏在樑結構表面或是嵌入樑結構中兩種不同驅動器，之後配合實驗驗證其理論模式。而 Dimitriadis et al. [12]則是將 Crawley et al. [11]

之理論擴大到二維薄板，證明壓電驅動力和壓電片尺寸若改變時，則結構之模態振型亦會隨之改變。

在壓電材料進行有限元素分析的方法中，Allik and Hughes [13]以有限元素法推導出壓電之振動模態公式，其有限元素公式包括壓電與電彈(electroelastic)之效應，並以四面體有限元素之原理，應用在三維之電彈(electroelasticity)的問題上。Boucher et al. [14]利用攝動方法(perturbation method)透過數值計算方式，獲得壓電轉換器之特徵模態(eigenmode)，並以有限元素法透過三維立體壓電元素，觀察壓電材料PZT-4轉換器若改變不同尺寸時，壓電轉換器在共振與反共振之頻率預測。Ha et al. [15]利用有限元素法三維立方體元素，推導壓電晶片感測器與驅動器分佈在複合材料之分析模式，並由電腦程式分析壓電結構複合層之機電響應，經由實驗驗證有限元素分析與電腦模擬之結果。王等[4]利用有限元素分析軟體(ANSYS)模擬壓電薄膜感應器黏貼在懸臂樑結構表面受點力激振之振動模態分析，其懸臂樑結構使用三維立體元素，壓電薄膜使用三維耦合場立體元素進行模態分析，並且也加上實驗分析驗證其有限元素分析的結果。

傳統的模態分析主要利用激振器或是衝擊錘施加點力於結構作為驅動器，王和王[5]利用壓電片當作感測器搭配衝擊錘施加點力激振，對懸臂樑結構進行實驗模態分析所求取模態參數。王和陳[6]利用壓電片當作感測器搭配衝擊錘施加點力激振，對簡支板結構進行實驗模態分析所求取模態參數。之後，王和陳 [7]在利用壓電薄膜黏貼在懸臂樑以及簡支板表面當作感測器搭配衝擊錘之點力激振進行實驗模態分析，求取懸臂樑和簡支板結構之模態參數。Chen and Wang [16]利用壓電薄膜當作感測器搭配壓電片激振，對懸臂樑結構進行實驗模態分析所求取模態參數。上述實驗模態之結果顯示，對於求取懸臂樑或簡支板結構之模態參數，不論利用壓電薄膜或壓電片均可以成功透過實驗模態分析求得，驗證可以透過壓電材料取代傳統加速度計或衝擊錘從事模態分析，獲得結構之模態參數。

本文利用有限元素法(FEA)分析模擬一具壓電轉換器懸臂樑之振動模擬分析，將壓電薄膜黏貼於懸臂樑結構表面上作為感測器，透過點力和壓電片激振兩種方式之驅動器，透過有限元素軟體(ANSYS)從事模

態和簡諧分析，並藉由王等[4]與 Chen and Wang [16] 兩篇文獻之實驗分析結果，驗證有限元素分析之正確性。結果顯示，其有限元素軟體不論在模態分析包括自然頻率、模態振型，和簡諧分析之頻率響應函數之數值結果與理論和實驗分析均相互吻合。因此，成功證明有限元素模型之正確性，還有利用有限元素軟體分析壓電薄膜感測器之適用性，往後更可以推廣到其他較大或複雜的結構上，從事有限元素法之振動模擬分析。

2. 理論分析

2.1 懸臂樑之自由振動

考慮一樑結構長度為 L_b ，可得到其系統運動方程式如下：

$$E_b I_b \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + C_b \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} + \rho_b A_b \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = f(x,t) \quad (2-1)$$

其中， E_b 為樑之楊氏係數， I_b 為截面積慣性矩， C_b 懸臂樑之阻尼係數， w 為樑之側向位移， ρ_b 為樑的密度， A_b 為樑的截面積， $f(x,t)$ 為外力大小。

考慮自由振動，因此令外力為零及忽略阻尼之影響，且令懸臂樑結構在 $x=0$ 為固定端，其側向位移及斜率為零， $x=L_b$ 為自由端，其力矩及剪力為零，利用數值分析方法求解，得到懸臂樑結構之自然頻率：

$$\omega_r = (\alpha_r L_b)^2 \sqrt{\frac{E_b I_b}{\rho_b A_b L_b^4}} = (\alpha_r)^2 \sqrt{\frac{E_b I_b}{\rho_b A_b}} \quad (2-2)$$

