

端銑刀之實驗模態分析與模型驗證

EXPERIMENTAL MODAL ANALYSIS AND MODEL VERIFICATION OF AN END MILL

王栢村, 林鴻裕, 陳仲正

國立屏東科技大學機械工程系

摘要

本文結合有限元素分析及實驗模態分析，基於結構振動模態特性對端銑刀進行模型驗證。先期假設端銑刀為等向性材料，同時進行刀具之振動模態特性參數求取，由有限元素分析可求得刀具之理論自然頻率、模態振型；由實驗模態分析可求得實際刀具之自然頻率、阻尼比、模態振型，藉由理論與實驗之振動模態特性參數的比對，建立測定刀具正確之材料機械性質，亦同時確認有限元素模型之可信度。經由理論與實驗相互驗證，結果顯示有限元素分析與實驗模態分析結果相當吻合，確認由有限元素分析所建構之理論模型，為一足以模擬實際刀具特性之等效模型；等效模型之浦松比、楊氏係數、密度等材料機械性質，亦與文獻所記載之數值相近，證實以振動方法於量測刀具材料機械性質之方法，具有其有效性。並期望以此有限元素模型對刀具進行靜力與暫態響應分析，探討刀具強度與振動特性對加工品質的影響。

關鍵字：有限元素分析，實驗模態分析，模態參數，端銑刀，振動

1. 前言

現今的高速工具機技術越趨成熟，工具機主軸的運轉速度也大幅提昇，高速銑削能提高加工速率以及加工表面的精度，已逐漸成為切削加工的主流，相對的，所搭配的切削刀具也必須具備優秀的切削加工性能，製造工業界亦趨向精密加工，特別是在航太工業所使用的材料方面，更增加了加工的困難度；零組件的生產效率、公差尺寸、表面粗糙度等更是與刀具的磨耗率息息相關，而零組件之表面粗糙度更是影響其性能的重要關鍵。

有諸多文獻探討銑削加工時，刀具狀態與工件加工品質之研究，針對刀具勁度、主軸偏擺、切削顫振等因素與表面粗糙度惡化的關聯性，以期能得到最佳的加工表面[1-2]，另一方面亦分析主軸轉度、進給率、進刀深度、刀刃數等製程參數，對於刀具使用壽命和刀具損耗的影響[3-5]。而高速銑削加工除了要求好的加工品質之外，同時還要具備優秀的生產效率，以降低生產成本增加競爭力[6-7]。刀具的損壞監控，除了可以提昇生產力，更有助於無人自動化系統的運行，而使用已損壞的刀具進行加工，不僅會對工件造成損傷，更可能影響工具機的使用壽命[8-9]。除了利用理論演算、數學模型等方式進行切削模擬預測之外，採用有限元素分析與實驗模態分析技術結合，取得一相當於實際結構之等效模型，進而進行虛擬測試之方式亦廣為人所應用[10-13]。

進行切削的過程中，工具機每一部份之組合機

件，因受到切削力之負荷而成為一完全振動系統，因此振動是不可避免的，但若振動太大則有害於工件及刀具，甚至減短工具機之精度與使用壽命，而且銑削為斷續切削，刀刃往返於切削與非切削之間，刀具的顫振亦無法避免，其中若刀具之挾持不穩固則容易損壞刀具；刀柄伸出太長或剛性不足，則受力作用後會發生撓曲現象，故刀具之軸向及側向勁度，以及刀具振動之探討有其必要性，以期了解銑刀對加工過程之影響。

本文嘗試以振動量測方法求得刀具之材料機械性質。擬以有限元素分析(finite element analysis, FEA)及實驗模態分析(experimental modal analysis, EMA)同時進行刀具之振動模態特性參數求取，由有限元素分析可求得理論之自然頻率、模態振型；由實驗模態分析可求得實際刀具之自然頻率、阻尼比、模態振型，由理論與實驗相互驗證，則可求得刀具正確之材料機械性質；楊氏係數、浦松比，此資訊對後續刀具切削狀態之模擬分析相當重要，而有限元素模型(FE model)亦得到確認，同時檢測設備需求相對簡單。期望以此有限元素模型再對刀具進行靜力分析，求取軸向勁度(axial stiffness)、側向彎曲勁度(lateral bending stiffness)；對刀具進行暫態響應分析，求取刀具之振動量，以作為銑削加工品質分析之輸入參數，探討刀具強度與振動特性對加工品質的影響。

2. 問題定義與分析目標

為求得一相當於實際刀具之等效模型，故同時進行EMA與FEA，由FEA進行模態分析，求得理論之自然頻率、模態振型；進行簡諧響應分析，求得理論之頻率響應函數。由EMA求得實際刀具之自然頻率、阻尼比、模態振型及頻率響應函數。以EMA所求得之振動模態特性參數為依據，進行理論與實驗之驗證，若理論分析之分析結果與實驗結果相近，則有限元素模型得以確認，否則繼續對有限元素模型進行修正，其驗證流程如圖1所示。

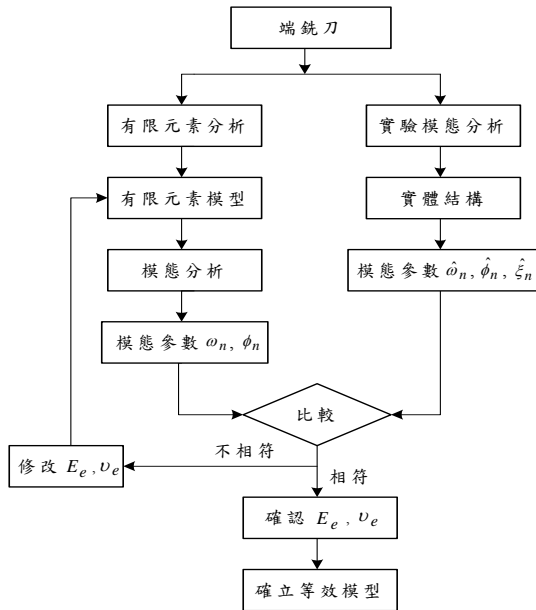


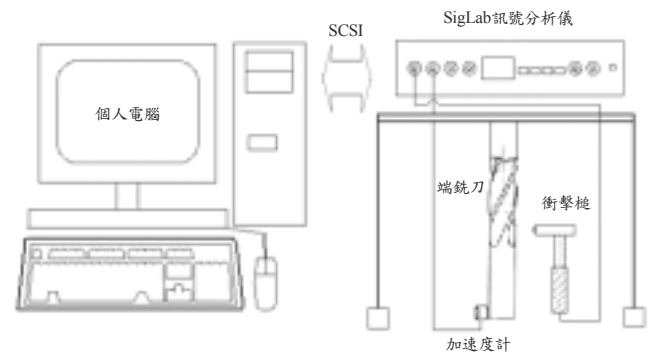
圖1. 實驗模態分析結合有限元素分析驗證流程圖

3. 實驗模態分析

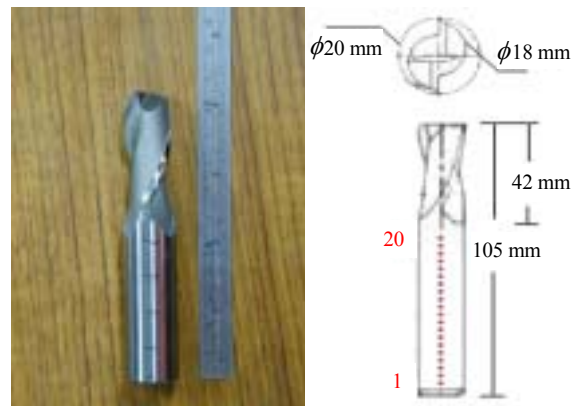
二刃高速鋼端銼刀之幾何形狀：刀刃直徑 $\phi 18\text{mm}$ ，刀柄直徑 $\phi 20\text{mm}$ ，刀刃長約 42mm ，銼刀全長約 105mm 。假設其材料機械性質楊氏係數、浦松比及其幾何形狀皆為已知，進行實驗模態分析，模態實驗架構如圖2所示。以傳統實驗模態分析方法，以衝擊錘為驅動器，施加點力於刀具上以產生結構激振，透過固定在刀柄自由端的加速度計量測刀具結構之響應，經由訊號分析儀(FFT analyzer)求得結構結構之頻率響應函數(Frequency Response Function, FRF)，再經由參數估測方法(Modal parameter estimation method)，將頻率響應函數藉由曲線嵌合軟體擷取出結構之模態參數，包括：自然頻率、模態振型、阻尼比。以此模態參數與FEA分析所得之模態參數進行驗證比對。