對應之模態振型 (Modal amplitude) 函數為：

$$\phi_r(x) = \frac{1}{\sqrt{\rho_b A_b L_b}} [\cosh \alpha_r x - \cos \alpha_r x - \sigma_r (\sinh \alpha_r x - \sin \alpha_r x)] \quad (2-3)$$

$$\sigma_r = \frac{\sinh \alpha_r L_b - \sin \alpha_r L_b}{\cosh \alpha_r L_b + \cos \alpha_r L_b} \quad (2-4)$$

2.2 PVDF 感測配合 force 激振

假設外力為簡諧外力且在結構座標 $x = x_j$ 作用，其表示如下：

$$F(x,t) = F_j \delta(x - x_j) e^{i\omega_s t} \quad (2-5)$$

其中， F_j 為簡諧外力大小， x_j 為外力作用位置， ω_s 為簡諧激振頻率。

由於輸入為簡諧激振，所以輸出亦為簡諧響應，利用擴充原理可假設系統位移響應如下：

$$w(x,t) = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r(x) q_r(t) = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r(x) Q_r e^{i\omega_s t} \quad (2-6)$$

將結構模態振型函數之正交性關係式可推導得到系統之響應，令 $x = x_j$ 位置受簡諧外力 F_j 作用，在

$x = x_j$ 位置時，其系統之模態振型函數為：

$$Q_r = \frac{F_j \phi_r(x_j)}{(\omega_r^2 - \omega_s^2) + i(2\xi_r \omega_r \omega_s)} \quad (2-7)$$

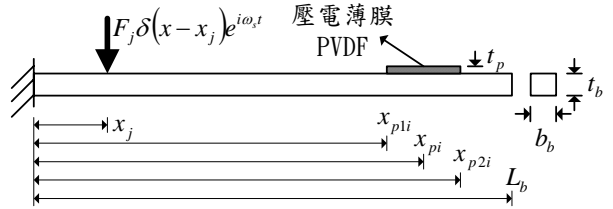


圖 1、懸臂樑點力搭配壓電薄膜之結構示意圖

考慮一矩形壓電薄膜感應器，黏貼於樑之表面上，如圖 1 所示。其壓電薄膜之形狀函數可表示為：

$$\Gamma(x) = u(x - x_{p1i}) - u(x - x_{p2i}) \quad (2-8)$$

其中， $u(x)$ 為步階函數 (step function)， x_{p1i} 及 x_{p2i} 分別為第 i 個壓電薄膜之兩端位置座標。由 Hubbard [8] 和 Lee and Moon [9] 可知，壓電薄膜感應方程式：

$$q(t) = \frac{t_b + t_p}{2} b_p e_{31} \int_0^{L_b} \Gamma(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} dx \quad (2-9)$$

其中， t_b 為樑之厚度， t_p 為壓電薄膜之厚度， b_p 為壓電薄膜之寬度， e_{31} 為壓電場強度常數。

又因壓電薄膜有類似其電容之效應產生，所以壓電薄膜之電壓為：

$$\begin{aligned} V_p(t) &= \frac{q_p(t)}{\varepsilon A_p} t_p = \frac{t_b + t_p}{2\varepsilon A_p} t_p b_p e_{31} e^{i\omega_s t} \sum_{r=1}^{\infty} Q_r [\phi_r'(x_{p2i}) - \phi_r'(x_{p1i})] \\ &= \frac{t_b + t_p}{2\varepsilon A_p} t_p b_p e_{31} e^{i\omega_s t} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{F_j \phi_r(x_j) [\phi_r'(x_{p2i}) - \phi_r'(x_{p1i})]}{(\omega_r^2 - \omega_s^2) + i(2\xi_r \omega_r \omega_s)} \end{aligned} \quad (2-10)$$

其中， $V_p(t)$ 為壓電薄膜之電壓， $q_p(t)$ 為壓電薄膜之電量， ε 為壓電薄膜之電容係數， A_p 為壓電薄膜之面積。

由 (2-10) 式可以得到系統之電壓響應，令 x_j 為第 j 個簡諧外力作用之位置，在 x_{p1i} 、 x_{p2i} 之位置時，其壓電薄膜電壓輸出之頻率響應函數通式如下：

$$H_{p,f_j} = \frac{V_p}{F_j} = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\phi_r^f(x_j) \phi_r^p(x_{p_i})}{(\omega_r^2 - \omega_s^2) + i(2\xi_r \omega_r \omega_s)} \quad (2-11)$$

$$\phi_r^f(x_j) = \frac{1}{\sqrt{\rho_b A_b L_b}} \phi_r(x_j) \quad (2-12)$$

$$\phi_r^p(x_{p_i}) = \frac{t_b + t_p}{2\varepsilon A_p \sqrt{\rho_b A_b L_b}} t_p b_p e_{31} [\phi_r'(x_{p2i}) - \phi_r'(x_{p1i})] \quad (2-13)$$

其中， $\phi_r^f(x_j)$ 為點力之特徵函數，其物理意義為懸臂樑之位移振型， $\phi_r^p(x_{p_i})$ 為壓電薄膜感應之特徵函

數，其物理意義為壓電薄膜兩端斜率差振型。

2.3 PVDF 感測配合 PZT 激振

由 Dimitriadis et al.[12]可知，考慮壓電片之激振作用，即在樑表面上黏貼壓電片，並施以反向電壓，則可得壓電片之等效力矩，造成純彎曲激振效果，如圖 2 所示。此純彎曲壓電片驅動器之力量函數取代簡諧外力，表示式如下：

$$f(x,t) = M_{eq} \left[\delta'(x-x_{c1j}) - \delta'(x-x_{c2j}) \right] e^{i\omega_s t} \quad (2-14)$$

$$M_{eq} = C_b \Lambda = \left(\frac{t_b^2 E_b K b_c}{6} \right) \left(\frac{d_{31} V_c}{t_c} \right) \quad (2-15)$$

$$K = \frac{6}{6 + \Psi} \quad (2-16)$$

$$\Psi = \frac{E_b t_b}{E_c t_c} \quad (2-17)$$

其中， x_{c1j}, x_{c2j} 表示第 j 個壓電片兩端的位置座標， M_{eq} 為壓電片所形成的等效力矩， C_b 為純彎曲的材料常數， Λ 為壓電片所產生的應變， Ψ 為有效勁度比， V_c 為施加於壓電片的電壓， d_{31} 為壓電應變常數， t_c 為壓電片的厚度， E_c 為壓電片的楊氏係數。

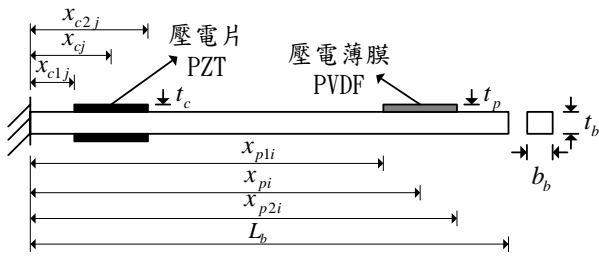


圖 2、懸臂樑壓電片搭配壓電薄膜之結構示意圖

假設系統為簡諧運動，同樣利用模態假設法，其可以求得結構之模態振型函數為：

$$Q_r = \frac{-M_{eq} [\phi_r'(x_{c2j}) - \phi_r'(x_{c1j})]}{(\omega_r^2 - \omega_s^2) + i(2\xi_r \omega_r \omega_s)} \quad (2-18)$$

將(2-18)式代入(2-10)式中，令壓電片電壓為輸入 V_c ，而壓電薄膜為感應電壓輸出 V_p ，其系統頻率響應函數通式關係可改成如下：

$$H_{p_i, c_j} = \frac{V_p}{V_c} = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{\phi_r^c(x_{c_j}) \phi_r^p(x_{p_i})}{(\omega_r^2 - \omega_s^2) + i(2\xi_r \omega_r \omega_s)} \quad (2-19)$$

$$\phi_r^p(x_{p_j}) = \frac{t_b + t_p}{2\varepsilon A_p \sqrt{\rho_b A_b L_b}} t_p b_p e_{31} [\phi_r'(x_{p2i}) - \phi_r'(x_{p1i})] \quad (2-20)$$

$$\phi_r^c(x_{c_j}) = \frac{-1}{t_c \sqrt{\rho_b A_b L_b}} c_b d_{31} [\phi_r'(x_{c2j}) - \phi_r'(x_{c1j})] \quad (2-21)$$