銼刀之實驗量測點規劃以4倍原則為依據，預期擷取前5個模態進行分析，故在刀柄上共取20個量測點，點與點之間距為 2.5mm ，以棉線懸吊銼刀的方式

模擬自由邊界狀態[14]，以固定加速度計，移動衝擊槌的方式進行實驗。因為考量銼刀本身之剛性，推測軸向的模態應該不顯著，故振動量測比較可能得到的模態為彎曲模態和扭曲模態，而估計扭曲模態應該會出現在較高頻的狀態，故在此量測點主要以求得彎曲模態為取向來進行規劃。之所以只在刀柄上規劃量測點，是由於受限於銼刀刀刀部分之幾何形狀，以衝擊槌和加速度計為實驗設備來進行實驗操作有其困難性，故僅針對刀柄部分進行實驗與理論分析驗證比對，假設若刀柄部分之理論與實驗之模態參數經比對後證實等效，則有限元素分析所架構之數學模型的刀刀響應亦具有其可信度。



(a) 實驗設備架構



(b) 量測點規劃

圖2. 模態實驗量測系統架構示意圖

4. 有限元素分析

本文是採用套裝軟體ANSYS對端銼刀進行有限元素分析，由於端銼刀刀刀部分為複雜幾何結構，因此不易以ANSYS架構出理念有限模型，故先以Pro/E按照實際尺寸繪製端銼刀之幾何模型後，再經由檔案格式轉換轉入ANSYS進行理論分析。

使用元素形式為ANSYS軟體所提供的線性立體元素(solid 45)，材料機械性質則先以文獻所記載的數據為參考值，元素分割採用每個元素分割成2mm，使用自由分割(free mesh)如圖3所示，位移限制則採自由邊界。由於加速度計質量相對於銑刀而言明顯的偏小，並不會對分析結果造成影響，故在此忽略加速度計質量。進行振動模態分析可求得其理論自然頻率及模態振型；進行簡諧響應分析可求得理論頻率響應函數，分析時所施加的外力負荷為1N的衝擊力。



圖3. 元素分割示意圖

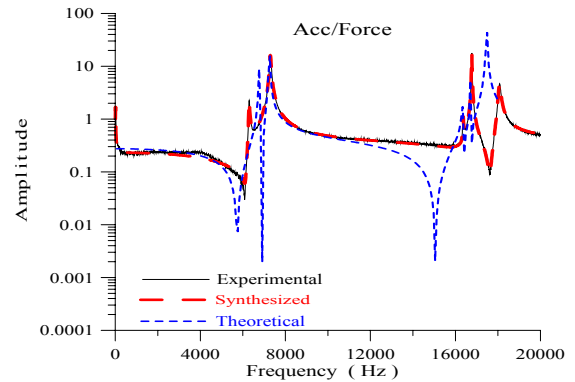
5. 分析結果驗證與討論

5-1. 頻率響應函數驗證

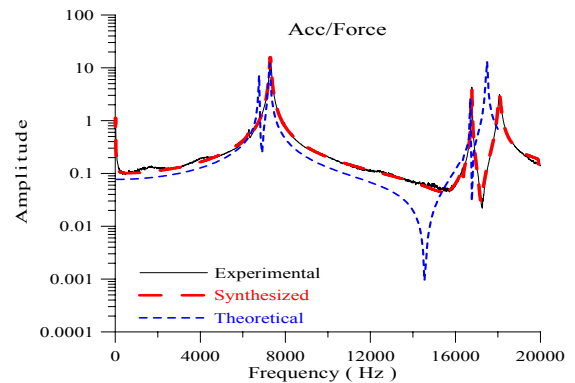
如圖4所示，圖中實驗與合成頻率響應函數曲線有極高的吻合度，顯示曲線嵌合具有極高的正確性。在圖4(a)中，理論與實驗之同點頻率響應函數曲線在對應上有些許的落差，在反共振點部分，實驗結果在第2與第3個模態之間的反共振點並沒有很明確的出現，推測可能是由於實驗時所規劃的量測點，主要的目標是在求得銑刀的彎曲模態，因此第3個模態所對應的扭曲模態並無法呈現出來，同時加速度計接收到的響應訊號也比較差，因此造成反共振點沒有出現；而在共振點部分，理論與實驗的第2~4個模態的共振頻率幾乎一致，僅第1、第5個共振頻率有些許的差異，但其差異量亦在合理的範圍之內。