其中， $\phi_r^c(x_{c_j})$ 為壓電片感應之特徵函數， $\phi_r^p(x_{p_j})$ 為壓電薄膜感應之特徵函數，其物理意義均為壓電材料兩端斜率差振型。

3. 有限元素分析

本文運用有限元素軟體對一具壓電轉換器之懸臂樑，從事自由振動模擬分析。假設其實體模型，透過模態分析，透過模態分析可以得知其自然模態，包括自然頻率，以及對應之模態振型；而簡諧響應分析可以得到其頻率響應函數，由此可以透過有限元素法求得具壓電轉換器懸臂樑之模態參數。

3.1 懸臂樑之 PVDF 感測配合 force 激振

圖 3(a)、(b) 為具壓電轉換器懸臂樑之理念有限元素模型和其黏貼在懸臂樑表面之壓電薄膜編號。在壓電薄膜黏貼方面，將懸臂樑平均分割成十五等分，而壓電薄膜黏貼在每一等分中間，共十五片。

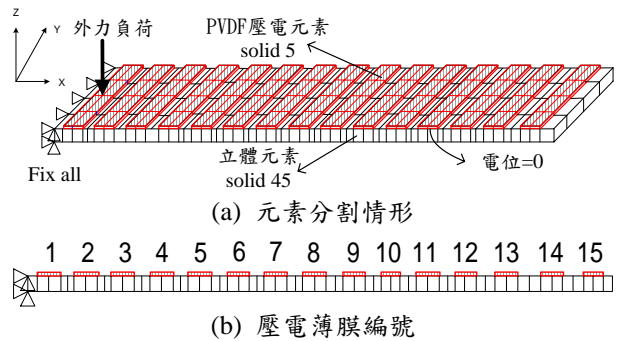


圖 3、PVDF-force 之理念有限元素模型

表 1 為其結構材料之尺寸和性質，而表 2 則為介紹所用元素之形式、節點數與自由度。在建立理念有限元素模型中，元素形式方面，懸臂樑結構採用線性立體元素 (solid45) 架構，壓電薄膜採壓電元素 (solid5) 架構，且壓電方程式為 e 型態；元素分割方面，其懸臂樑和壓電薄膜結構之長度以 $0.005 m$ 為一等分，寬度分成 4 等分，厚度分成 1 等分；位移限制方面，懸臂樑固定端之節點採 U_x, U_y, U_z 及電磁之自由度 VOLT 為零，而壓電薄膜和懸臂樑膠合面電壓為零；負荷條件方面，模態分析時，外力無須設定負載；而簡諧響應分析時，在第一片壓電薄膜中央，施加一單位點力之簡諧外力。

表 1、PVDF-force 之結構材料之尺寸和性質

	懸臂樑	壓電材料
材料性質	剛性材料	PVDF
楊氏係數 E	$181 \times 10^9 \text{ N/m}^2$	$2 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
浦松比 ν	0.32	0.33
密度 ρ	8436 kg/m^3	1800 kg/m^3
長度 l	0.3 m	0.01 m
寬度 h	0.04 m	0.04 m
厚度 t	0.002 m	$54 \times 10^{-6} \text{ m}$
壓電常數 (e_{31}, e_{32})	X	$54 \times 10^{-3} \text{ N/Vm}$
電容係數 (ε)	X	$132 \times 10^{-12} \text{ F/m}$

表 2、元素型式之節點數與自由度

元素型式	元素形狀	節點	自由度
Solid 45	三維線性立方體	8	UX, UY, UZ
Solid 5	三維耦合場立方體	8	UX, UY, UZ, VOLT for KEYOPT(1)=3

3.2 懸臂樑之 PVDF 感測配合 PZT 激振

圖 4(a)、(b)為具壓電轉換器懸臂樑之理念有限元素模型和其黏貼在懸臂樑表面之壓電薄膜和壓電片編號。在壓電片和壓電薄膜黏貼位置方面，將懸臂樑平均分成十五等分，在第二等分正面黏貼壓電片，反面則黏貼壓電薄膜，之後在第四、六、八、十、十二、十四等分正面上，分別黏貼壓電薄膜，一共七片壓電薄膜和一片壓電片。

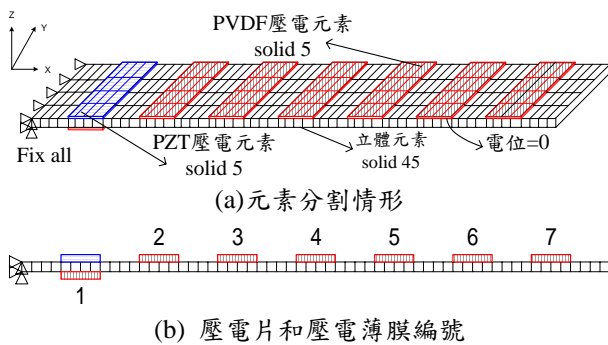


圖 4、PVDF-PZT 之理念有限元素模型

表 3、PVDF-PZT 之結構材料之尺寸和性質

材料性質	懸臂樑		
	剛性材料	壓電材料	
		PZT4	PVDF
E	$195 \times 10^9 \text{ N/m}^2$	$6.3 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$	$2 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
ν	0.32	0.28	0.33
ρ	8436 kg/m^3	7650 kg/m^3	1800 kg/m^3
l	0.3 m	0.02 m	0.02 m
h	0.04 m	0.04 m	0.04 m
t	0.002 m	$19 \times 10^{-4} \text{ m}$	$54 \times 10^{-6} \text{ m}$
e_{31}, e_{32}	X	X	$54 \times 10^{-3} \text{ N/Vm}$
ϵ	X	$1.15 \sim 1.30 \times 10^{-8} \text{ F/m}$	$132 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
d_{31}, d_{32}	X	$-123 \times 10^{-12} \text{ cl/N}$	X

表 3 為其結構材料之尺寸和性質，而所用元素與點力型式相同。在建立理念有限元素模型時，其元素形式方面，懸臂樑結構採用線性立體元素(solid45)之架構，壓電材料採壓電元素(solid5)架構，而在壓電方程式中，壓電薄膜為 e 型態、壓電片為 d 型態；元素分割方面，其懸臂樑、壓電薄膜和壓電片結構之長度以 0.005 m 為一等分，寬度分成 4 等分，厚度分成 1 等分；位移限制方面，懸臂樑固定端之節點採 U_x 、 U_y 、 U_z 及電磁之自由度 VOLT 為零，而壓電薄膜和壓電片與懸臂樑膠合面電壓為零；負荷條件方面，模態分析時，外力無須設定負載，而簡諧響應分析時，

利用施加在壓電片上一單位電壓，造成純彎曲激振效果之簡諧外力。

4. 結果與討論

由於壓電薄膜搭配點力之結果在王等[4]文獻中已經探討過，故省略之，此節僅探討壓電薄膜搭配壓電片之結果，將有限元素分析之結果，搭配 Chen and Wang [16]之實驗分析之結果相互比較。依序包括自然頻率、模態振型和頻率響應函數，可以用來驗證有限元素分析之結果的正確性，提高有限元素分析出來之數值的可靠度。

4.1 自然頻率之驗證

表 4 為利用壓電薄膜感應配合壓電片激振其實驗、理論和有限元素分析得到前四個模態之自然頻率比較。結果顯示，有限元素與實驗和理論分析在低頻誤差為 10% 和 8% 最大外，越往高頻結果誤差均不到 1%，顯示有限元素之模擬分析結果，越高頻誤差越來越小，可能原因為理論分析時，忽略壓電材料之質量效應，和實驗品質不良之因素。因此大致上前四個模態之自然頻率誤差均還可以接受。

表 4、PVDF-PZT 之自然頻率比較表 (單位: Hz)

	第一模態	第二模態	第三模態	第四模態
ANSYS	19.00	113.76	309.40	599.43
Theoretical	17.69	110.91	310.50	608.517
Error%	-8.004	-3.702	-0.875	0.269
Experimental[16]	17.00	110.46	307.00	602.73
Error%	-10.526	-2.900	-0.775	0.550