而理論與實驗之轉移頻率響應函數曲線之吻合度亦相當高，如圖4(b)所示，其理論與實驗的差異，與同點頻率響應函數相同，實驗結果的第2與第3個模態之間的反共振點依然沒有很明確的出現，除了第3個模態的響應訊號較差之外，也有可能是受限於訊號分析儀的動態範圍，而無法完整呈現。另外，雖然轉移頻率響應函數所擷取的量測點分別位於刀柄的兩端，但是量測點的位置相對於加速度計而言，兩者間的距離並不算太遠，所以圖中仍然可以明顯的看出反共振點的存在。

圖5為對應圖4頻率響應函數之關聯性函數，其值越接近1，表示結構之頻率響應函數可信度越高，在圖5中，除了相對於反共振點位置，關聯性函數因響應小導致數值偏低之外，整體而言大致上都接近於1，因此本實驗所得到的結構頻率響應函數是具有其可信度的。

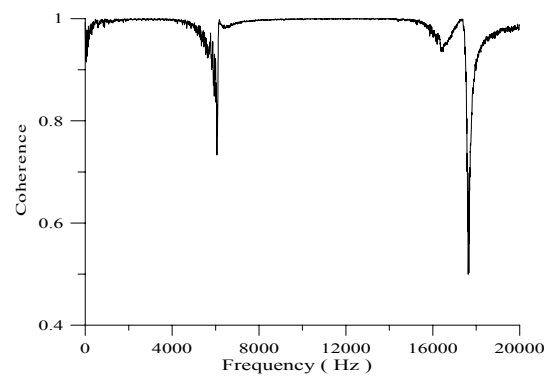


(a) 同點頻率響應函數圖($i = 2, j = 2$)



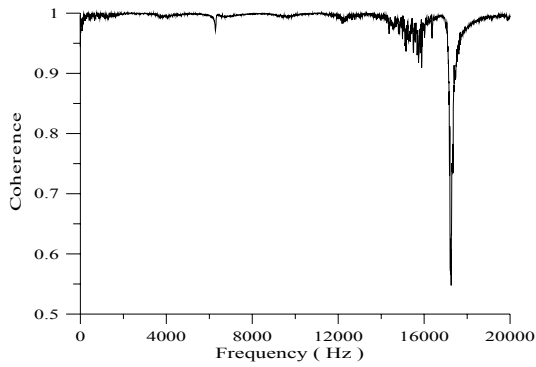
(b) 轉移頻率響應函數圖($i = 2, j = 19$)

圖4. 理論與實驗之頻率響應函數比較圖



(a) $i = 2, j = 2$

圖5. 關聯性函數圖



(a) $i = 2, j = 19$

圖5. 關聯性函數圖(續)

5-2. 模態參數驗證

5-2-1. 自然頻率與阻尼比

在0 ~ 20000Hz的頻率範圍之內，共存在5個模態，由表1可知，理論分析與實驗分析之mode2、mode3、mode4的共振頻率幾乎一致，惟mode1與mode5共振頻率不相同，其中又以mode1的差異較大，約-7.8%，而整體共振頻率的誤差百分比在正負之間變動，沒有完全偏正變動或偏負變動，表示結構和實驗本身是沒有問題的。

由於為了提高實驗品質，在加速度響應量測時加入指數加權函數之效應，所以由加速度計所量測到的訊號會有加重阻尼之效應，因此要得到銑刀真正的阻尼比必須再經過修正[15]，其修正結果如表2所示，其阻尼比之值亦符合模態數越高，阻尼比修正幅度越小之趨勢。

表1. 理論分析與實驗分析之自然頻率誤差百分比

| mode | 實驗值(Hz) | 理論值(Hz) | 誤差百分比(%) |
|------|---------|---------|----------|
| 1 | 6300 | 6792.9 | -7.82 |
| 2 | 7290 | 7288 | 0.02 |
| 3 | 16400 | 16418 | -0.01 |
| 4 | 16800 | 16803 | -0.02 |
| 5 | 18100 | 17569 | 2.9 |