4.2 模態振型之驗證

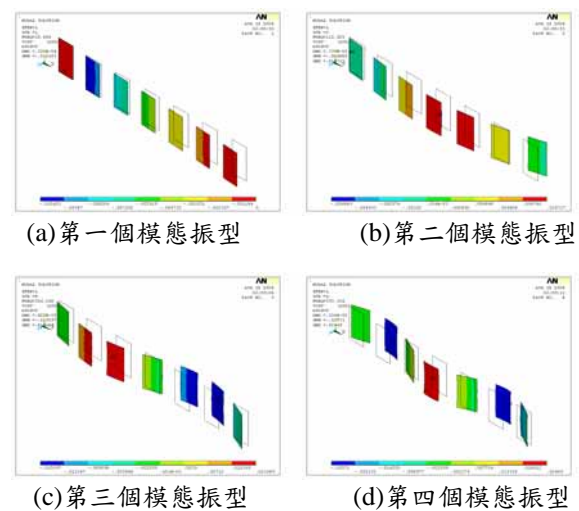


圖 5、PVDF-PZT 之有限元素振型圖

圖 5(a)-(b)為利用有限元軟體分析得到的前四個模態之壓電薄膜振型圖，圖 6(a)-(b)則為理論、實驗和有限元素分析得到前四個模態振型之比較圖，並加入點力激振之有限元素分析前四個模態振型。在此模態振型實際物理意義為壓電薄膜之兩端斜率振型

差，故其振型之值為壓電薄膜之電壓輸出，且有限元素分析之振型為壓電薄膜各元素電壓輸出之平均值。結果顯示，因實驗分析之振型有幾個節點比較不理想，導致振型差異稍微大以外，而理論和有限元素之振型均吻合的不錯，且在有限元素分析中，黏貼 7 片和 15 片分析之振型結果比對也是吻合的不錯。故整體上，有限元素振型之節點與理論和實驗之節點均有相吻合。

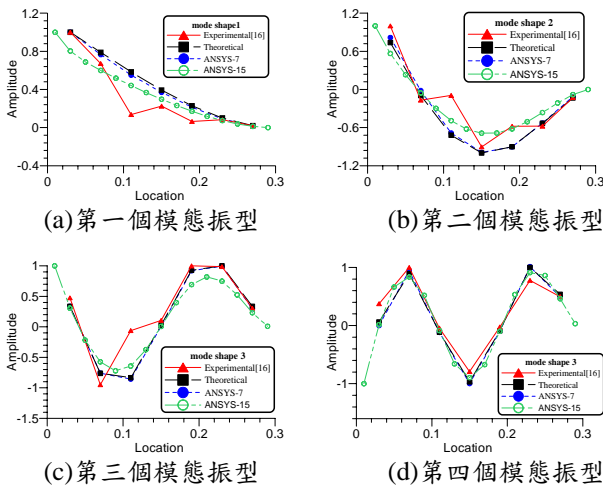


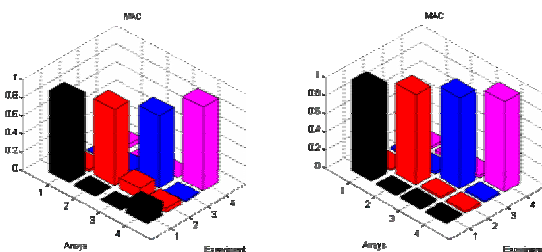
圖 6、PVDF-PZT 之有限、理論和實驗振型比較圖

表 5、PVDF-PZT 之 MAC 比對
(a) 有限元素與實驗[16]振型之 MAC 比對

Mode	1	2	3	4
1	0.9010	0.0297	0.0040	0.0473
2	0.0177	0.8390	0.0435	0.0032
3	0.0005	0.1200	0.7980	0.0004
4	0.1480	0.0513	0.0100	0.9230

(b) 有限元素與理論振型之 MAC 比對

Mode	1	2	3	4
1	0.9990	0.0179	0.0230	0.0257
2	0.0089	0.9960	0.0302	0.0317
3	0.0271	0.0210	0.9990	0.0252
4	0.0200	0.0221	0.0182	0.9970



(a) 有限與實驗[16] (b) 有限與理論
圖 7、PVDF-PZT 之振型 MAC 比對圖

表 5(a)-(b) 為有限元素與理論和實驗分析之振型 MAC 矩陣，圖 7(a)-(b) 則是將 MAC 矩陣之值利用 MATLAB 程式繪出條柱狀形式顯示數值。一般而

言，若兩個振型有良好相關性，則 MAC 數值會大於 0.9；反之，若 MAC 數值低於 0.05，則代表兩個振型之間毫無相關性。由結果看來，整體在對角線上，除了有限元素與實驗分析第二和第三模態的 MAC 沒有達到 0.9 以外，其餘的 MAC 之值均高於 0.9，而理論和有限元素的 MAC 之值均高於 0.9 以上，且整體的 MAC 非對角線之值均都低於 0.05，顯示模態振型之正交性及一致性均合理。

4.3 頻率響應函數之驗證

圖 8(a)-(b) 分別為 $i=1, j=1$ 及 $i=7, j=1$ 之頻率響應函數比較， i 為量測點， j 則為激振點。圖 8 中，實線為實驗分析之頻率響應函數，線段為理論分析之頻率響應函數，虛線為有限元素分析之頻率響應函數。 $i=j$ 代表激振與量測位置均在同一點，其圖形稱為同點(point FRF)之頻率響應函數，而 $i \neq j$ 時，則稱為轉移頻率響應函數(transfer FRF)。結果顯示，在同點之頻率響應函數中，在低頻處三條曲線吻合的比較不理想，和有限元素分析第一個自然頻率共振點沒有出現，但三條曲線在共振點位置和峰值均有吻合到。其次在轉移頻率響應函數中，在低頻處三條曲線相同吻合比較不理想，和實驗分析缺少一個反共正點，但在共振點位置均有出現。整體而言，在自然頻率共振點及反共振點位置均有出現，因此有限元素分析之結果與理論和實驗分析吻合不錯。

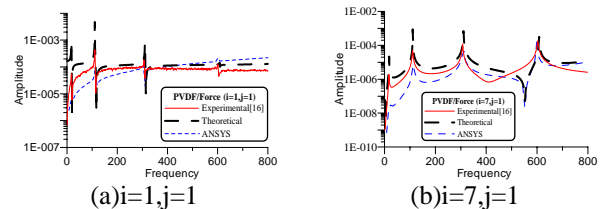


圖 8、PVDF-PZT 之頻率響應函數比較圖

5. 結論

綜合以上壓電薄膜搭配壓電片從事模態分析之結果討論，如自然頻率，模態振型、頻率響應函數等，可以歸納以下幾點：

1. 在有限元素分析得到的自然頻率中，與理論和實驗分析在第一模態誤差 10% 和 8% 為最大外，其餘誤差均在 3% 以下，因此前四個模態分析之自然頻率大致上還算合理之範圍內。
2. 在模態振型中，有限元素振型與實驗振型除了第四模態振型吻合比較最好外，其餘三個模態振型均有些許的節點誤差稍微大，其原因可能是實驗品質不良造成，但與理論分析四個模態振型均吻合不錯。
3. 有限元素與實驗和理論分析在 MAC 比較之結果上，對角線上除了有限元素與實驗在第三模態低於 0.8 以外，其餘結果都在 0.8 以上，而非對角線大部份均低於 0.05，所以整體而言，有限元素與理論和實驗分析之振型還算吻合。

4. 在頻率響應函數圖形中，在第一個共振點時，有限元素與理論和實驗分析均吻合比較不理想，但在其餘三個共振點處皆吻合不錯，且共振點和反共振點均有出現，因此有限元素分析之結果與理論和實驗分析大致吻合不錯。

由上述之結果可知，其有限元素與理論和實驗分析之結果都有合理的吻合，因此本文驗證可以利用有限元素分析模擬壓電片當作驅動器，配合壓電薄膜當作感應器之振動分析，往後可以進行模型變更或修改，更可擴大利用到其他較大或複雜之結構上，從事壓電材料之振動模擬分析。