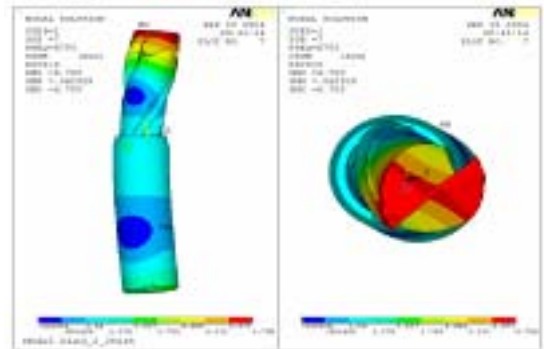
表2. 阻尼比之修正

| mode | 實驗值(%) | 修正值(%) |
|------|--------|--------|
| 1 | 0.337 | 0.264 |
| 2 | 0.457 | 0.394 |
| 3 | 0.115 | 0.087 |
| 4 | 0.059 | 0.032 |
| 5 | 0.284 | 0.259 |

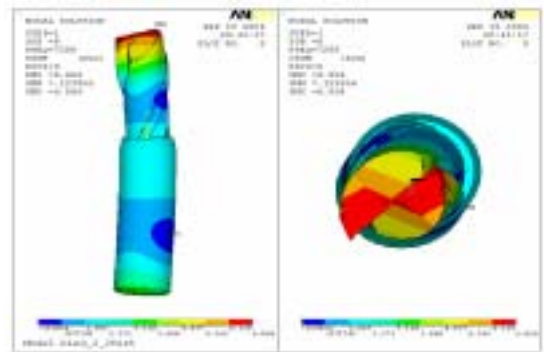
5-2-2. 模態振型

理論模態振型如圖6所示，其中除了第3個模態是扭曲模態之外，其餘4個模態都是彎曲模態。因為此

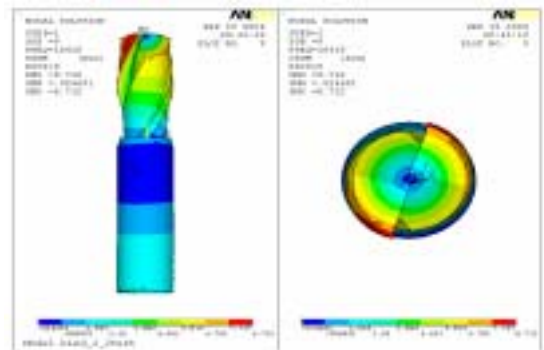
兩刃端銑刀幾何結構屬於半對稱結構，所以理論上彎曲模態振型應該會成對出現。由表1觀之，mode1與mode2的自然頻率值相近，mode4與mode5的自然頻率值相近，顯示出幾何對稱結構的特性；再由圖6所顯示的模態振型，mode1與mode2的彎曲模態，振型相似方向相反，mode4與mode5的彎曲模態，亦振型相似方向相反，更可以確定彎曲模態振型應該會成對出現的假設，因此本實驗中實際上所求得的模態振型應為2個彎曲模態、1個扭曲模態。



(a) mode 1

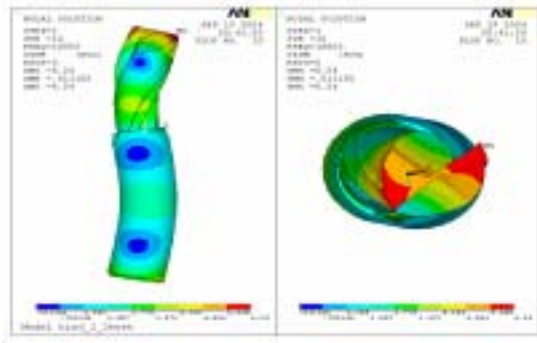


(b) mode 2

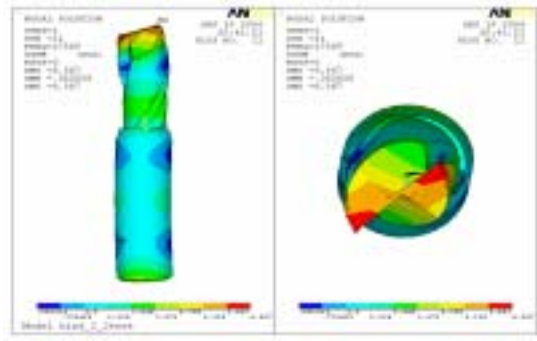


(c) mode 3

圖6. 理論分析之模態振型圖



(d) mode 4

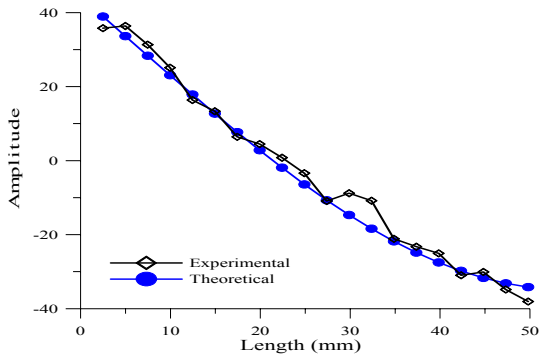


(e) mode 5

圖6. 理論分析之模態振型圖(續)

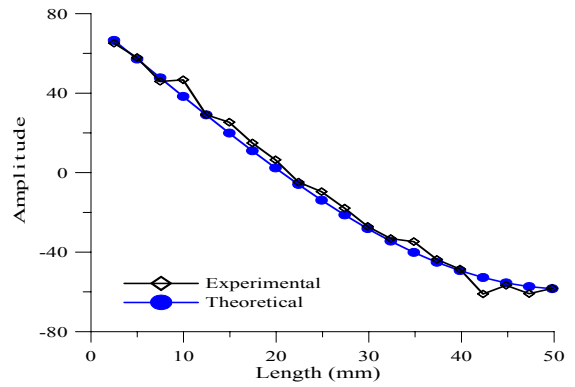
理論與實驗之模態振型比較圖如圖7所示，比對在相同自然頻率所相對應的模態振型，可以看出振型的相似性，由於實驗時所規劃的量測點主要是要求得銑刀的彎曲模態，導致在mode3自然頻率16400Hz所對應的扭曲模態無法呈現出來，故在此不予以討論。

大致上實驗與理論振型的相似程度都很高，唯有其中幾個量測點有較大的差異，應該可再針對這些量測點再次進行實驗，或對模態振型作更詳細的比對，預期應該還有改進的空間。

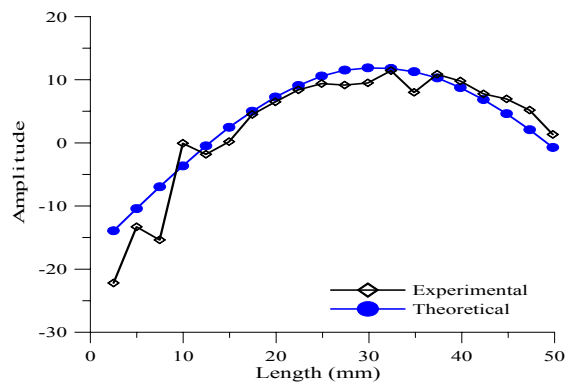


(a) mode 1

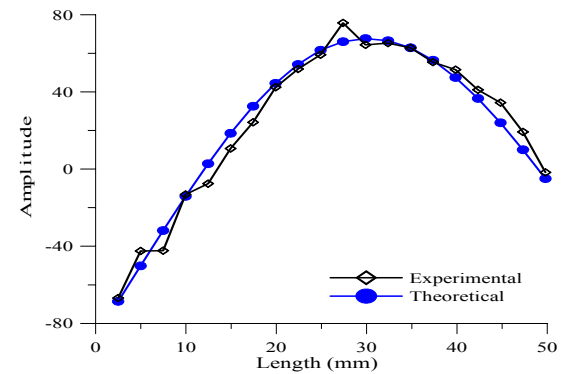
圖7. 理論與實驗之振型比對圖



(b) mode 2



(c) mode 4



(d) mode 5

圖7. 理論與實驗之振型比對圖(續)

由理論之振型與實驗之振型可求得模態保證指標 (Modal Assurance Criterion, MAC)[16]，是以數值的方式呈現出理論與實驗模態振型的差異性。在對角線部分，理論與實驗模態振型除了mode4相似程度略差之外，其他振型都相當吻合，而在非對角線部分，mode1與mode2是成對出現的彎曲模態振型，因此彼此之間的振型亦相當吻合，而基於相同的理由，mode4與mode5彼此之間的振型亦會相當吻合。

由於銑刀本身具有很好的剛性，所以模態振型的彎曲變形的程度並不顯著，兩對彎曲模態振型彼此間的正交性並不顯著，故 MAC 所顯示的結果亦為合理的現象。

表3. 實驗振型與理論振型之MAC

| mode | 1 | 2 | 4 | 5 |
|------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 0.9843 | 0.9952 | 0.6545 | 0.4984 |
| 2 | 0.9752 | 0.9932 | 0.6794 | 0.5394 |
| 4 | 0.4119 | 0.4731 | 0.8873 | 0.9829 |
| 5 | 0.3470 | 0.4090 | 0.8388 | 0.9824 |