誌謝

本研究承蒙國科會計畫經費支助，特此誌謝。國科會計畫編號 NSC 93-2212-E-020-006。

參考文獻

1. 張所銘，「智慧型系統之致動器與感測器」，*科技新知*，第 16 卷，第 6 期，第 30-41 頁，1995
2. 彭成鑑，「壓電材料」，*科技新知*，第 16 卷，第 6 期，第 18-29 頁，1995
3. 廖秋峯，黎兩順，「PVDF 壓電材料」，*材料科學*，第 17B 卷，第 2 期，第 19-26 頁，1985
4. 王栢村，陳柏宏，陳榮亮，「壓電薄膜感應器於懸臂樑實驗模態分析之有限元素模型驗證」，*中華民國振動與噪音工程學會第十一屆研討會論文集*，基隆，第 80-88 頁，2003
5. 王重杰，王栢村，「應用壓電驅動器於懸臂樑之實驗模態分析」，*中華民國第十九屆全國力學會議論文集*，嘉義，第 77-83 頁，1995
6. 王栢村，陳榮亮，「應用壓電晶片感應器於簡支板之實驗模態分析」，*中華民國振動與噪音工程學會第五屆研討會論文集*，新竹，第 385-394 頁，1997
7. 王栢村，陳榮亮，「應用壓電薄膜感應器於結構之實驗模態分析」，*中華民國振動與噪音工程學會第十屆研討會論文集*，台北，第 263-273 頁，2002
8. Hubbard, J. E., "Distributed Sensors and Actuators for Vibration Control in Elastic Components," *Noise-Con 87*, Vol. pp. 407-412, 1987
9. Lee, C. K., and Moon, F. C., "Modal Sensors/Actuators," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 57, pp. 434-441, 1990
10. Collins, S. A., Padilla, C. E., Notestine, R. J., von Flotow, A. H., Schmitz, E., and Ramey, M., "Design, Manufacture, and Application to Space Robotics of Distributed Piezoelectric Film Sensors," *Journal of Guidance Control*, Vol. 15, pp. 396-403, 1992
11. Crawley, E. F., and de Luis, J., "Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures," *AIAA Journal*, Vol. 25, No. 10, pp. 1373-1385, 1987
12. Dimitriadis, E. F., Fuller, C. R., and Rogers, C. A., "Piezoelectric Actuators for Distributed Vibration Excitation of Thin Plates," *Transactions of the ASME*, Vol. 113, pp. 100-107, 1991,
13. Allik, H., and Hughes, T. J. R., "Finite Element Method for Piezoelectric Vibration," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 2, pp. 151-157, 1970
14. Boucher, D., Lagier, M., and Maerfeld, C., "Computation of the Vibrational Modes for Piezoelectric Array Transducers using a Mixed Finite Element-Perturbation Method," *IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics*, Vol. Su-28, No. 5, pp. 318-330, 1981
15. Ha, S. K., Keilers, C., and Chang, F. K., "Finite Element Analysis of Composite Structures Containing Distributed Piezoceramic Sensors and Actuators," *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 3, pp. 772-780, 1992
16. Chen, R. L., and Wang, B. T., "System Identification of Piezoceramic Beams," *The Six National Conference on the Society of Sound and Vibration*, Tashi, Taoyuan, R. O. C., pp.39-43, 1998

Modal Analysis of Cantilever Beam With Piezoelectric Transducers by FEA

Bor-Tsuen Wang, Chia-Chen Hsu
Department of Mechanical engineering
National Pingtung University of Science and Technology

Abstract

This paper applied finite element analysis to analyze cantilever beam with piezoelectric transducers. The polyvinylidene fluoride (PVDF) film is adhered to the beam as the sensor, while lead zirconate titanate (PZT) patch are used as the actuator to excite the beam. The finite element model for the piezo-beam is first constructed by using ANSYS software. Both modal and harmonic analysis are performed to obtain modal parameters and frequency response functions (FRFs). In modal analysis, the PVDF voltage output can be extracted and interpreted as the PVDF sensor mode shapes. The FRF between PVDF sensor and PZT actuator can also be determined. Results show that either FEA, theoretical or experimental analysis results in reasonable agreement. This work successfully applies ANSYS to simulate the piezo-beam structure and compares to theoretical model as well as experimental results. The analysis technique can be further applied to other complex structures with embedded piezoelectric transducers.

Keywords: modal analysis, piezoelectric transducers, modal parameter, finite element analysis