6. 結論

本文結合有限元素分析及實驗模態分析，基於結構振動模態特性對端銑刀進行模型驗證，由驗證的結果，確認所建構之有限元素理論模型，為一足以模擬實際刀具特性之等效模型。同時等效模型所使用之材料機械性質，楊氏係數 $E = 2.123 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ 、蒲松比 $\nu = 0.2976$ 、密度 $\rho = 8650 \text{ Kg/m}^3$ ，皆與文獻所記載之數據相近，以振動方法於量測刀具材料機械性質方面，亦具有其有效性。在實驗模態分析方面，可以再更進一步作分析，將銑刀刀刃部分確實涵蓋進去，預期可以使分析的結果與實際更為接近。並期望以此有限元素模型再對刀具進行靜力分析，求取軸向勁度及側向彎曲勁度；對刀具進行暫態分析，求取刀具之振動量，以作為銑削加工品質分析之輸入參數，探討刀具強度與振動特性對加工品質的影響。

7. 誌謝

本研究承蒙國科會計劃經費資助，特以誌謝，國科會計畫編號 NSC 93-2745-E-020-002。

8. 參考文獻

- Lee, K. Y., Kang, M. C., Jeong, Y. H., Lee, D. W., and Kim, J. S., "Simulation of surface roughness and profile in high-speed end milling," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 113, pp. 410 - 415 (2001).
- Li, S. J., Liu, R. S., and Zhang, A. J., "Study on an end milling generation surface model and simulation taking into account of the main axis's tolerance," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 129, pp. 86 - 90 (2002).
- Alauddin, M., and El Braradie, M. A., "Tool life model for end milling steel (190 BHN)," *Journal of Materials*

Processing Technology, Vol. 68, pp. 50 - 59 (1997).

4. Toh, C. K., "Static and dynamic cutting force analysis when high speed rough milling hardened steel," *Materials and Design*, Vol. 25, pp. 41 - 50 (2004).

5. Lai, W., Greenway, B., and Faddis, T., "Flute engagement in peripheral milling," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 117, pp. 1 - 8 (2004).

6. 王栢村，簡文通，張永宗，「工具機最大金屬切除率基於銑削振動之探討」，中華民國力學學會第二十屆全國力學會議論文集(二)，台北市，第 132-138 頁，民國八十五年。

7. 簡文通，關錦德，王栢村，「工具機最大金屬切除率基於工件表面粗糙度之探討」，中國機械工程學會第十三屆學術研討會，台北市，第 172-179 頁，民國八十五年。

8. Jun, C.-H., and Suh, S.-H., "Statistical tool breakage detection schemes based on vibration signals in NC milling," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 39, pp. 1733 - 1746 (1999).

9. Lee, B. Y., Liu, H. S., and Tarn, Y. S., "Monitoring of tool fracture in end milling using induction motor current," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 70, pp. 279 - 284 (1997).

10. 王栢村，趙志燁，吳建德，「應用實驗模態分析於高爾夫球頭素料之材料性質測定」，國立屏東科技大學學報，第八卷，第四期，第 311-317 頁，民國八十八年。

11. Özel, T., and Altan, T., "Process simulation using finite element method-prediction of cutting forces, tool stresses and temperatures in high-speed flat end milling," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 40, pp. 713 - 738 (1997).

12. Dalenbring, M., "Damping function estimation based on measured vibration frequency responses and finite-element displacement modes," *Mechanical System and Signal Processing*, Vol. 13, No. 4, pp. 547 - 569 (1999).

13. Dalenbring, M., "Validation of estimated isotropic viscoelastic material properties and vibration response prediction," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 265, pp. 269 - 287 (2003).

14. Gibson, R. F., and Y. F. Wen, "Evaluation of boundary conditions for a composite plate vibration test," *Proceeding of the Spring Conference on Experimental Mechanics Conference*, pp. 19 - 27 (1993).

15. Trethewey, M. W., and Cafeo, J. A., "Tutorial: Signal

processing aspects of structural impact testing," The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 7, No. 2, pp. 129 - 149 (1992).

16. Heylen, W., and Janter, T., "Extensions of the modal assurance criterion," Transactions of the ASME, Vol. 112, pp. 468 - 472 (1990).